



$$y = x^{\frac{y}{x}} y = y^n = x^{\frac{y}{x} \cdot n}$$
$$y_{\frac{y}{x}} = x^n \dots$$



Функция $y = x^n$: как меняется график при разных n

Показатель степени задаёт форму, симметрию и поведение графика.



Где встречаются степенные зависимости

Степенные функции помогают описывать площадь, объём и масштабирование. По ним легко понять, почему квадрат и куб растут по-разному, а графики $y = x$, $y = x^2$ и $y = x^3$ становятся базовыми ориентирами в алгебре.



1

**значение функции y задаётся
для каждого x однозначно.**

Это показывает, что каждому
аргументу соответствует только
один результат, поэтому график
строится по точкам и остаётся
непрерывным по виду.

Школьное определение функции $y = x^n$;
учебный курс алгебры

Значения функции при разных x и n

Сравнение значений помогает увидеть влияние чётности степени и знака аргумента.

При чётной степени противоположные числа дают одинаковый результат, а при нечётной — разные по знаку.

Вычисления по формуле $y = x^n$ для $x = -2, -1, 0, 1$

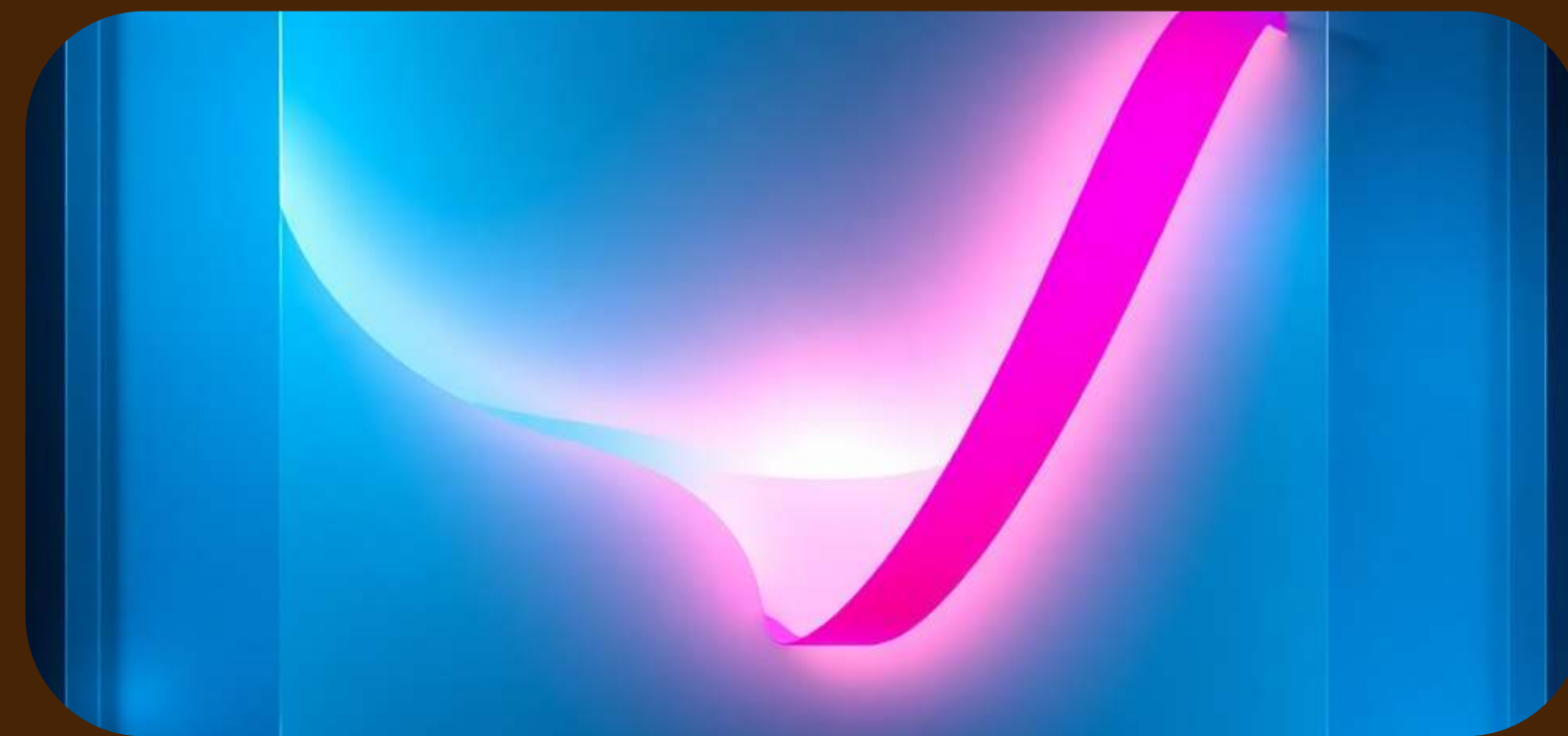
x	$n=1$	$n=2$	$n=3$
-2	-2	4	-8
-1	-1	1	-1
0	0	0	0
1	1	1	1

