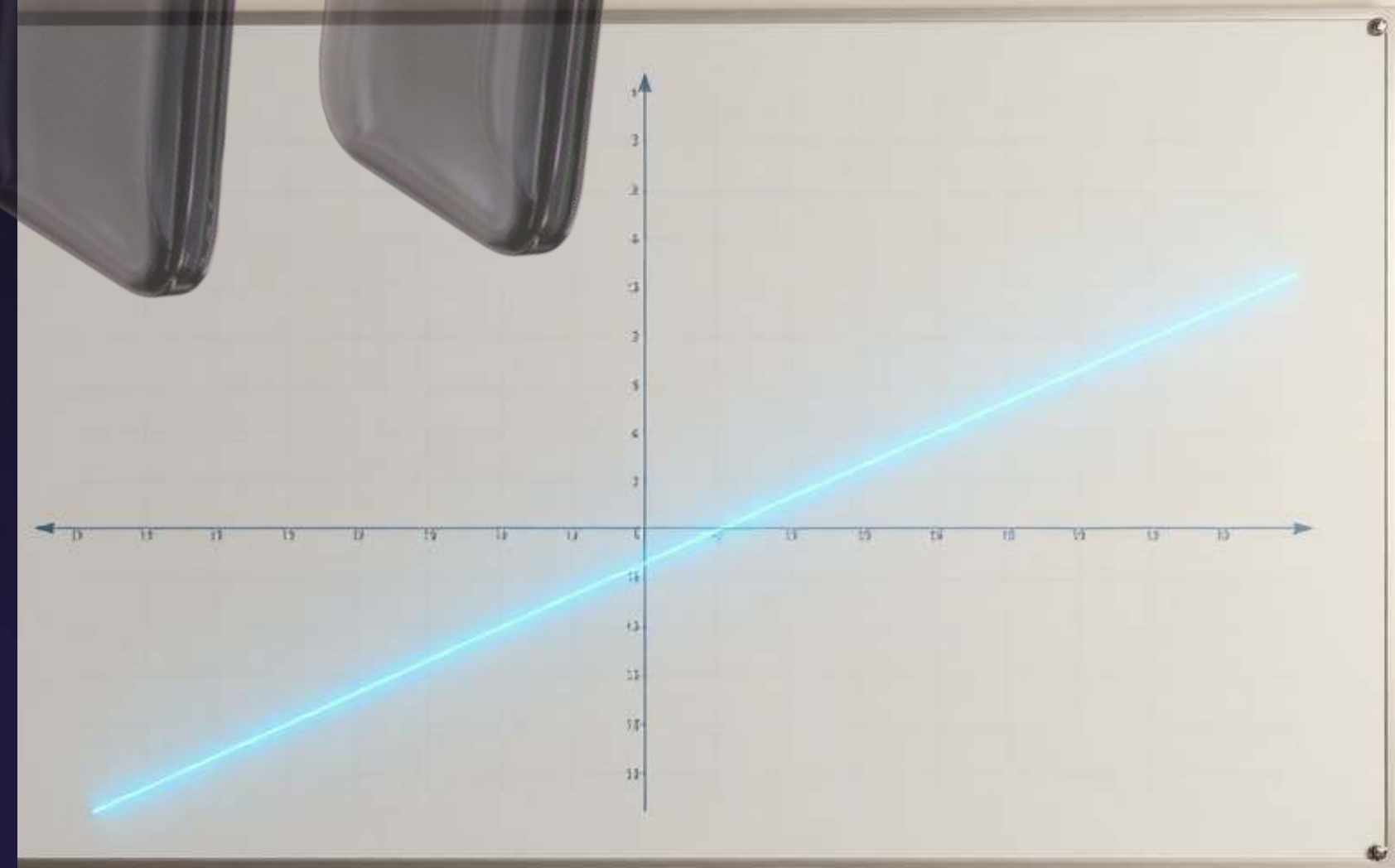


Уравнения превращаются в линии
на координатной плоскости.

Линейное уравнение с двумя переменными и его график



Зачем нужны такие уравнения

Они помогают описывать связи между величинами: цену покупки, движение, количество предметов. По точкам удобно видеть, как меняется зависимость, а затем переходить к функциям и графикам.

