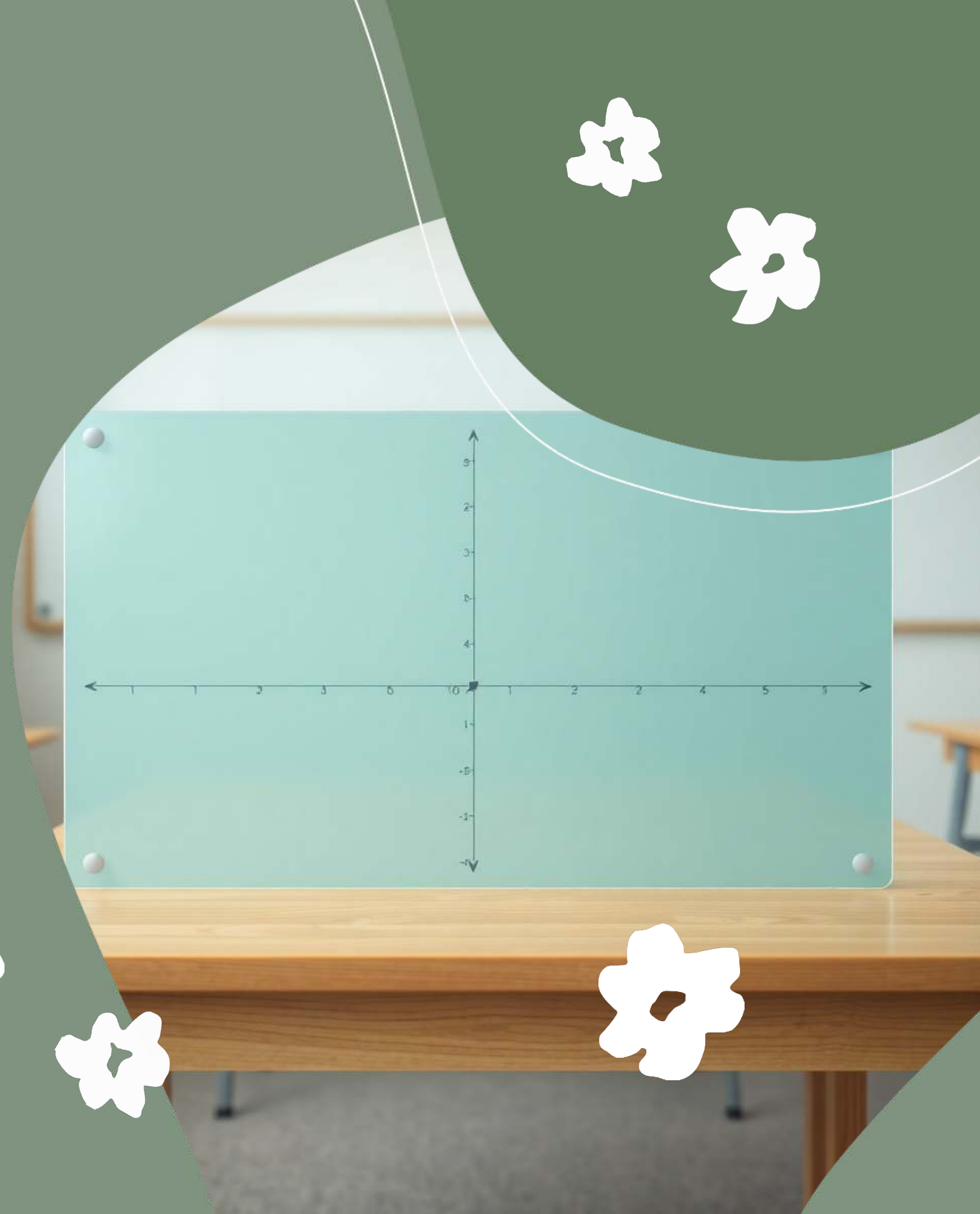


# Системы неравенств с двумя переменными

Как область решений на плоскости, а не одна точка.



# Как несколько условий описывают одну ситуацию

В 9 классе эта тема соединяет уже знакомые графики, координаты и знаки неравенств. Она учит описывать реальную ситуацию сразу несколькими условиями и находить на плоскости все подходящие точки, а не одно число.



