

# Таблица истинности логической формулы: что показывает и зачем нужна

Показывает значения формулы при всех наборах переменных и помогает проверять рассуждения.



# Где встречаются логические формулы в информатике



Логические формулы нужны в школьных задачах, в программировании условий (if, while) и при работе электронных схем. В логике 0 означает ложь, 1 — истину. Для  $n$  переменных наборов  $2^n$ , значит таблица перебирает все варианты без пропусков и показывает, когда формула истинна или ложна.

# Логические значения и основные операции

В логике используют два значения: 0 и 1.  
Отрицание  $\neg A$  меняет смысл переменной на противоположный: если  $A$  было 0, то  $\neg A$  становится 1, и наоборот. Это позволяет «запретить» условие.

Конъюнкция  $A \wedge B$  истинна только тогда, когда истинны оба высказывания сразу. Если хотя бы одно из них равно 0, результат конъюнкции становится 0. Поэтому «и» в логике — строгое требование.

Дизъюнкция  $A \vee B$  истинна, когда истинно хотя бы одно из высказываний. Импликация  $A \rightarrow B$  ложна единственный раз: когда  $A=1$ , но  $B=0$ . Во всех остальных случаях  $A \rightarrow B$  считается истинной.

# Таблица истинности для базовых операций

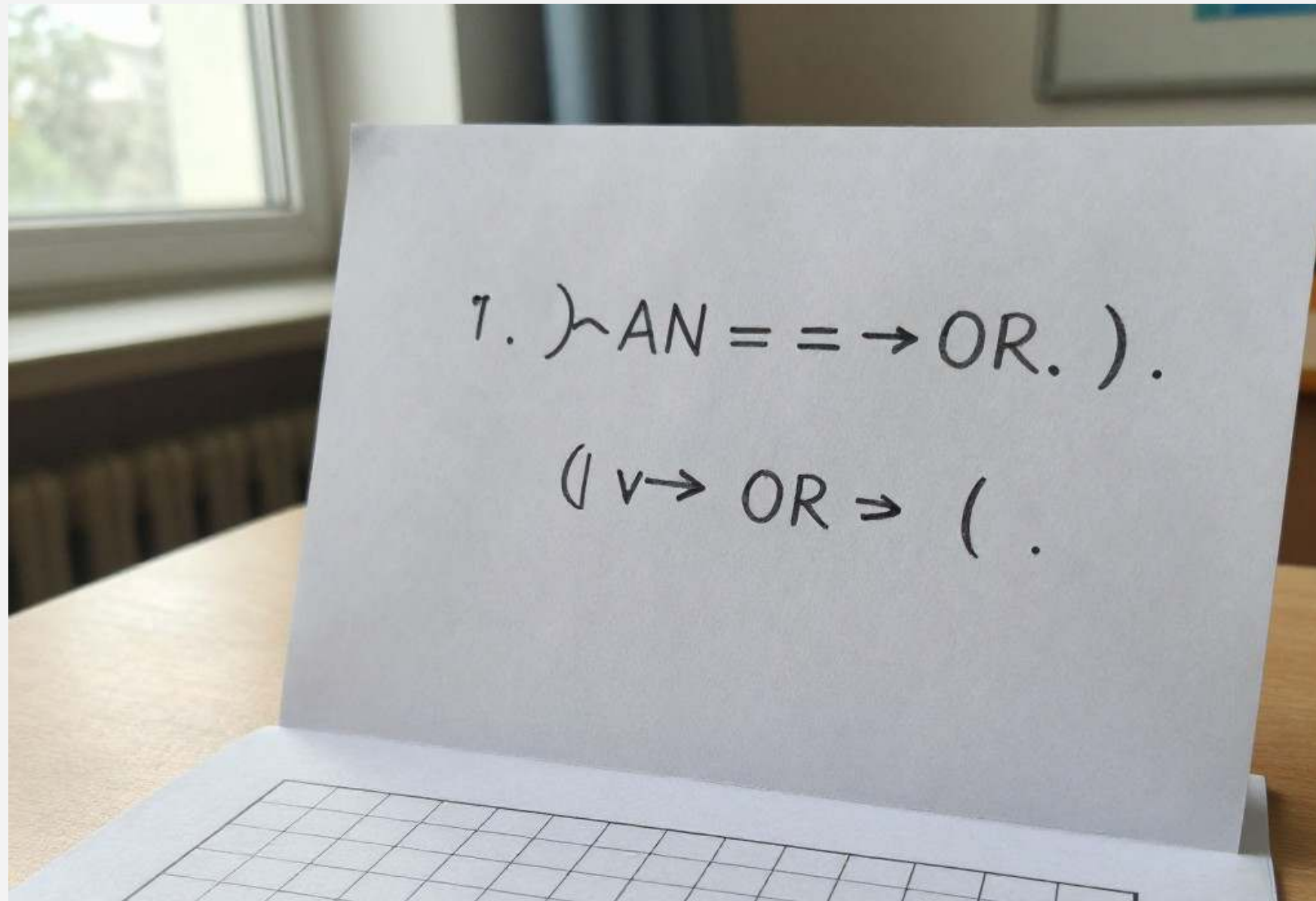
| A | B | $\neg A$ | $A \wedge B$ | $A \vee B$ | $A \rightarrow B$ |
|---|---|----------|--------------|------------|-------------------|
| 0 | 0 | 1        | 0            | 0          | 1                 |
| 0 | 1 | 1        | 0            | 1          | 1                 |
| 1 | 0 | 0        | 0            | 1          | 0                 |
| 1 | 1 | 0        | 1            | 1          | 1                 |