Что означает запись $ax + by = c$

01 Переменные

Буквы x и y обозначают неизвестные числа, которые нужно подобрать. Одно уравнение может иметь много различных решений, потому что подходят не одна, а сразу несколько пар чисел.

02 Коэффициенты

Числа a и b показывают, насколько сильно участвуют x и y в уравнении. Они определяют, как именно связаны переменные и какой получится график на плоскости.

03 Правая часть

Число c стоит справа от знака равенства и задаёт общее условие для пары значений. Если подставить подходящие x и y , равенство становится верным.

04 Решение уравнения

Пара чисел $(x; y)$, при которой равенство выполняется, называется решением. Каждое такое решение можно проверить подстановкой и затем отметить как точку на координатной плоскости.

Части линейного уравнения

Каждый элемент записи $ax + by = c$ помогает понять смысл уравнения и связь между переменными.

Часть	Обозначение	Пример
Коэффициент при x	a	$2x + 3y = 6$
Коэффициент при y	b	$2x + 3y = 6$
Свободный член	c	6
Переменные	x, y	неизвестные числа

Коэффициенты и свободный член показывают, как связаны две переменные, а сами переменные нужно подобрать как решение.

Определение линейного уравнения с двумя переменными.

Решение уравнения как точка на плоскости

Пара чисел

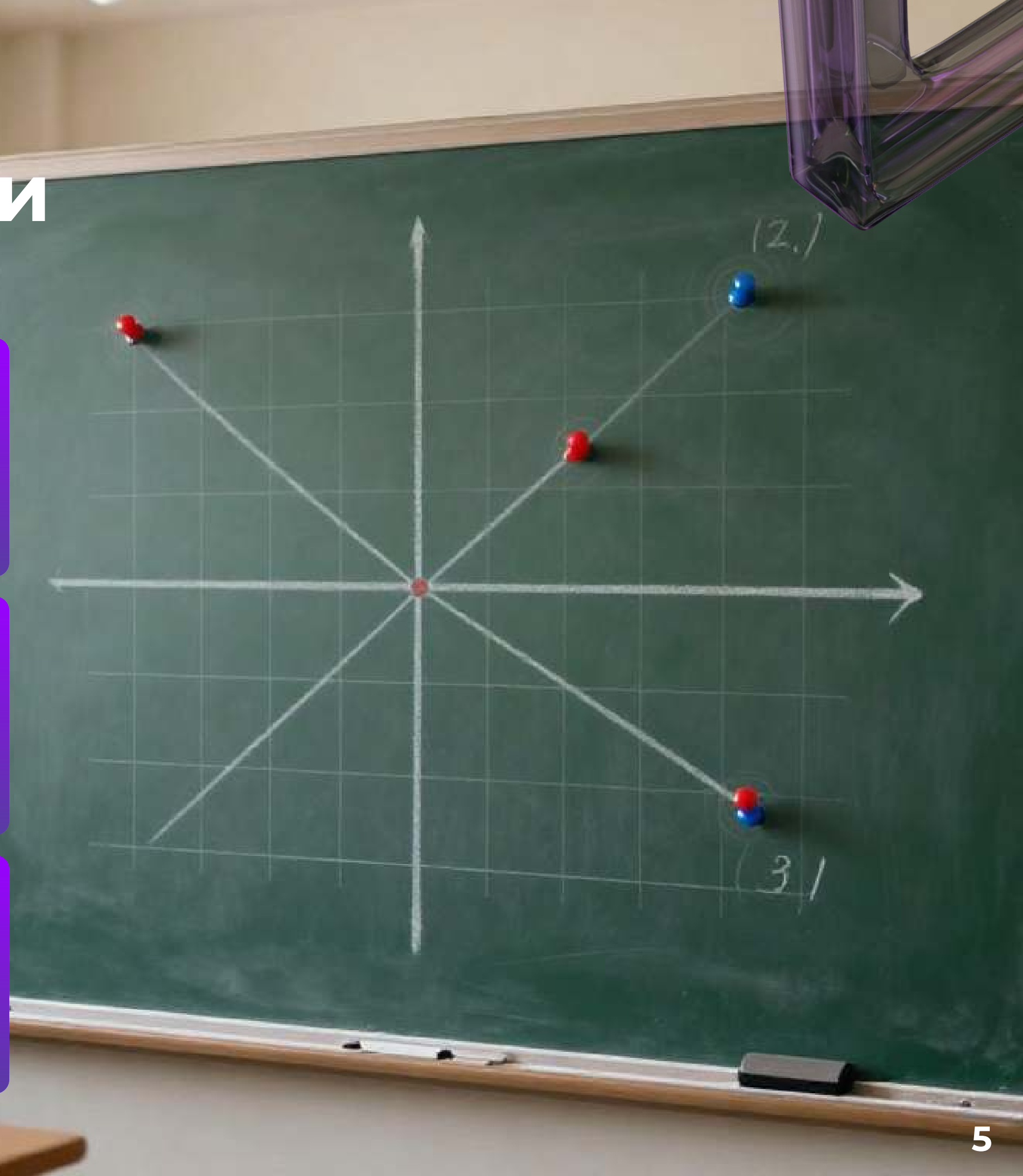
Каждое решение записывают в виде пары $(x; y)$. Порядок важен: сначала указывают значение x , затем значение y , чтобы правильно отметить точку на плоскости.