# Что называется системой неравенств

## Общие переменные

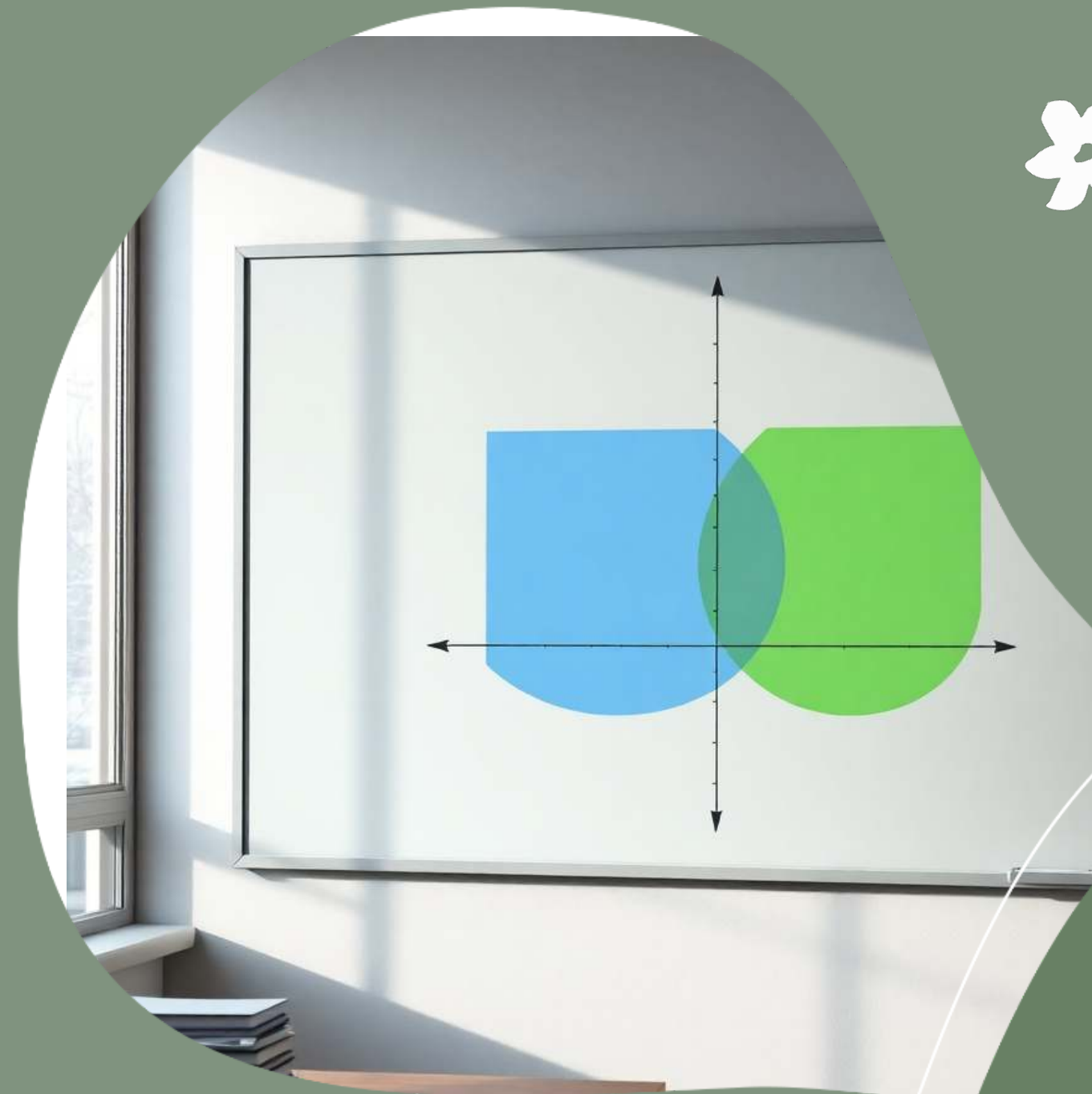
Система состоит из двух или более неравенств с одними и теми же переменными, например  $x$  и  $y$ . Каждое из них накладывает своё ограничение на координаты точки.

## Решение системы

Решением считается любая точка, которая одновременно удовлетворяет всем неравенствам. Если хотя бы одно условие нарушается, точка не входит в ответ и не подходит для системы.

## Общая область

На координатной плоскости решение обычно выглядит как пересечение нескольких закрашенных областей. Именно эта общая часть и показывает все допустимые точки системы.



# Граница области решений

## 1. Получение границы

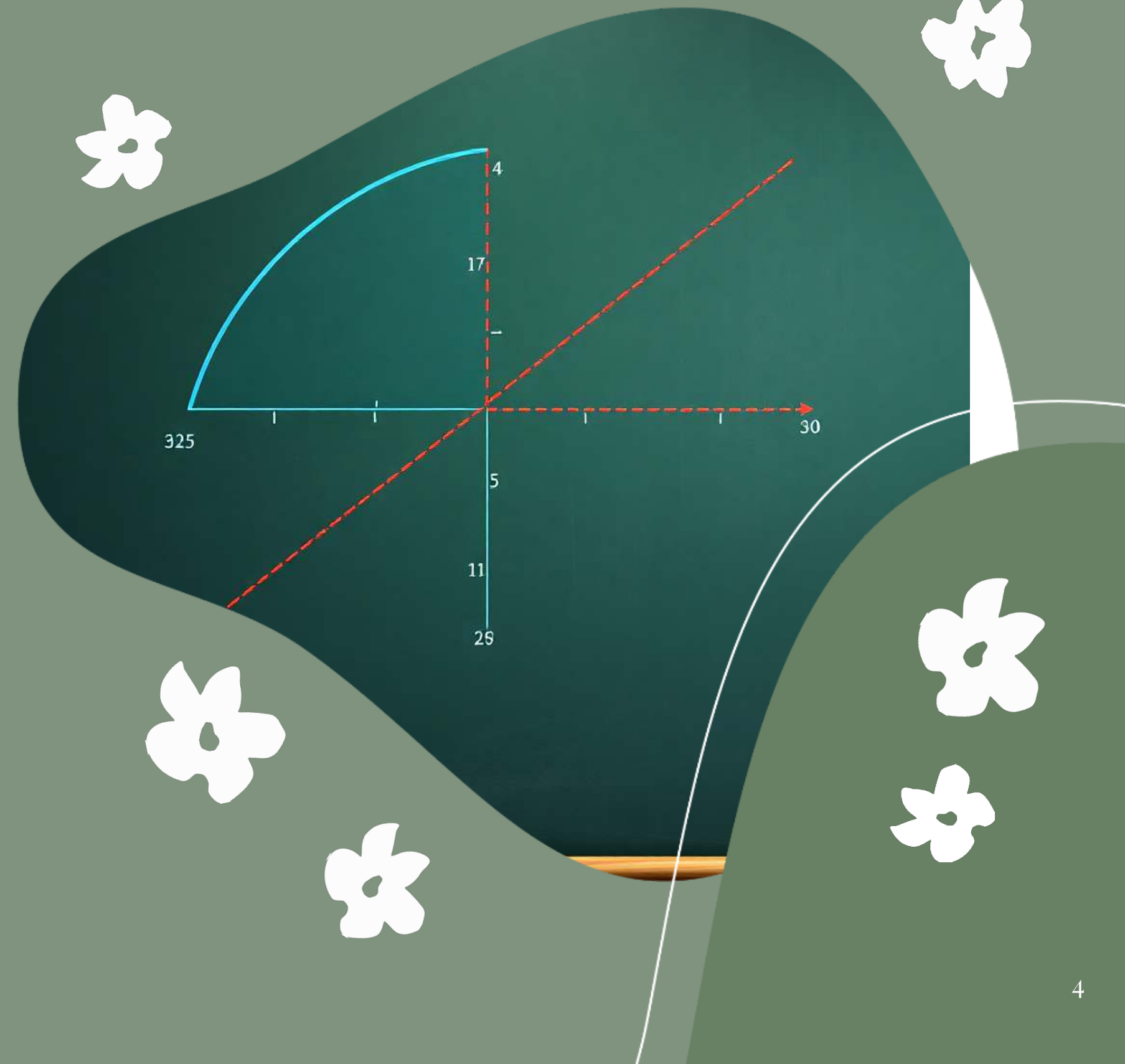
Сначала каждое неравенство рассматривают как уравнение. Его график становится границей области решений: это может быть прямая, парабола, окружность или другая линия на плоскости.