Правила школьной логики и информатики.

Столбцы: A, B,  $\neg A$ ,  $A \wedge B$ ,  $A \vee B$ ,  $A \rightarrow B$ .  
Для двух переменных рассматриваются строки 0,0; 0,1; 1,0; 1,1. Значения операций берутся по школьным правилам логики и информатики.

По таблице видно, что конъюнкция «срабатывает» только при A=1 и B=1, а импликация  $A \rightarrow B$  единственный раз становится ложной при A=1 и B=0.

# Как выглядит формула и её таблица на листе



## Запись формулы

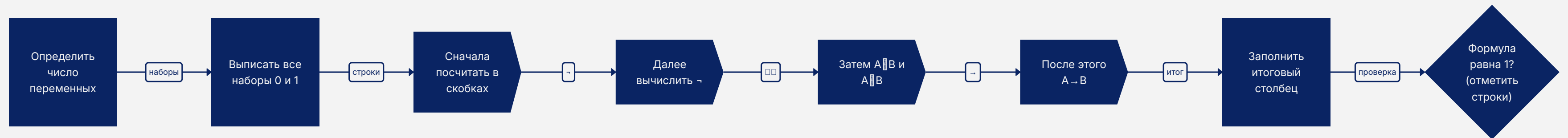
Логическая формула записывается с переменными, скобками и знаками операций:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ . Скобки важны, потому что они задают, что вычисляется раньше. Таблица начинается с набора всех значений переменных.

## Таблица с промежуточными столбцами

В таблице истинности для каждого набора 0 и 1 есть отдельные столбцы. Обычно выделяют столбцы для действий внутри формулы и отдельный итоговый результат. Такой формат помогает увидеть путь от частей к общему ответу.

# Алгоритм построения таблицы ИСТИННОСТИ

Построение опирается на все комбинации 0 и 1 для переменных и вычисление операций по шагам.



# Порядок действий при вычислении формулы

Сначала в таблице записывают все комбинации значений переменных, чтобы не пропустить ни один случай. Затем значения вычисляют последовательно, как в записи выражения: от самых «внутренних» частей к внешним.