Одна точка — одно решение

Любой паре чисел соответствует точка с такими же координатами. Если пара удовлетворяет уравнению, эта точка принадлежит его графику и считается верным ответом.

Пример для $x + y = 4$

Для уравнения $x + y = 4$ подходят пары $(0; 4)$, $(1; 3)$, $(2; 2)$ и $(3; 1)$. Все эти точки можно отметить на координатной плоскости.



Как находят точки, подходящие к уравнению

Последовательность действий при поиске решений и построении графика.



Почему график линейного уравнения — прямая

■ Все решения вместе

Если уравнение линейное, то каждая верная пара чисел даёт точку, а все такие точки располагаются на одной линии. Поэтому график выглядит как прямая.

■ Вид $y = kx + b$

После преобразования уравнения к виду $y = kx + b$ становится видно, что зависимость меняется равномерно. Такой вид удобно использовать для построения и анализа графика.

■ Роль коэффициента k

Число k показывает наклон прямой: насколько быстро меняется y при увеличении x . Чем больше $|k|$, тем сильнее наклонена линия.

■ Роль коэффициента b

Число b задаёт точку пересечения с осью Oy . Именно поэтому по нему легко понять, где прямая начинается на координатной плоскости.

Как меняется прямая при разных коэффициентах

Все три прямые начинаются в одной точке на оси Oy , но дальше ведут себя по-разному.

Чем больше положительный коэффициент k , тем быстрее прямая поднимается; отрицательный k меняет направление на убывание.

Составлено по уравнениям $y = x + 1$, $y = 2x + 1$, $y = -x + 1$.

Пересечение с осями координат

01

Точка на оси Ox

Чтобы найти пересечение с осью Ox , в уравнении заменяют y на 0. Тогда остаётся одно неизвестное, и можно вычислить координату точки на горизонтальной оси.

02

Точка на оси Oy

Чтобы найти пересечение с осью Oy , заменяют x на 0. В результате получают точку, у которой первая координата равна нулю, а вторая находится из уравнения.

03

Пример $2x + y = 6$

Для уравнения $2x + y = 6$ получаются точки $(3; 0)$ и $(0; 6)$. Они особенно удобны для построения, потому что обе лежат на осях координат.

Проверка решений на примере уравнения $x + y = 4$



Проверим несколько пар чисел и убедимся, что они действительно являются решениями одного уравнения.

Все найденные пары чисел подходят уравнению, поэтому соответствующие точки лежат на одной прямой.

x	y	Проверка	Точка
0	4	$0 + 4 = 4$	(0; 4)
1	3	$1 + 3 = 4$	(1; 3)
2	2	$2 + 2 = 4$	(2; 2)
3	1	$3 + 1 = 4$	(3; 1)

Проверка подстановкой в уравнение $x + y = 4$.

Наклон прямой и коэффициент k

01 Что задаёт k

Коэффициент k показывает, как меняется значение y при увеличении x на 1. По нему сразу видно, будет ли прямая подниматься, опускаться или оставаться без наклона.