Три базовых графика степеней



Прямая $y = x$

Это самый простой случай степенной функции. График проходит через начало координат и идёт под углом, одинаково увеличивая y при росте x . Он служит отправной точкой для сравнения с более сложными степенями.



Парабола и кубическая кривая

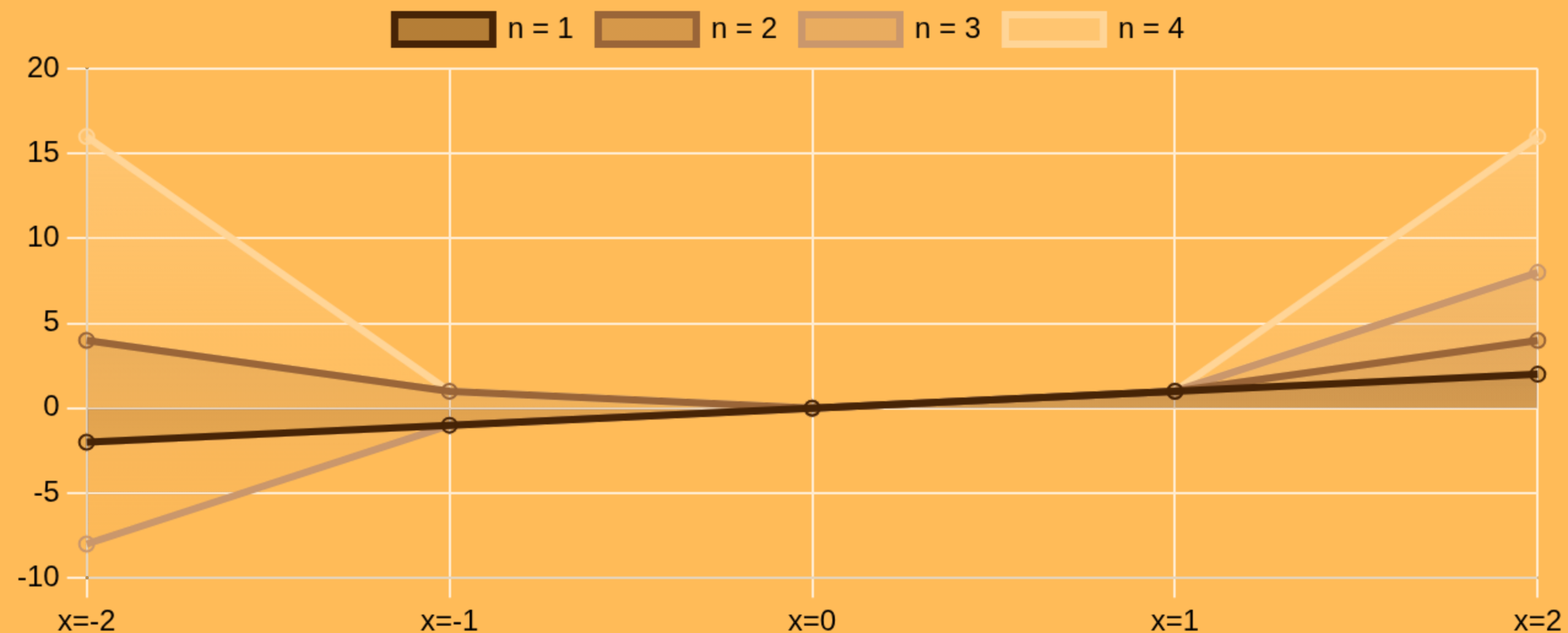
У $y = x^2$ график поднимается вверх с обеих сторон и выглядит симметрично, как раскрытая чаша. У $y = x^3$ кривая проходит через начало координат, а слева уходит вниз, справа — вверх, образуя плавную S-форму.

Рост значений при разных степенях

Линии показывают, как быстро меняется значение функции при одинаковых x . Особенно заметна разница между малым и большим по модулю числом.

Чем больше n , тем сильнее график «сжимается» около нуля при $|x| < 1$ и растёт при $|x| > 1$.