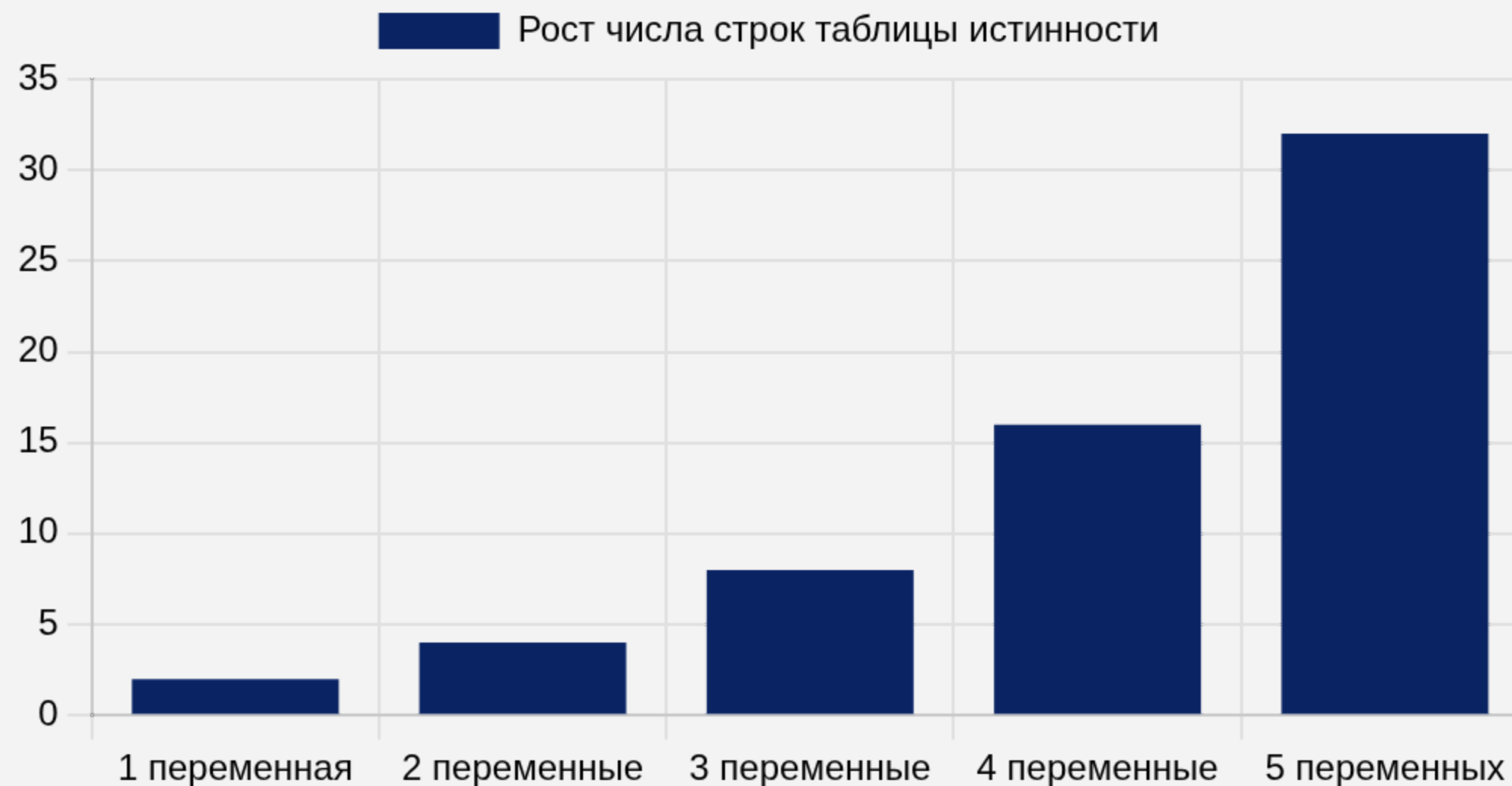
Дальше порядок такой: сначала скобки, затем отрицание  $\neg$ , потом конъюнкция  $\wedge$  и дизъюнкция  $\vee$ . После этого вычисляют импликацию  $\rightarrow$ . Промежуточные столбцы показывают, как результат собирается из частей.