02 Положительный наклон

Если k больше нуля, прямая идёт слева направо вверх. Чем больше значение k , тем круче поднимается график и тем быстрее растёт y .

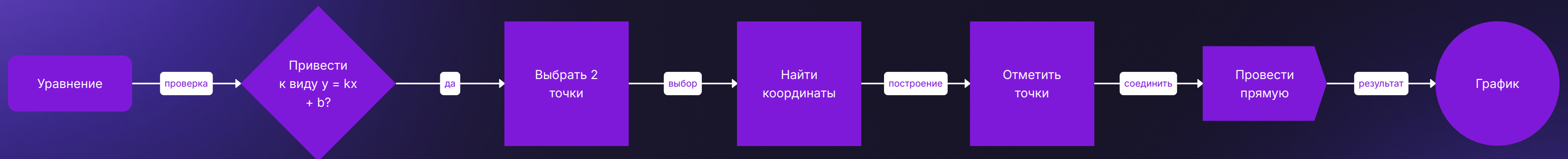


03 Отрицательный наклон

Если k меньше нуля, прямая идёт слева направо вниз. Такой график показывает убывание: при росте x значение y постепенно уменьшается.

Как построить график по уравнению

Последовательность действий при построении графика линейного уравнения с двумя переменными.



Как проверить, принадлежит ли точка графику



Верное равенство

Для уравнения $2x + y = 5$ точка $(2; 1)$ подходит, потому что $2 \cdot 2 + 1 = 5$. Это значит, что она лежит на графике.



Подстановка координат

Координаты точки подставляют в уравнение вместо x и y . Если после вычислений получается верное равенство, точка подходит и принадлежит графику.



Неверное равенство

Если после подстановки равенство не выполняется, точка не принадлежит графику. Такая проверка помогает аккуратно читать и строить координатные рисунки без ошибок.

Сравнение нескольких линейных уравнений

Уравнения отличаются не только числом c , но и знаком коэффициентов при переменных. Именно это определяет, будет ли прямая более крутой, убывающей или возрастающей.

Чем больше модуль коэффициента при x , тем заметнее наклон прямой; знак коэффициента определяет направление её движения на плоскости.