## 2. Когда граница входит

Если стоит знак  $\leq$  или  $\geq$ , граница принадлежит ответу. Поэтому её рисуют сплошной линией и включают в закрашенную область вместе с точками на самой линии.

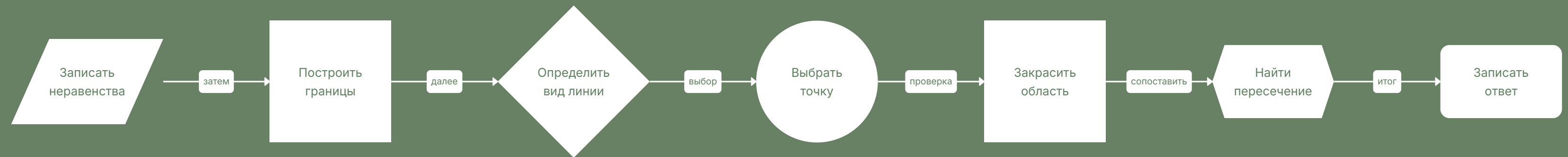
## 3. Когда граница не входит

Знаки  $<$  и  $>$  означают, что точки на границе не подходят. Тогда линию строят пунктиром, а решение ищут только по одну сторону от неё, без самой границы.

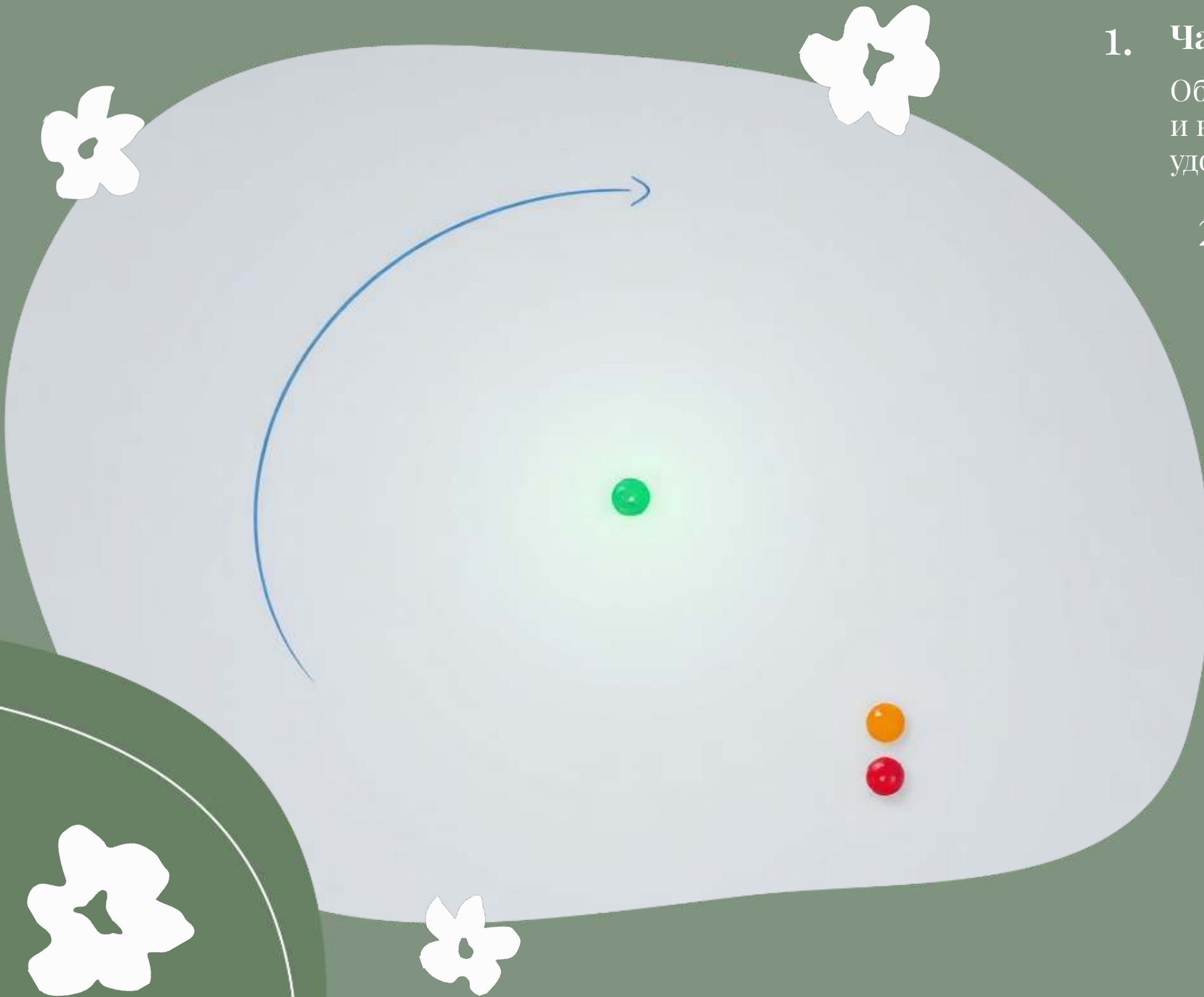


# Как решать систему графически

Последовательность действий при построении областей решений



# Как выбирают проверочную точку



## 1. Частый выбор

Обычно берут точку  $(0; 0)$ , если она не лежит на границе и не делает вычисления слишком сложными. Это самый удобный вариант для быстрой проверки неравенства.