Такой подход снижает вероятность ошибок: например, легко проверить, правильно ли посчитаны отрицания и где именно появляется 1. Когда итоговый столбец готов, можно сравнить его с формулой и убедиться, что логика соблюдена.

# Как растёт число строк таблицы истинности

Добавляя переменную, мы удваиваем количество возможных наборов 0 и 1. Поэтому таблицы становятся всё длиннее очень быстро.

График показывает «ускорение» роста: для каждой дополнительной переменной таблица вдвое больше. Это объясняет, почему для сложных формул нужны аккуратные методы.



Собранные значения:  $2^n$  строк для  $n$  переменных.

# Пример: формула $A \wedge B$

Формула  $A \wedge B$  означает: оба условия должны быть истинными одновременно. При двух переменных таблица содержит 4 строки, потому что есть все наборы (0,0), (0,1), (1,0), (1,1).

Такой пример помогает понять смысл союза «и» в логике. Если одно условие не выполняется, общий ответ «и» становится ложным, даже если второе условие истинно.

Результат 1 появляется только в строке, где  $A=1$  и  $B=1$ . В остальных трёх случаях хотя бы одно из высказываний ложно, поэтому конъюнкция получает значение 0.

С точки зрения проверки рассуждений таблица даёт простой ответ: мы сразу видим, в каких ситуациях требование  $A \wedge B$  выполняется, а где — нет. Это удобно при разборе условий в заданиях.

# Таблица истинности для $A \sqcap B$

Столбцы: A, B,  $A \sqcap B$ . Строки:  $0,0 \rightarrow 0$ ;  $0,1 \rightarrow 0$ ;  $1,0 \rightarrow 0$ ;  $1,1 \rightarrow 1$ . В таблице только одна строка даёт истинный результат, потому что конъюнкция требует двух единиц.

| A | B | $A \sqcap B$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0            |
| 0 | 1 | 0            |
| 1 | 0 | 0            |
| 1 | 1 | 1            |

Конъюнкция работает строго:  $A \sqcap B$  истинно только в ситуации  $A=1$  и  $B=1$ ; любое «0» в одном из условий сразу делает результат 0.

Базовые правила логических операций (конъюнкция).

# Пример: формула $A \vee B$ — когда значение становится истинным



## Смысл «или»

Формула  $A \vee B$  считается истинной, если истинно хотя бы одно из высказываний:  $A$  или  $B$ . Поэтому логическое «или» не требует одновременного выполнения условий.



## Таблица на всех наборах

Для двух переменных таблица содержит четыре набора значений: 00, 01, 10 и 11. Это полный перебор, и именно он позволяет без догадок определить результат формулы.



## Единственный случай лжи

В формуле  $A \vee B$  значение 0 получается только для набора  $A=0$  и  $B=0$ . Во всех остальных трёх строках результат равен 1, потому что появляется хотя бы одно истинное значение.

# Сравнение результатов для $\wedge$ и $\vee$

Чтобы это наглядно сравнить, посчитайте «успешные» строки в таблице из четырёх случаев: конъюнкция даёт меньше единиц, а дизъюнкция — больше. Именно поэтому  $\vee$  чаще выполняется.

Данные показывают:  $A \wedge B$  строгая — требуется одновременная истинность, поэтому всего 1 строка.  $A \vee B$  срабатывает при большем числе входных сочетаний, поэтому истинных строк 3.



Расчёт по таблицам истинности для двух переменных (A и B), 4 набора значений:  $2^2 = 4$ .