Составлено по данным из уравнений
 $x + y = 4$, $2x + y = 6$, $x - y = 2$

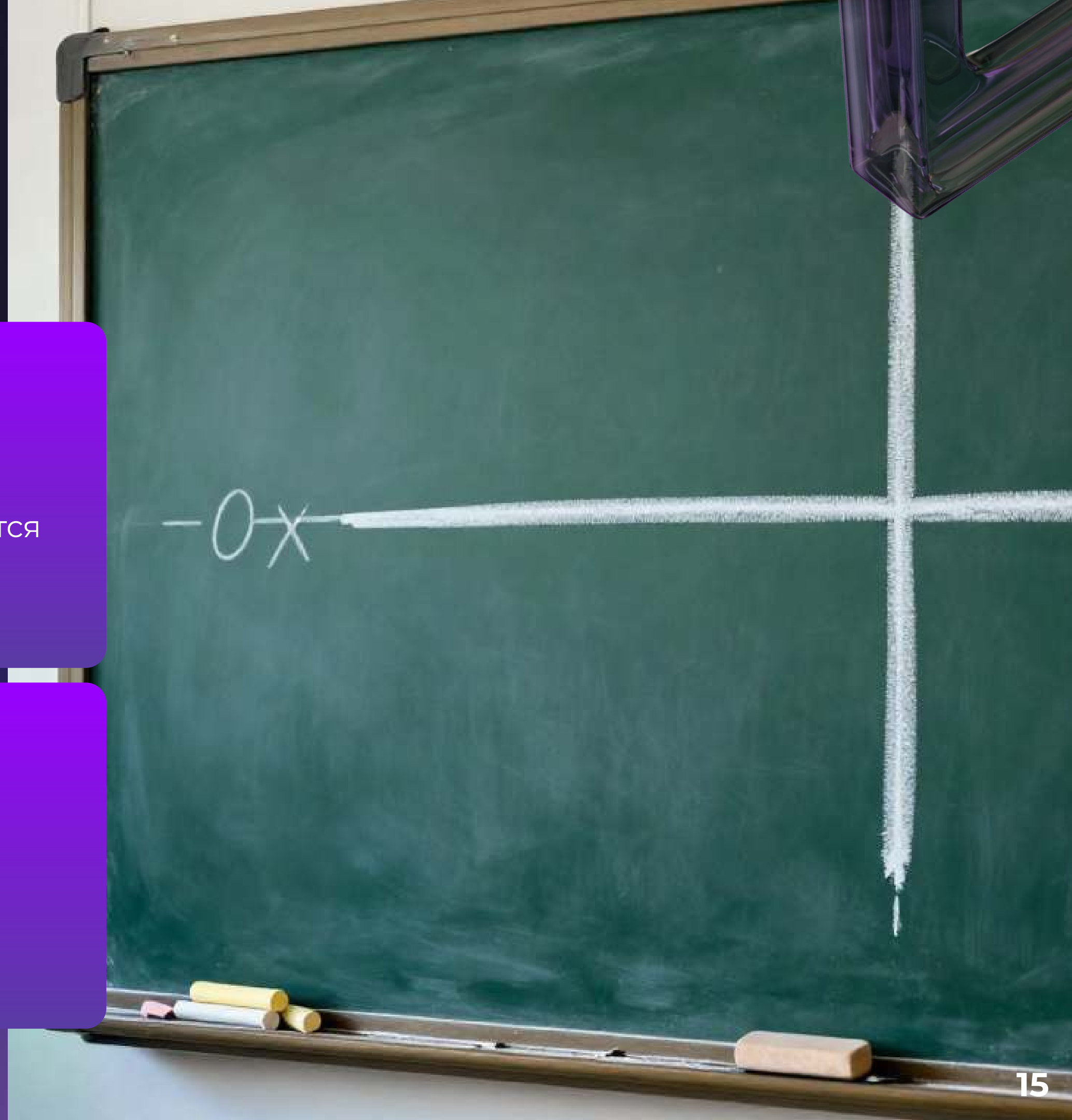
Особые случаи: горизонтальная и вертикальная прямые

Горизонтальная прямая

Если уравнение имеет вид $y = b$, то все точки графика имеют одинаковую ординату. Такая прямая идёт параллельно оси Ox и не поднимается вверх и не опускается вниз.

Вертикальная прямая

Если уравнение имеет вид $x = a$, то у всех точек графика одинаковая абсцисса. Такая прямая параллельна оси Oy и показывает, что x остаётся постоянным.



Виды прямых и их уравнения

Таблица показывает, как по записи уравнения определить вид прямой и общий характер её графика.

Вид прямой	Уравнение	Пример	График
Наклонная	$y = kx + b$	$y = 2x + 1$	Вверх или вниз
Горизонтальная	$y = b$	$y = 5$	Параллельна Ох
Вертикальная	$x = a$	$x = 3$	Параллельна Оу

Форма уравнения подсказывает, как будет выглядеть график: наклонная, горизонтальная или вертикальная прямая.

Обобщение свойств линейных уравнений с двумя переменными

Где встречаются такие уравнения в жизни



Тетради и цена покупки

Если одна тетрадь стоит одинаково, то общая стоимость покупки зависит только от числа тетрадей. Чем больше тетрадей берут, тем больше становится цена, и эта зависимость легко записывается линейным уравнением.



Движение и время

Когда объект движется равномерно, пройденное расстояние увеличивается одинаковыми порциями через равные промежутки времени. Поэтому на координатной плоскости появляется прямая линия, по которой удобно сравнивать значения и делать выводы.