## 2. Подстановка координат

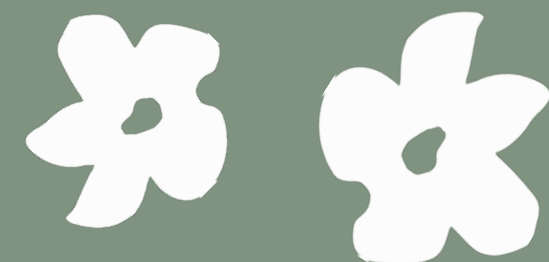
Координаты точки подставляют в неравенство и смотрят, получается верное или неверное высказывание. Так становится ясно, по какую сторону от границы находится нужная область.

## 3. Если ноль не подходит

Когда точка  $(0; 0)$  лежит на границе или неудачна для вычислений, берут простые точки  $(1; 0)$ ,  $(0; 1)$  или  $(1; 1)$ . Они помогают без ошибок выбрать полуплоскость.

## 4. Для любой фигуры

Проверочная точка нужна не только для прямых. Она помогает определить внутреннюю область круга, нужную часть параболы или другую область, заданную неравенством.



# Какие границы чаще встречаются в школьных задачах



*Учебные примеры по теме «Системы неравенств с двумя переменными»*

В учебных примерах чаще всего встречаются линейные границы, потому что их проще строить и читать на плоскости.

Прямая заметно преобладает, а парабола и окружность встречаются реже, когда в задаче есть квадратные зависимости или условие на расстояние.

# Что такое пересечение областей решений

## 1. Общий ответ

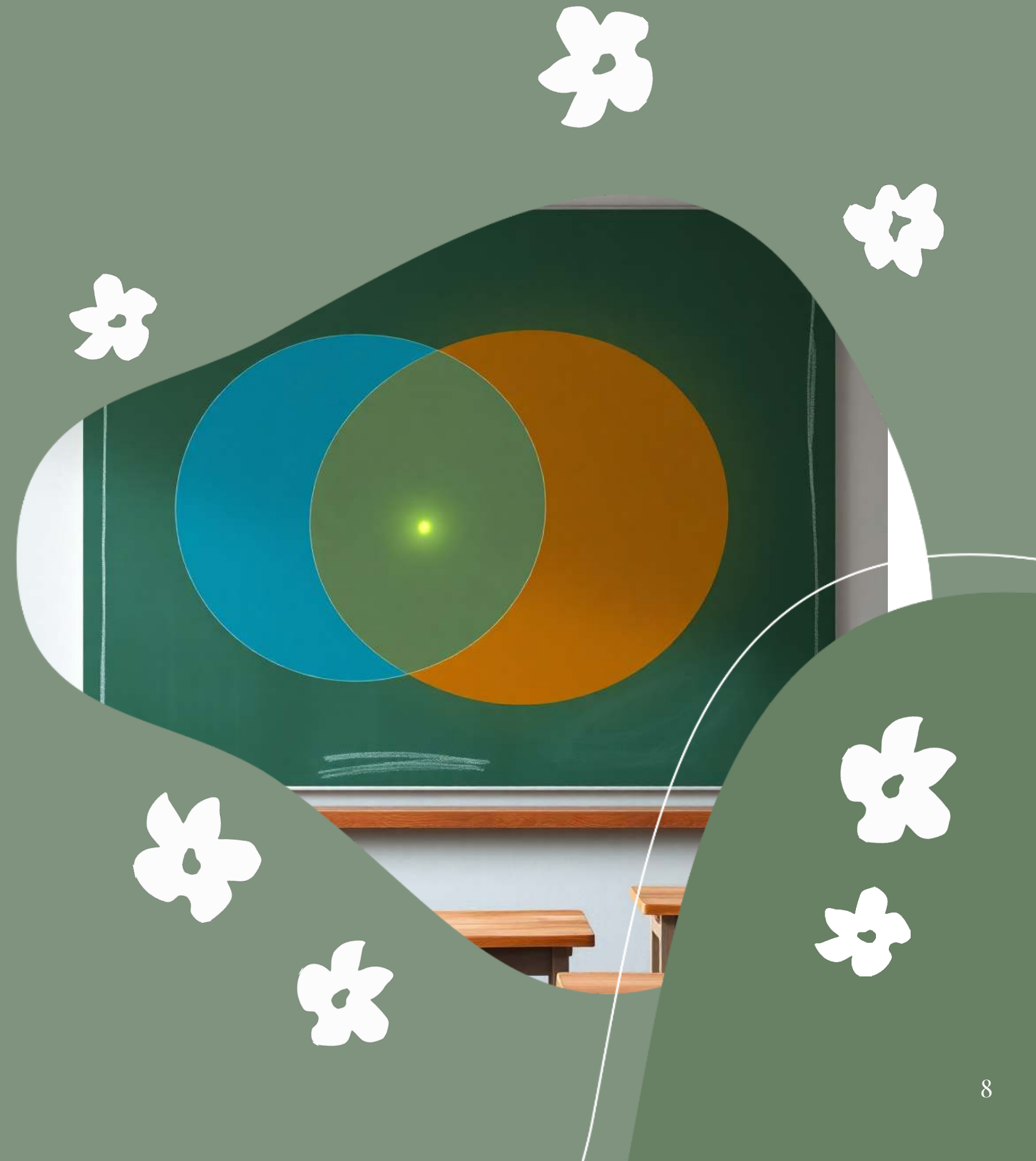
Ответом системы являются только те точки, которые подходят каждому неравенству одновременно. Если точка не выполняет хотя бы одно условие, она сразу исключается из ответа.

## 2. Совпадение областей

Когда одна область полностью находится внутри другой, решением становится меньшая область. Она и содержит все точки, которые удовлетворяют сразу всем условиям системы.

## 3. Если пересечения нет

Если области на плоскости не пересекаются, система не имеет решений. В таком случае нельзя найти ни одной точки, которая подошла бы всем неравенствам сразу.