# Сложная формула и роль скобок: почему порядок важен



## Сначала работает отрицание

В выражении  $A \wedge (B \wedge \neg C)$  сначала вычисляют  $\neg C$ . Это похоже на отдельную проверку перед остальными условиями. Затем найденное  $\neg C$  используют внутри скобок, чтобы продолжить расчёт дальше.



## Скобки собирают «локальную» логику

После  $\neg C$  считается  $B \wedge \neg C$ : достаточно, чтобы  $B$  было истинным или чтобы  $\neg C$  стало истинным. Скобки не дают этой части смешаться с  $A$  до нужного момента — порядок вычислений фиксируется явно.

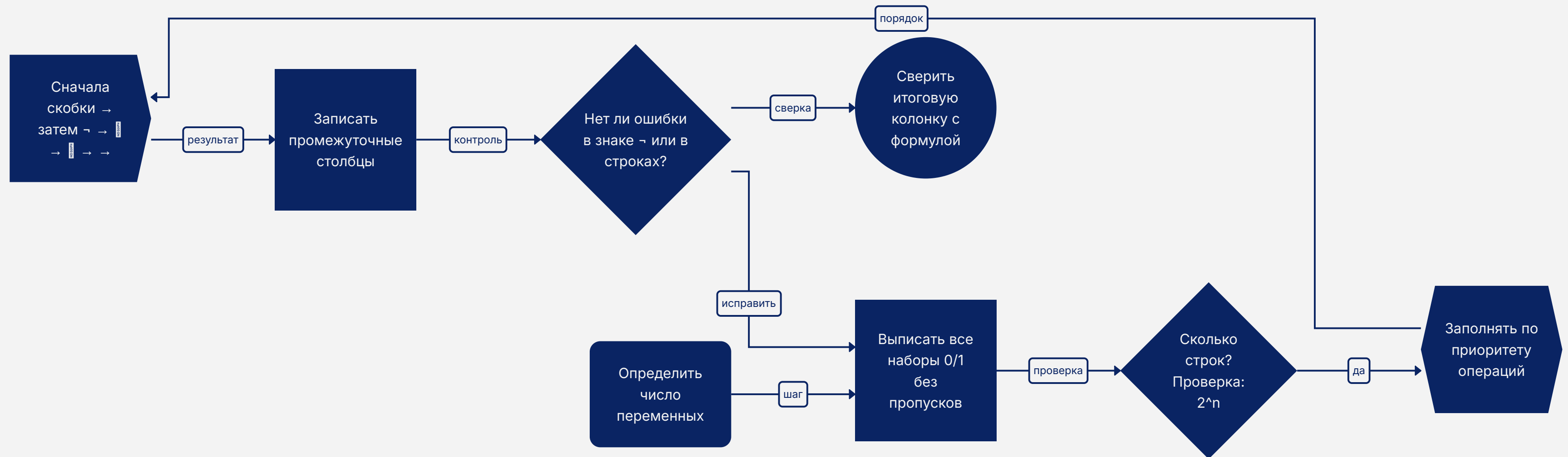


## И только потом соединяем с A

Когда значение  $(B \wedge \neg C)$  уже получено, выполняется конъюнкция  $A \wedge (B \wedge \neg C)$ . Так результат всей формулы становится итогом последовательных шагов, а не случайным сочетанием операций.

# Как не ошибиться при заполнении таблицы

Схема помогает проверить логическую формулу до получения итоговой колонки



# Логические законы, которые видно в таблицах истинности

Таблицы истинности подтверждают базовые тождества:  $A \sqcup 0 = A$  и  $A \sqcap 1 = A$ . Значит, ноль и единица ведут себя как «нейтральные» значения для соответствующих операций в этих формулах.

В таблицах легко увидеть двойное отрицание  $\neg\neg A = A$ : при любых значениях  $A$  сначала отрицание переворачивает, а второе возвращает исходное. Так выражение перестаёт быть «сложным» и становится равносильным  $A$ .