Расчёты по формуле $y = x^n$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$



Нечётные степени: основные свойства



Знак сохраняется

Если x положительное, то и y положительное; если x отрицательное, то результат тоже отрицательный. Поэтому график нечётной степени повторяет знак аргумента.



Проходит через начало

При $x = 0$ получается $y = 0$, поэтому график всегда проходит через начало координат. Эта точка помогает быстро проверить правильность построения.



Две четверти

Нечётные степени располагаются в первой и третьей четвертях. Слева от нуля график уходит вниз, а справа — вверх, создавая характерную плавную кривую.



Симметрия относительно начала

У таких функций нет зеркальной симметрии относительно оси Oy . Вместо этого точки по разные стороны начала координат соответствуют друг другу при одинаковом модуле x .

Чётные степени: основные свойства

.1

Всегда неотрицательны

При чётной степени любое число, кроме нуля, даёт положительный результат. Поэтому график не опускается ниже оси Ox и может только касаться её в начале координат.

.2

Одинаковые пары

Для чисел a и $-a$ получаются одинаковые значения функции. Это удобно проверять на примерах: $(-2)^2$ и 2^2 дают один и тот же результат.

.3

Зеркальная форма

График чётной степени симметричен относительно оси Oy . Левая и правая части выглядят одинаково, как отражение в зеркале.

.4

Две верхние четверти

Такие графики располагаются в первой и второй четвертях. Слева и справа от нуля они поднимаются вверх, а точка $(0,0)$ служит самой нижней точкой.

Как построить график $y = x^n$ по точкам

Последовательность действий при построении графика в школьном курсе алгебры

.1

Чётные степени

Если степень чётная, точки с одинаковым модулем x лежат на одной высоте. Из-за этого левая и правая части графика выглядят зеркально относительно оси Oy .

.2

Нечётные степени

Если степень нечётная, знак результата совпадает со знаком аргумента. Поэтому точки по разные стороны нуля оказываются в противоположных четвертях и дают центральную симметрию.

Симметрия графиков при чётных и нечётных n

.3

Как запомнить

Удобно смотреть на пару чисел $-a$ и a . Для чётной степени их значения одинаковы, а для нечётной — противоположны, и это сразу подсказывает общий вид графика.



Сравнение чётных и нечётных степеней

Таблица показывает, как чётность показателя влияет на знак значений, симметрию и расположение графика на координатной плоскости.

Главное различие связано с чётностью степени: она определяет не только знак значений, но и общий вид графика.

Свойства функции $y = x^n$ из школьного курса алгебры

Признак	Чётное n	Нечётное n
Знак при $x < 0$	$y \geq 0$	знак сохраняется
Симметрия	относительно Oy	относительно начала
Примеры	x^2, x^4	x^3, x^5

Особые значения x , которые удобно запоминать



Ноль

При $x = 0$ всегда получаем $y = 0$, потому что любое натуральное возведение нуля в степень остаётся нулём. Эта точка помогает быстро проверить, проходит ли график через начало координат.



Единица

При $x = 1$ значение функции всегда равно 1, независимо от показателя n . Если на рисунке точка $(1,1)$ отсутствует, значит, график построен неверно или допущена ошибка в вычислениях.