# Сравнение знаков, границ и областей

Таблица показывает, как знак неравенства влияет на вид границы и выбор подходящей области.

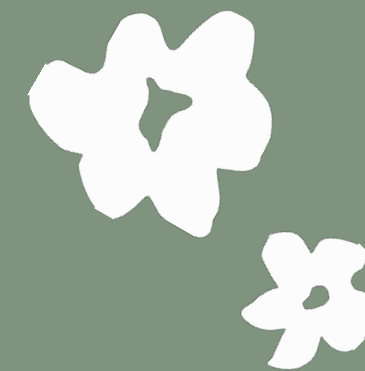
Главное правило простое: тип знака показывает, входит ли граница в ответ и какую сторону плоскости нужно закрасить.

| Неравенство     | Граница               | Область              | Пример          |
|-----------------|-----------------------|----------------------|-----------------|
| $y > 2x + 1$    | пунктир               | выше                 | $y > 2x + 1$    |
| $y \leq -x + 4$ | сплошная              | ниже или на          | $y \leq -x + 4$ |
| $x \geq 0$      | ось Oy                | правая полуплоскость | $x \geq 0$      |
| $x^2 + y^2 < 9$ | пунктирная окружность | внутри круга         | $x^2 + y^2 < 9$ |

Обобщение правил построения графиков неравенств



# Неравенства с окружностью



## Круг и граница

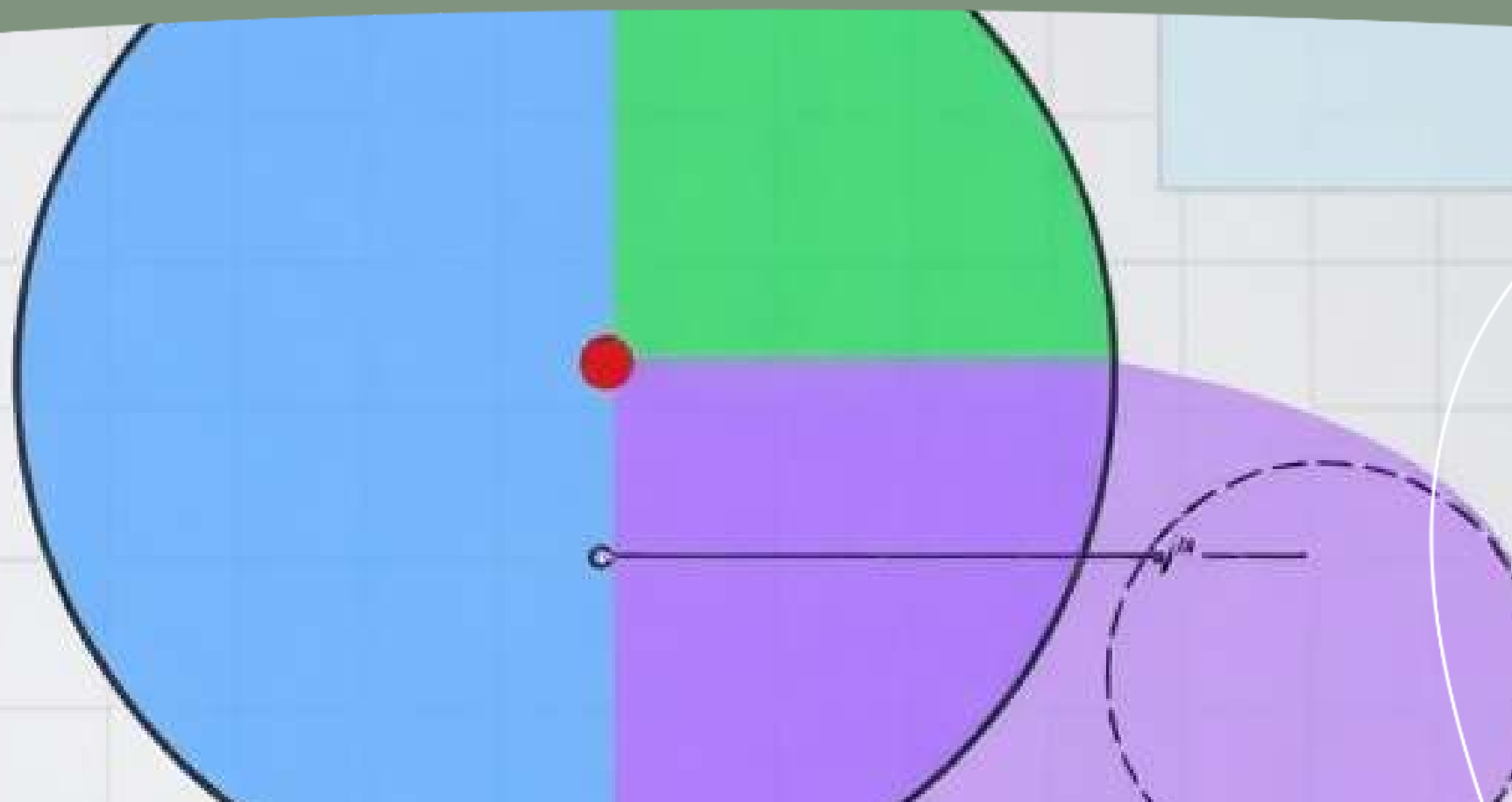
Неравенство  $x^2 + y^2 \leq r^2$  задаёт все точки круга вместе с его границей. Если знак строгий,  $x^2 + y^2 < r^2$ , граница не входит в решение.

## Система с окружностью

Когда такое неравенство входит в систему, нужно найти общую часть круга и второй фигуры. Это может быть полуплоскость, другая окружность или любая иная область.

## Что удобно показать

На рисунке полезны координатная сетка, центр окружности, радиус и выделенная общая область. Так легче увидеть, какие точки подходят одновременно для всех условий.