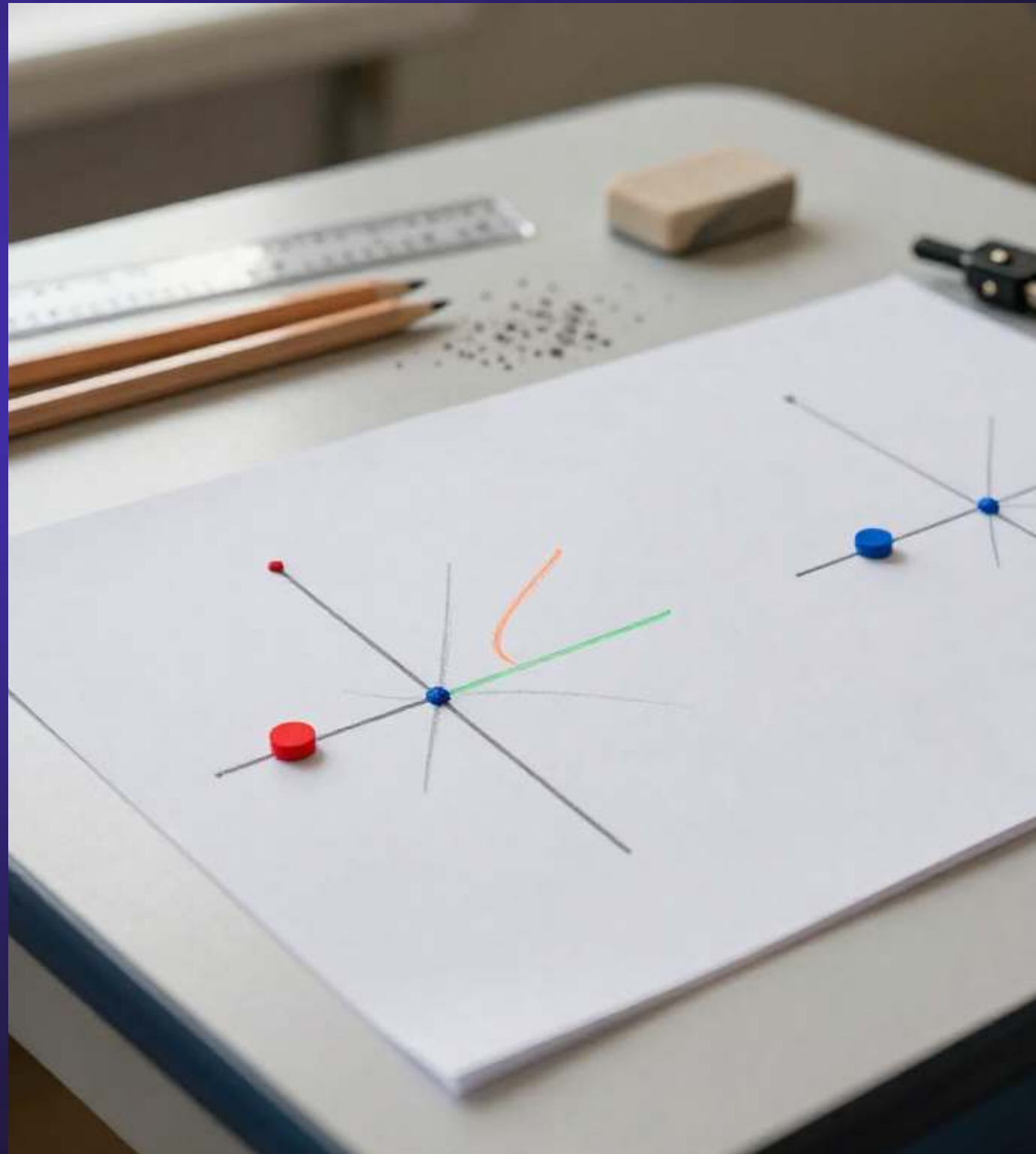
Точки, которые образуют одну прямую

Каждая отмеченная пара чисел удовлетворяет одному и тому же уравнению. Поэтому все точки выстраиваются в ровную линию на координатной плоскости.

Одно линейное уравнение может иметь много решений, и все они лежат на одной прямой.

Решения уравнения $x + y = 6$

Типичные ошибки при работе с графиком



Путаница координат

Часто x и y меняют местами, из-за чего точка попадает не туда. Перед построением полезно ещё раз проверить, где абсцисса, а где ордината.

