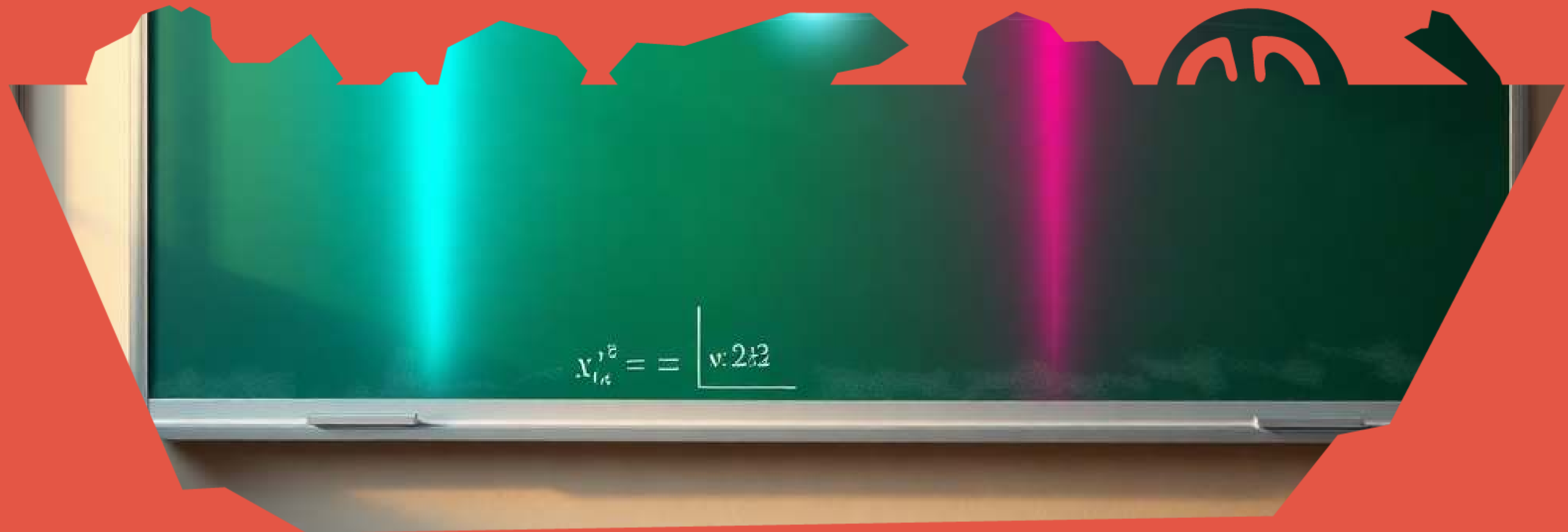


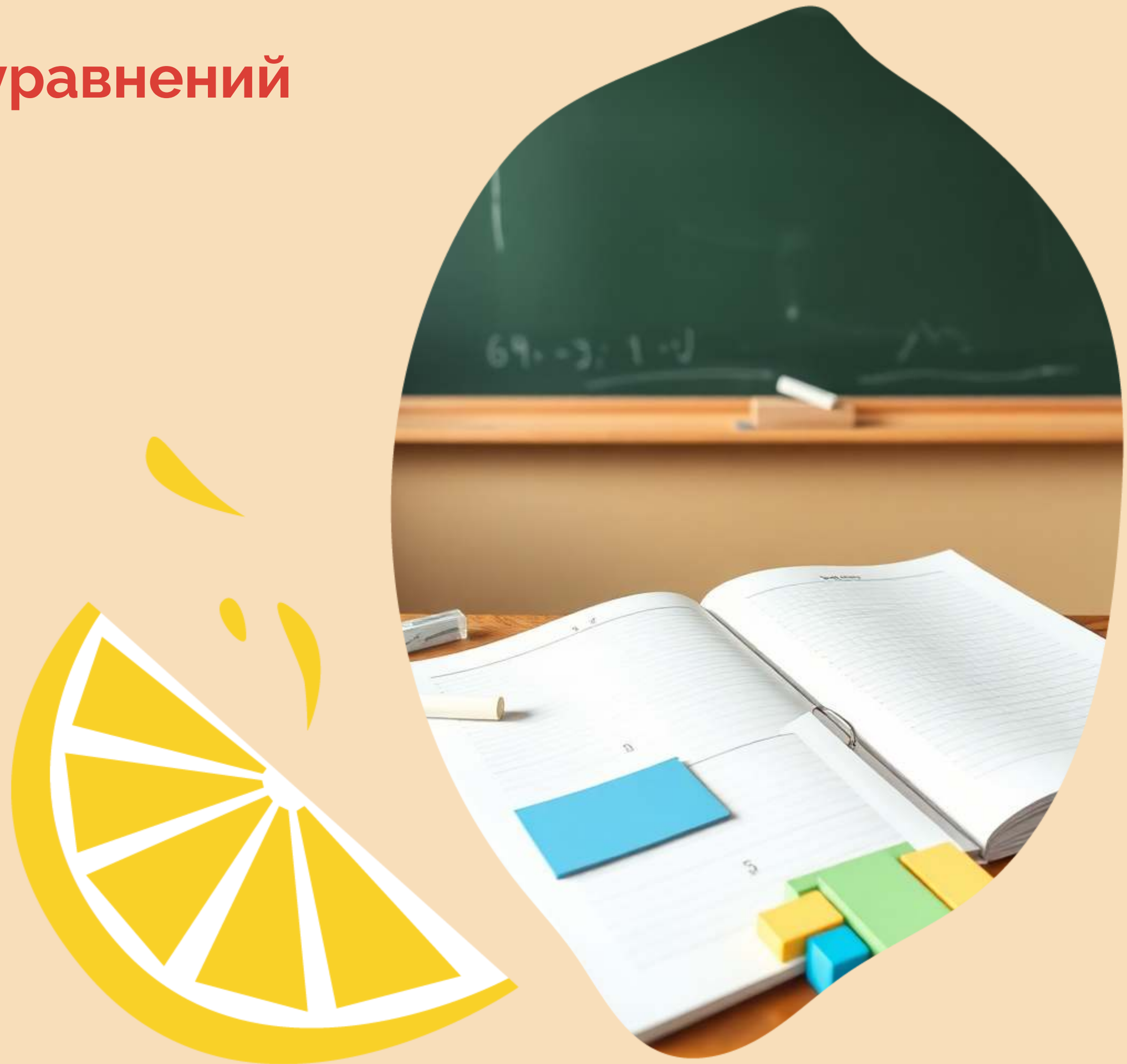
Системы линейных уравнений

Изучаем понятие, способы решения и графический смысл.



Зачем изучать системы уравнений в 9 классе

Эта тема соединяет алгебру, графики и координатную плоскость. Она помогает находить две неизвестные по двум условиям и регулярно встречается в заданиях ОГЭ.



Что называют линейным уравнением и системой

Форма уравнения

Линейное уравнение с двумя переменными записывают как $ax + by = c$. Здесь a , b и c — числа, а x и y — неизвестные величины.

Что важно в виде

Переменные входят только в первой степени. В таких уравнениях нет квадратов, дробных степеней и произведения $x \cdot y$, поэтому зависимость остаётся линейной и удобной для графического представления.

Что такое система

Система объединяет два уравнения, которые должны выполняться одновременно. Она описывает ситуацию, где одних данных недостаточно, и нужно учитывать сразу два условия.

Как записывают ответ

Решением системы считают упорядоченную пару чисел $(x; y)$. Эта пара должна подходить каждому уравнению сразу, а не только одному из них.