# Проверка найденного ответа



## 1. Возьмите точку

Сначала выберите любую точку из закрашенной области и подставьте её координаты в каждое неравенство системы. Если все условия выполняются, точка действительно принадлежит решению.

## 2. Проверьте границу

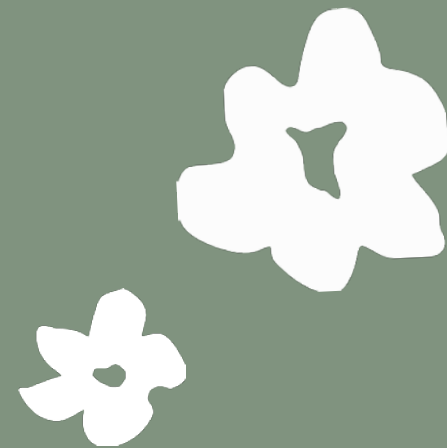
Особенно полезно проверить точки на границе области. Так видно, входит ли она в ответ: при знаках  $\leq$  и  $\geq$  граница подходит, а при  $<$  и  $>$  — нет.

## 3. Сравните несколько точек

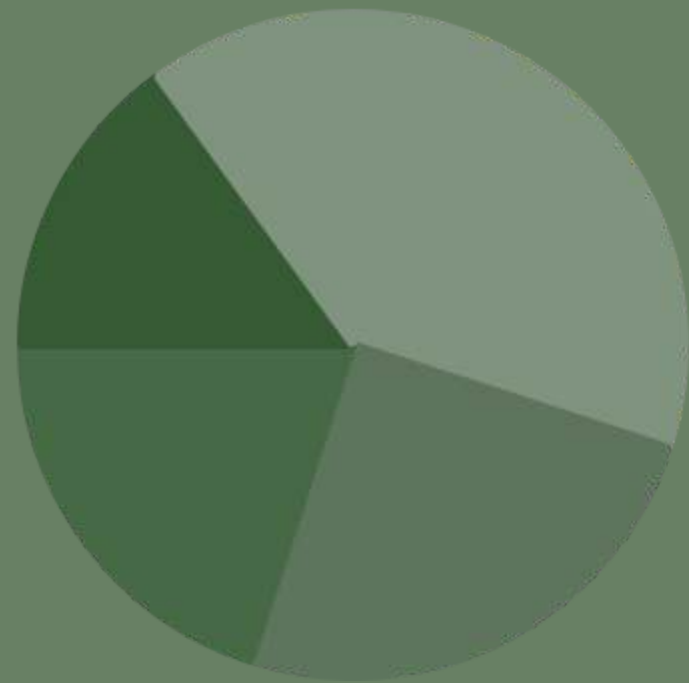
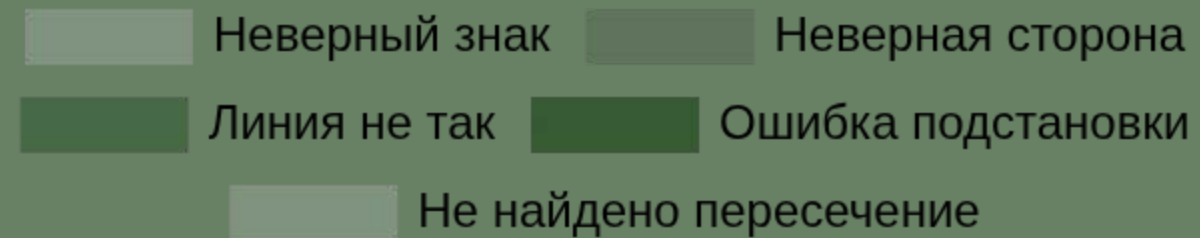
Возьмите по одной точке внутри области, на границе и снаружи. Такое сравнение помогает быстро заметить, где решение допустимо, а где хотя бы одно условие нарушается.

## 4. Сделайте вывод

Если точка не подходит даже к одному неравенству, она исключается из ответа. Поэтому окончательное решение всегда проверяют полностью, а не по одному условию.



# Типичные ошибки при решении систем неравенств



*По материалам школьных примеров и типичных разборов задач*

Большинство ошибок возникает на этапе чтения условия и построения графика, поэтому важно внимательно следить за знаком, видом линии и выделенной областью.

Чаще всего затруднения связаны не с вычислениями, а с неверным пониманием границы и нужной стороны области.

# Путь от условия к ответу

Последовательность действий при решении текстовой задачи с помощью системы неравенств



# Перевод условий задачи в неравенства

Таблица показывает, как обычные слова из условия превращаются в математические ограничения и помогают составить систему.

Текстовые формулировки часто переводятся в несколько неравенств сразу, а затем объединяются в одну систему.

| Условие              | Неравенство          | Смысл                  |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| не больше 10 часов   | $t \leq 10$          | ограничение по времени |
| не меньше 3 заданий  | $x \geq 3$           | минимум                |
| затраты не выше 500  | $12x + 20y \leq 500$ | бюджет                 |
| только положительные | $x \geq 0, y \geq 0$ | реальные значения      |

# Почему нужны ограничения на значения



## Реальные величины

В задачах величины должны иметь смысл в жизни: нельзя купить отрицательное число тетрадей или потратить отрицательное время, поэтому значения проверяют на допустимость.



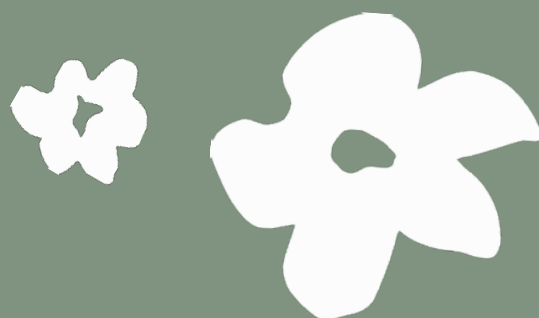
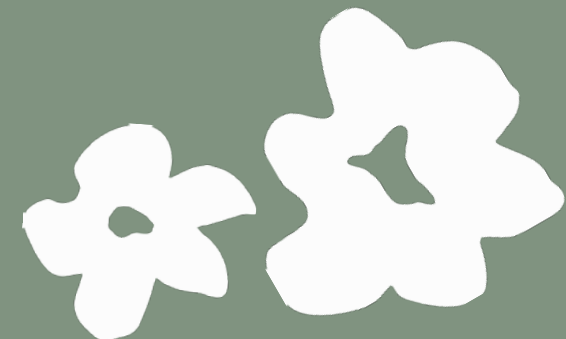
## Первая четверть

Условия  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$  оставляют только точки первой четверти. Это сразу отсекает математически возможные, но бессмысленные в задаче решения.