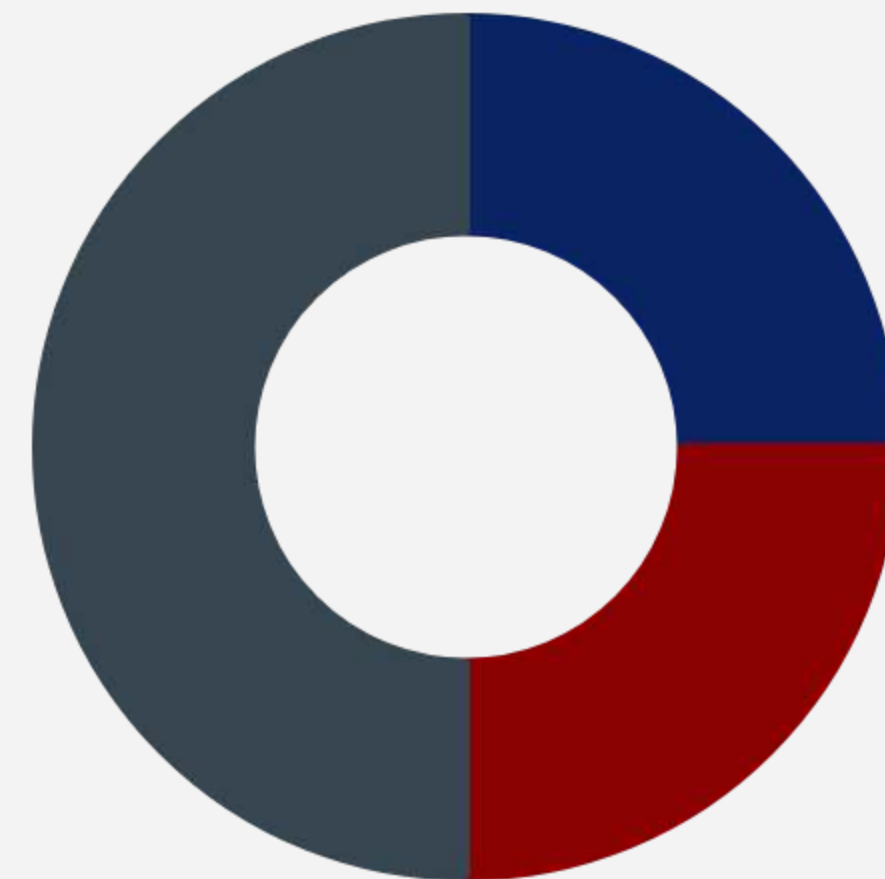
Закон де Моргана связывает отрицание с конъюнкцией и дизъюнкцией:  $\neg(A \sqcap B) = \neg A \sqcup \neg B$ . А ещё важнее правило: если две формулы дают одинаковые значения во всех строках, они равносильны.

# Тавтология, противоречие и выполнимая формула

Таблица мгновенно показывает характер формулы по распределению единиц и нулей: она либо всегда истинна, либо всегда ложна, либо иногда становится истинной.

Если в таблице все значения равны 1 — это тавтология; если все равны 0 — противоречие. Наличие хотя бы одной строки с 1 означает выполнимую формулу.

■ Тавтология (все 1) ■ Противоречие (все 0)  
■ Выполнимая (есть 1)



Примеры из школьного курса логики и информатики:  $A \vee \neg A$  (тавтология),  $A \wedge \neg A$  (противоречие),  $A \vee B$  (выполнимая формула).

# Типы формул по таблице истинности

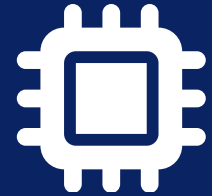
| Тип формулы  | Признак в таблице | Пример            |
|--------------|-------------------|-------------------|
| Тавтология   | все значения 1    | $A \sqcup \neg A$ |
| Противоречие | все значения 0    | $A \sqcap \neg A$ |
| Выполнимая   | есть 0 и 1        | $A \sqcup B$      |

Школьный курс логики и информатики (раздел о таблицах истинности).