Минус один

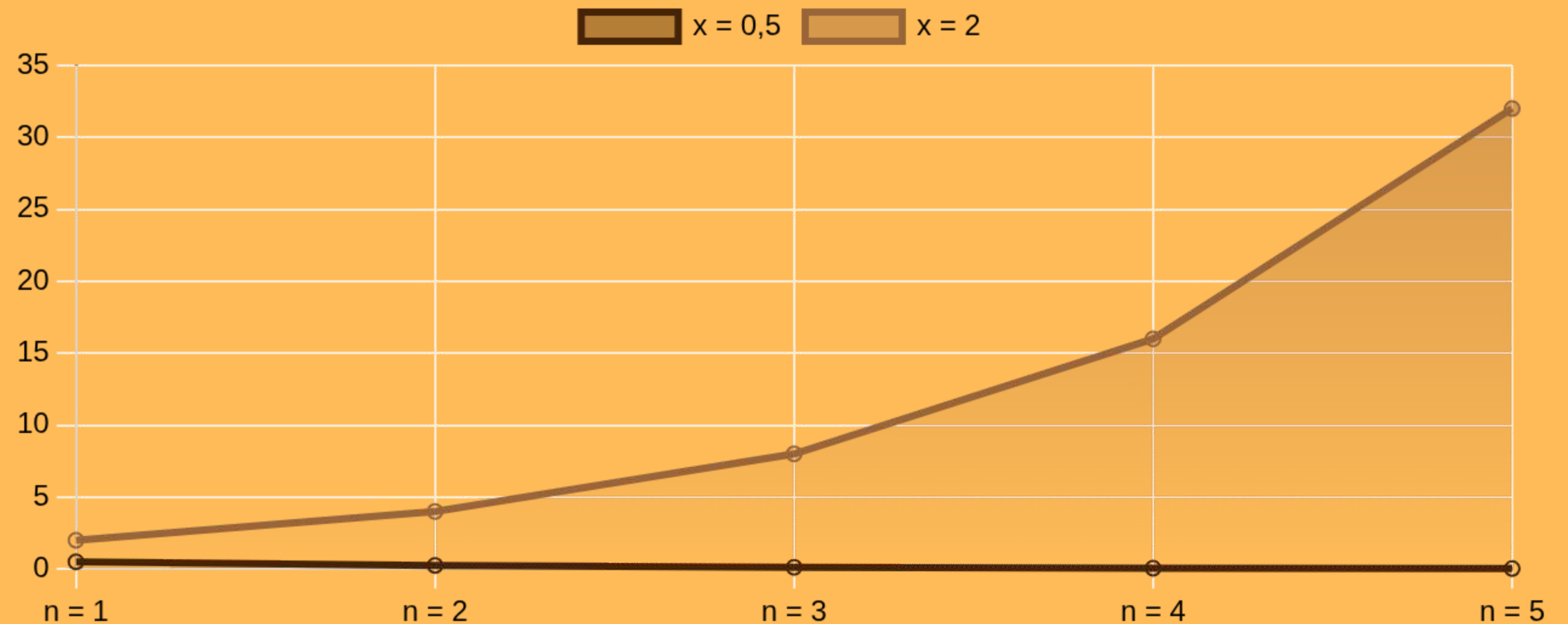
При $x = -1$ ответ зависит от чётности степени: для чётного n получается 1, для нечётного — -1 . Эти две точки особенно удобны для быстрой проверки симметрии графика.

Как меняется график при увеличении n

При одном и том же x рост степени меняет значение очень по-разному: числа меньше 1 уменьшаются, а числа больше 1 быстро увеличиваются.

Увеличение n усиливает контраст: около нуля график опускается ниже, а при больших x поднимается всё резче.

Вычисления для $x = 0,5$ и $x = 2$ при $n = 1, 2, 3, 4, 5$



Возрастание и убывание функции

Нечётная степень

Если n нечётное, функция сохраняет знак числа. Поэтому она возрастает на всей числовой прямой и проходит через начало координат без разрыва направления.

Почему это происходит

Разница связана с правилами степеней: нечётная степень сохраняет знак, а чётная делает отрицательные числа положительными. Отсюда и разное поведение графиков.

Чётная степень

Если n чётное, отрицательные и положительные x дают одинаковые y . Слева от нуля функция убывает, а справа — возрастает, образуя форму с минимумом в $(0,0)$.

Связь со знакомыми жизненными примерами



Площадь квадрата

Если сторона квадрата увеличивается в 3 раза, его площадь возрастает в 9 раз. Формула $S = a^2$ наглядно показывает, как степень связывает длину стороны и результат вычисления.

Объём куба

При увеличении ребра куба в 2 раза объём становится в 8 раз больше. Формула $V = a^3$ помогает увидеть, что даже небольшое изменение стороны сильно влияет на итог.