## Отбор решений

Такие ограничения работают как фильтр: они помогают отделить подходящие точки от всех остальных и делают ответ понятным в контексте покупки, поездки или планирования.



# Как координатная плоскость помогает читать решение

## Каждая точка имеет смысл

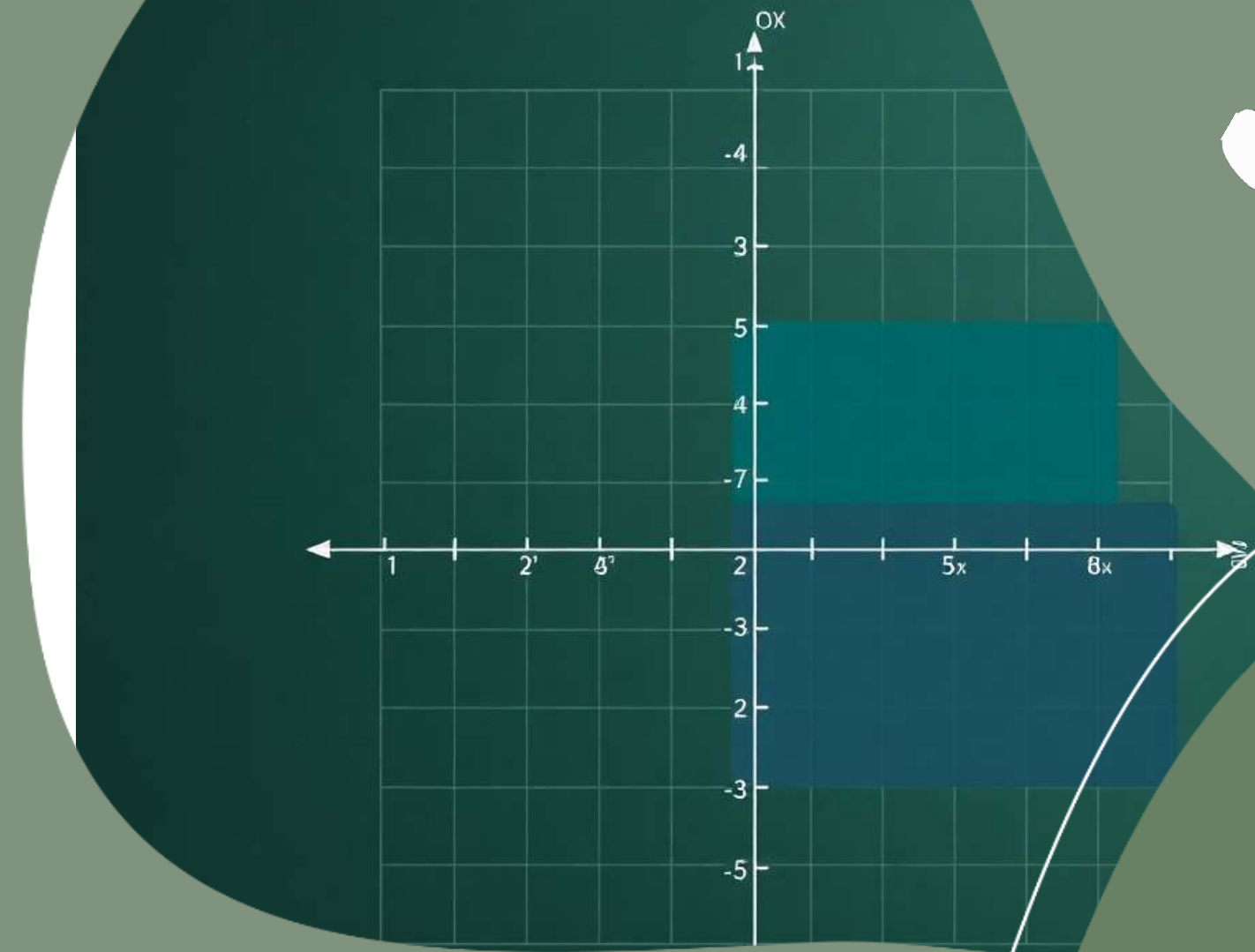
На плоскости любая точка задаётся парой чисел  $(x; y)$ , поэтому решение системы удобно изображать прямо на координатной сетке и сразу видеть расположение области.