Решение системы как точка на координатной плоскости

Пара чисел — точка

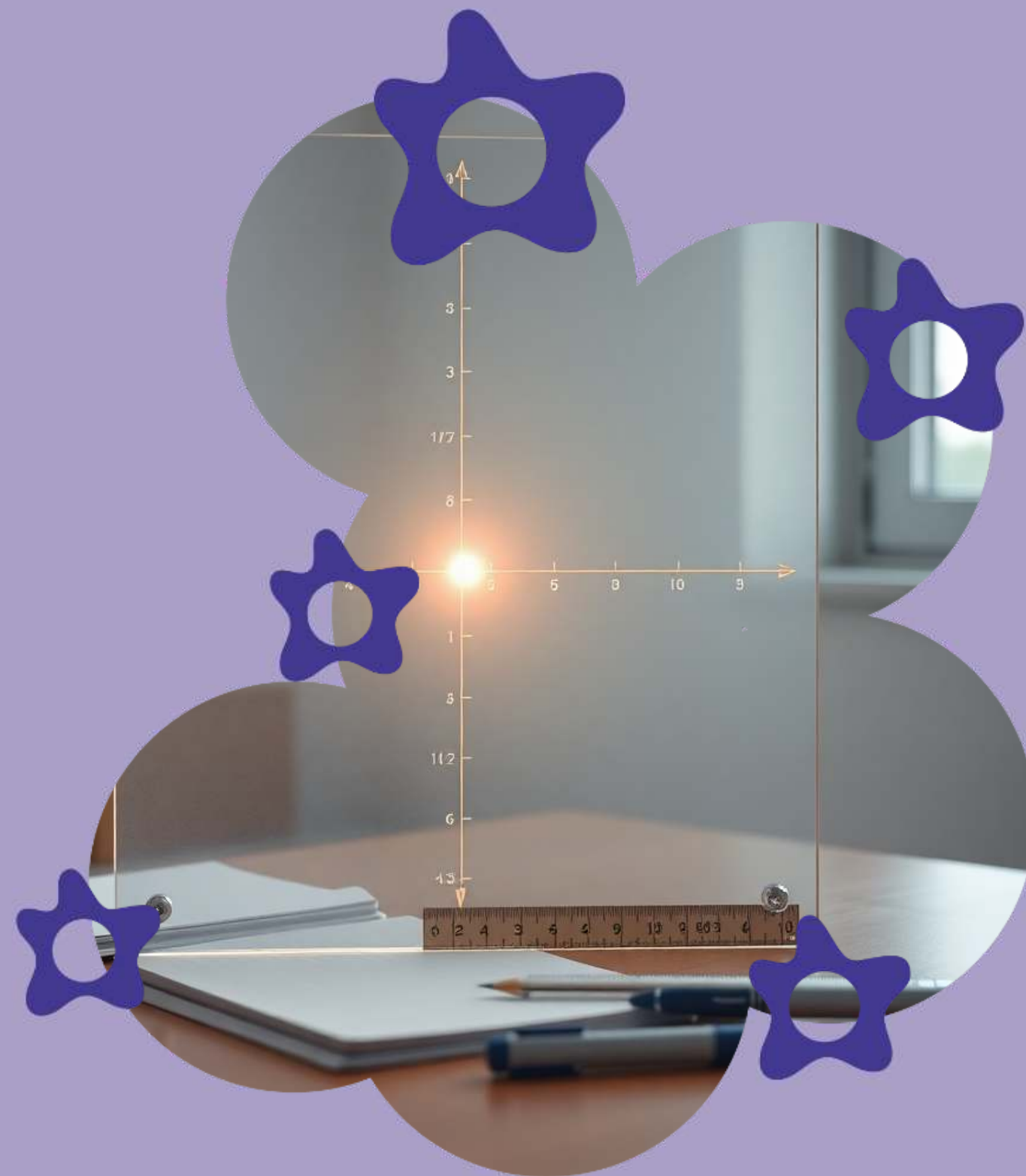
Каждая пара $(x; y)$ на плоскости задаёт конкретную точку. Если числа удовлетворяют обоим уравнениям, эта точка одновременно принадлежит двум прямым.

Пример ответа

Например, пара $(2; 3)$ может быть решением, если при подстановке в оба уравнения получаются верные равенства. Тогда на рисунке отмечают одну общую точку.