Почему это важно

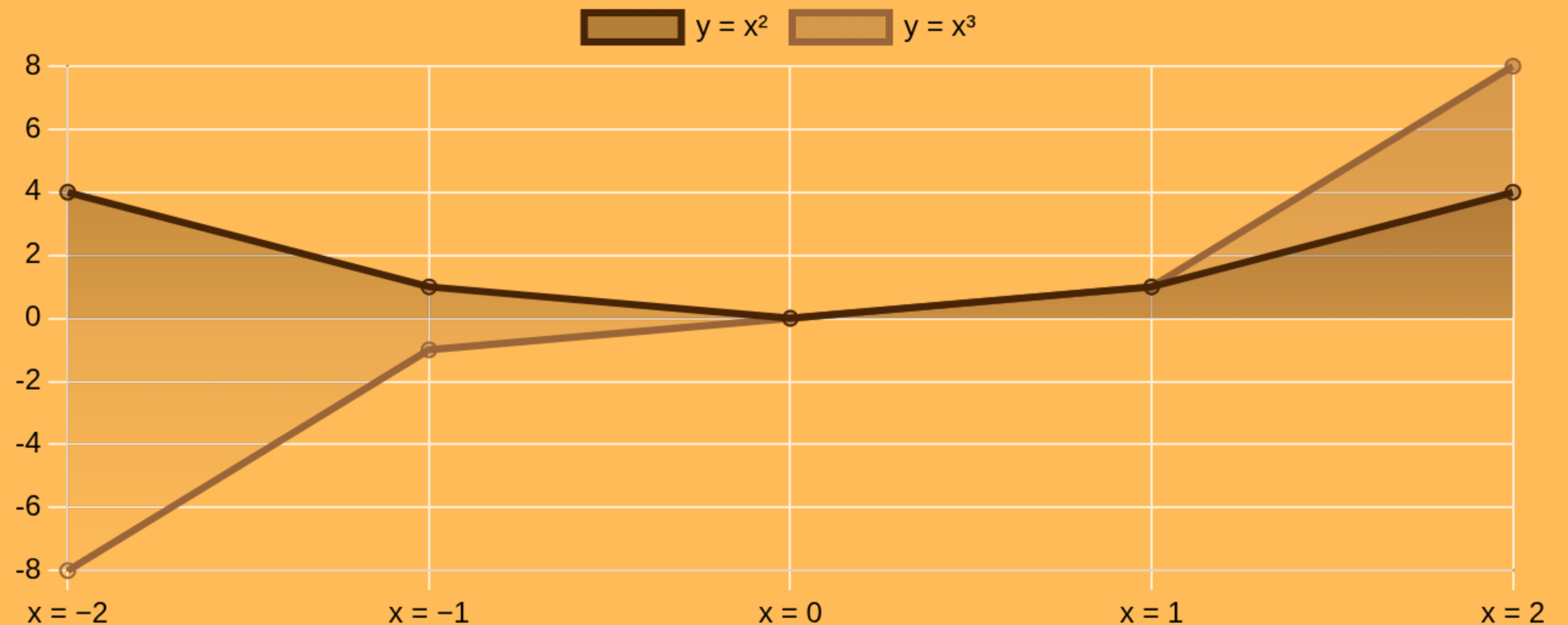
Степень показывает скорость роста величины. Поэтому функция $y = x^n$ удобна для объяснения масштабирования: чем больше n , тем сильнее отличаются маленькие и большие значения x .

Точки для функций $y = x^2$ и $y = x^3$

Обе функции проходят через точки с $x = 0$ и $x = 1$, но по-разному ведут себя слева от нуля: это хорошо видно на точечной диаграмме.

Чётная степень даёт только неотрицательные значения, а нечётная сохраняет знак аргумента. Именно это создаёт различие между двумя графиками.

Вычисления значений функции $y = x^2$ и $y = x^3$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$



Типичные ошибки при работе с $y = x^n$



Когда минус превращается в плюс

Частая ошибка появляется при вычислении значений для отрицательного x . Ученик забывает, что при чётной степени минус исчезает, а при нечётной сохраняется. Из-за этого точки на графике оказываются не на своих местах.



Путаем симметрию

Иногда график $y = x^2$ рисуют как будто он должен быть похож на $y = x^3$. Но у чётной степени обе стороны поднимаются вверх одинаково, а у нечётной одна часть идёт вниз, другая —

Минимальный набор точек для построения графика

Пять точек обычно достаточно, чтобы увидеть форму графика, проверить вычисления и определить, какая симметрия должна получиться.

Набор точек сразу показывает различие между чётной и нечётной степенью, поэтому его удобно использовать для построения и самопроверки.

Вычисления значений функции $y = x^n$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$

x	n = 2	n = 3	n = 4
-2	4	-8	16
-1	1	-1	1
0	0	0	0
1	1	1	1

Что важно запомнить о функции $y = x^n$



Показатель важен

Именно n определяет, как выглядит график: насколько он крутой, где расположен и какие значения принимает. Один и тот же x может дать очень разные результаты при разных степенях.



Чётные степени

При чётном n график симметричен относительно оси Oy . Значения слева и справа от нуля совпадают, поэтому кривая выглядит как зеркальное отражение самой себя.



Нечётные степени

При нечётном n график имеет центральную симметрию относительно начала координат. Знак y повторяет знак x , и кривая проходит из III четверти в I.



Контрольные точки

Точки $(0,0)$, $(1,1)$ и $(-1,1)$ или $(-1, -1)$ помогают быстро проверить правильность построения. Если они не совпадают, значит, в вычислениях или симметрии есть ошибка.

Итоги: одна формула, разные графики

Функция $y = x^n$ показывает, как один закон меняет форму при разной степени. Чётность n задаёт симметрию, а величина показателя — крутизну и характер роста графика.