## Оси задают переменные

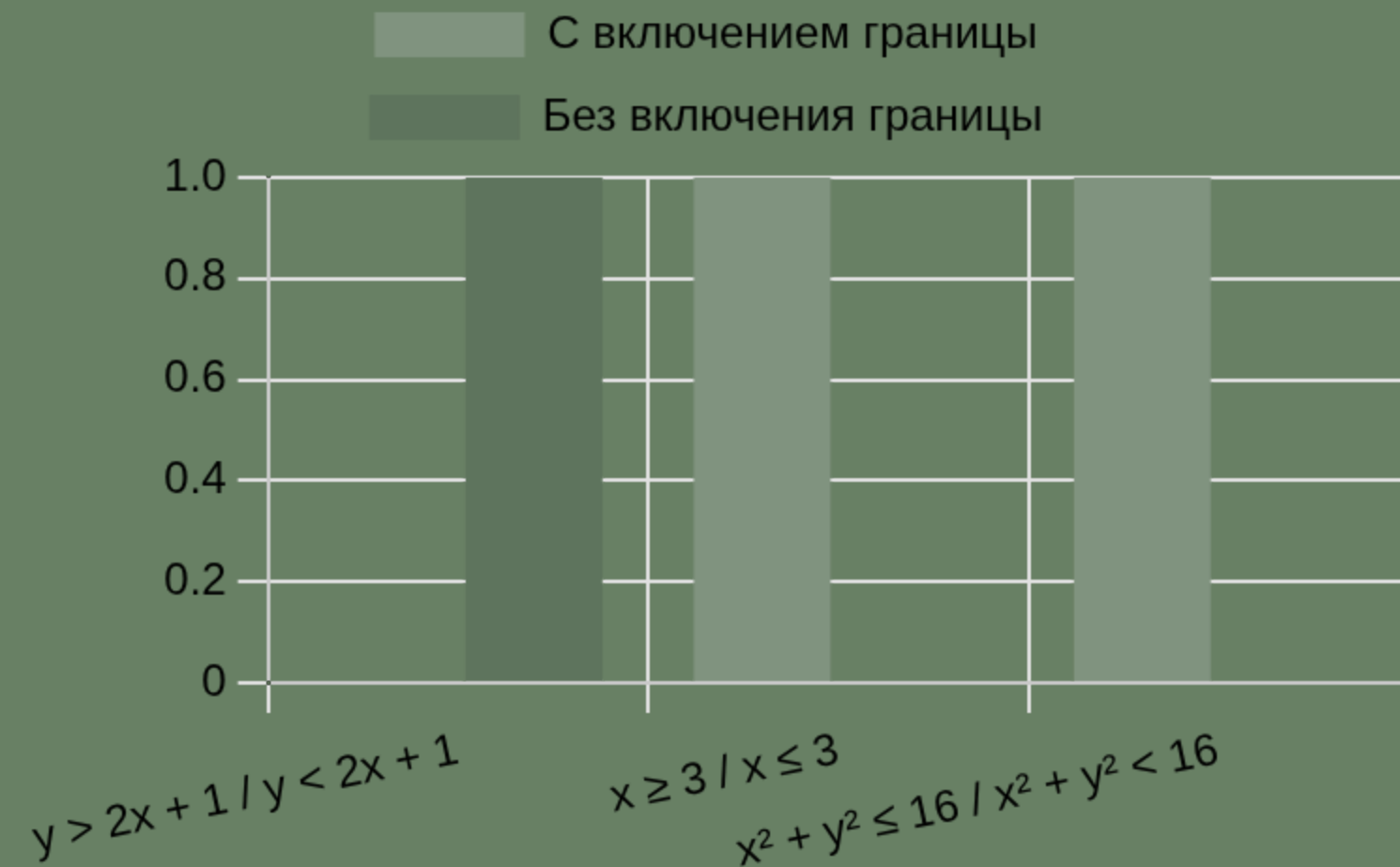
Ось  $Ox$  показывает значения  $x$ , а ось  $Oy$  — значения  $y$ . Это помогает связывать формулы с рисунком и понимать, какие точки подходят по условию.

## Общая область выделяется отдельно

Решением считается только та часть рисунка, где выполняются все неравенства сразу. Обычно её закрашивают сильнее, чтобы она сразу отличалась от остальных областей.



# Как меняется ответ при смене знака неравенства



Сравнение учебных примеров на прямой, окружности и линии

Смена знака не меняет саму границу, но полностью перестраивает ответ: область либо включает линию, либо исключает её.

Главное различие между парами неравенств — включение границы; именно оно определяет, попадут ли точки линии в решение.

# Правила оформления решения

## 1. Стройте точно

Каждую границу нужно проводить по координатам без смещения, пропусков и лишних линий. Аккуратный рисунок помогает избежать ошибок при чтении области решения.

## 2. Выбирайте нужный тип линии

Сплошная линия соответствует знакам  $\leq$  и  $\geq$ , а пунктирная — знакам  $<$  и  $>$ . Это сразу показывает, входит ли граница в ответ системы.

## 3. Выделяйте ответ понятно

Общую область решений удобно штриховать или закрашивать более густо. Затем ответ можно записать словами, перечислить условия или показать прямо на рисунке.

# Зачем нужны системы неравенств



## 1. Моделируют ограничения

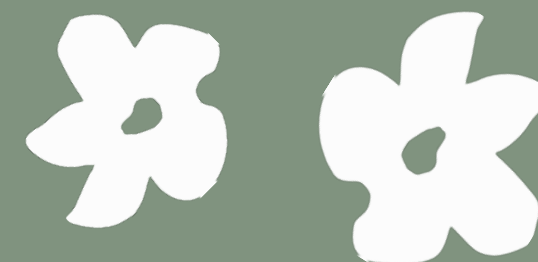
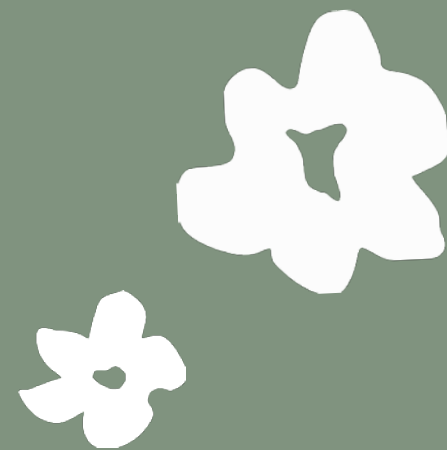
Системы неравенств описывают реальные рамки: бюджет, время, расстояние, количество ресурсов. Благодаря им можно записать не одно число, а целую допустимую область.

## 2. Связывают разные разделы

Эта тема соединяет уравнения, графики и смысл задачи. Ученик учится переводить текст на язык математики и обратно, не теряя важные условия.

## 3. Готовят к сложным задачам

В 9 классе такие задания становятся основой для дальнейшего изучения областей решений и моделирования, где нужно учитывать несколько условий одновременно.



# Системы неравенств: от формулы к области

Система неравенств с двумя переменными показывает не точку, а целую область на плоскости. Умение строить границы, выбирать проверочную точку и находить пересечение условий делает решение понятным и точным.