Неверный масштаб

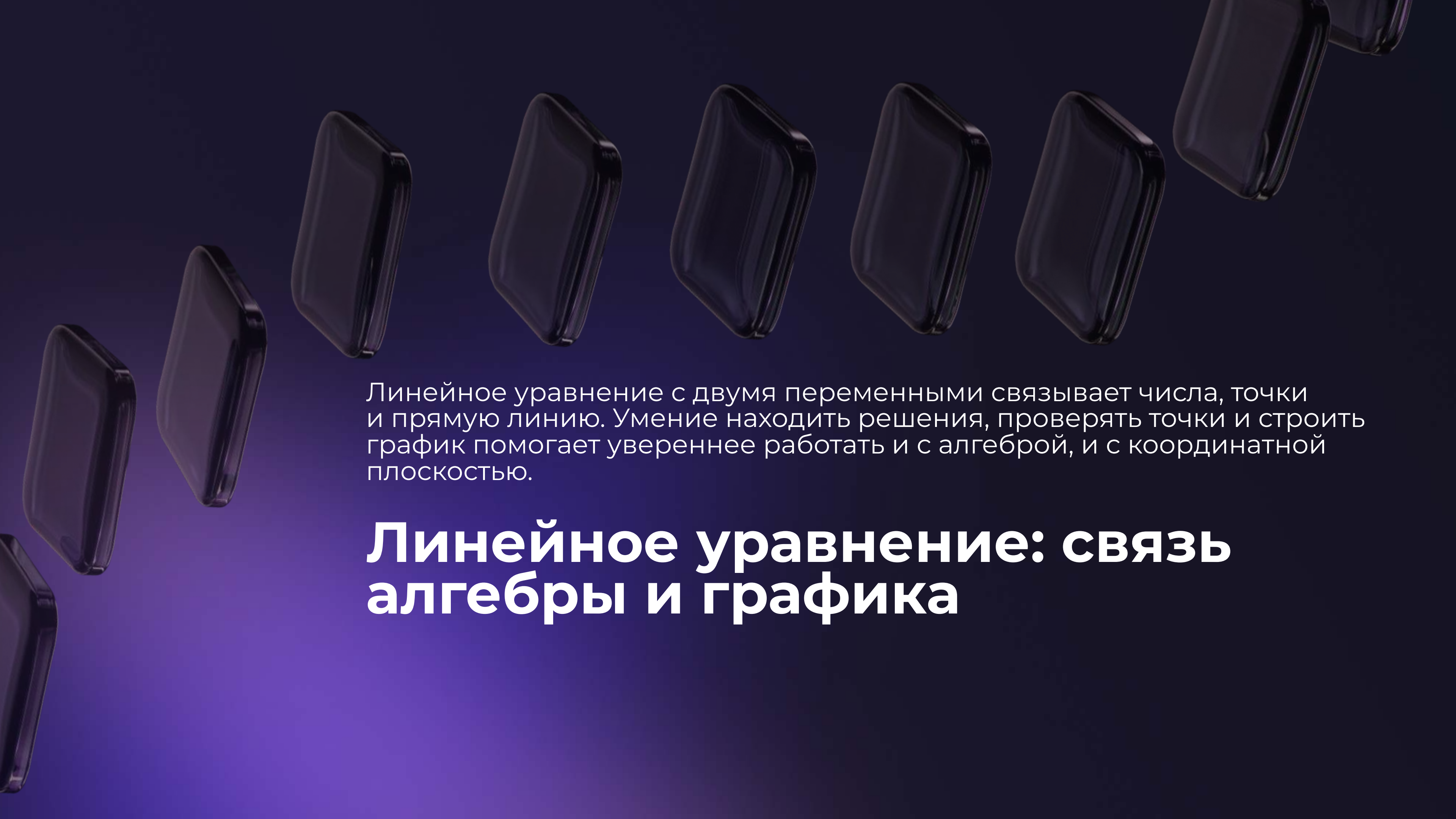
Если на осях выбрать разный или слишком мелкий масштаб, график получится искажённым. Аккуратная разметка помогает увидеть правильную форму прямой и сравнить точки.

Ошибка в проверке

Иногда подстановку делают только частично или забывают про знаки. Нужно полностью заменить переменные числами и проверить, выполняется ли равенство без сокращений и догадок.

Кривая вместо прямой

Точки линейного уравнения всегда соединяют именно прямой линией. Если провести кривую, получится неверный график, даже если все отдельные точки отмечены правильно.



Линейное уравнение с двумя переменными связывает числа, точки и прямую линию. Умение находить решения, проверять точки и строить график помогает увереннее работать и с алгеброй, и с координатной плоскостью.

Линейное уравнение: связь алгебры и графика