По значению в строках таблицы выделяют три основных типа: тавтология (везде 1), противоречие (везде 0) и выполнимая формула (есть и 0, и 1).

Чем больше единиц в таблице, тем чаще формула истинна; при этом окончательный тип определяется строго по тому, есть ли единицы вообще и заполняют ли они все строки.

# Где применяются таблицы истинности



## Цифровая электроника

Таблицы истинности используют при проектировании логических схем: по входным сигналам сразу видно, когда схема должна выдавать 0 или 1. Это помогает проверять корректность соединений.



## Программирование условий

В алгоритмах логические проверки встречаются в конструкциях вроде if и while. Таблица помогает разобрать все случаи входных данных и найти условия, где программа ведёт себя неверно.



## Поиск ошибок в рассуждениях

Если в рассуждении есть логический переход, таблица истинности показывает, где именно ломается соответствие. По совпадению значений во всех строках можно подтвердить или опровергнуть вывод.



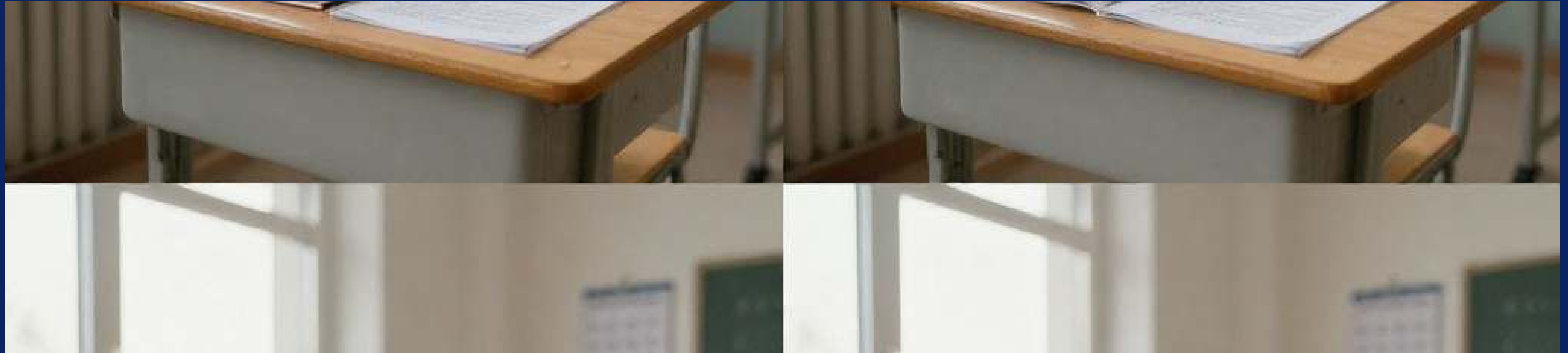
## Анализ правил безопасности

Для правил, зависящих от нескольких условий, важно понимать, при каких наборах входных параметров система реагирует правильно. Таблица делает логику проверки прозрачной и проверяемой.

# Практический пример из школьной жизни

Условие «если домашнее задание выполнено и работа сдана вовремя, то отметка ставится» можно записать как формулу. Пусть А — задание выполнено, а В — срок сдачи соблюден.

Таблица истинности перечисляет все случаи: А и В вместе, по отдельности и когда оба не выполнены. По результату видно, в какой ситуации условие считается выполненным и отметка ставится.



# Главный вывод: таблица истинности делает формулу проверяемой

Таблица истинности показывает значение логической формулы для всех наборов значений переменных. Это помогает находить ошибки, сравнивать выражения и определять тип формулы. Для  $n$  переменных всегда  $2^n$  строк, поэтому полный перебор даёт точный результат.