Общий смысл решения

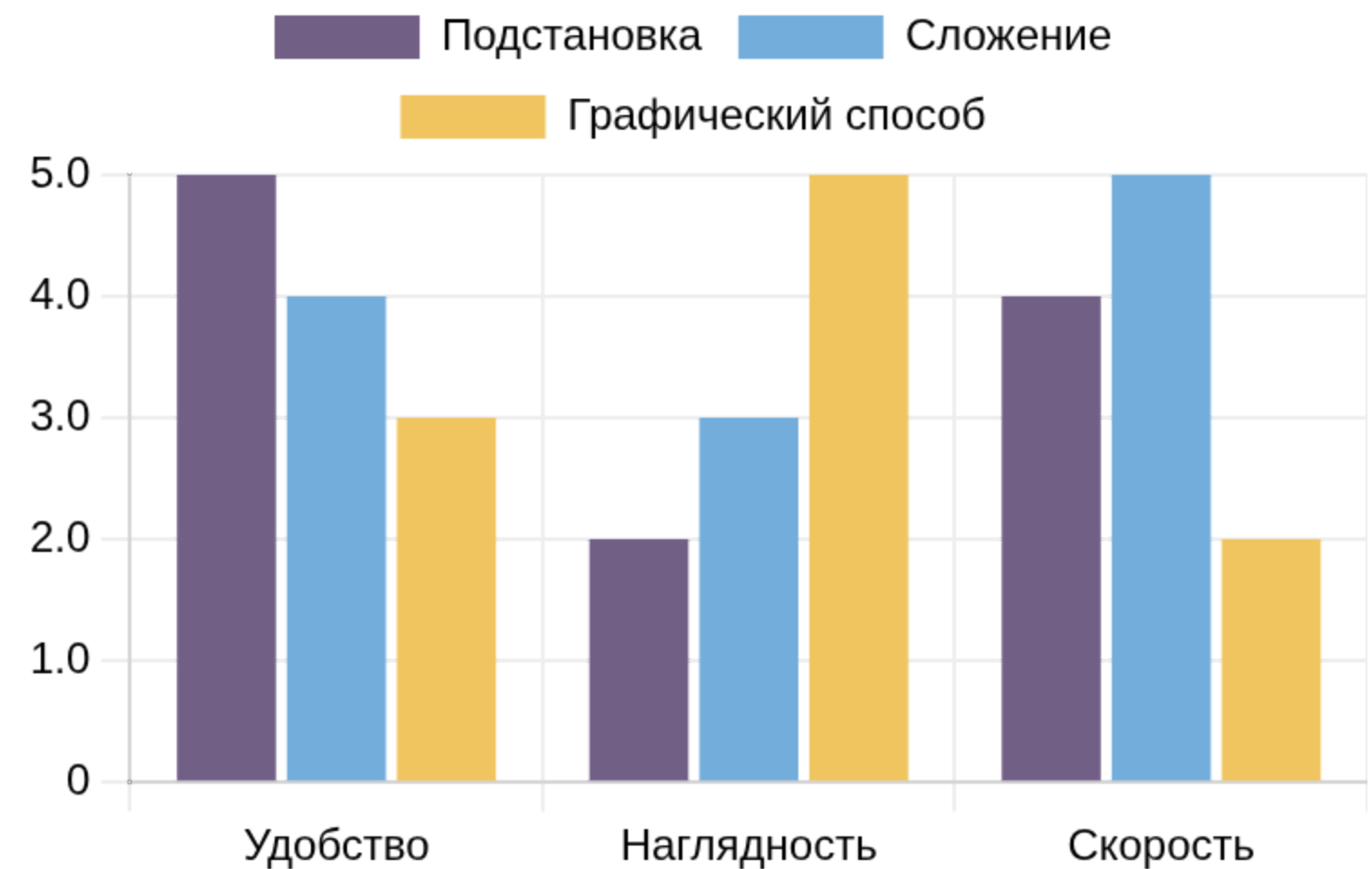
Решение системы — это точка пересечения графиков. Именно в ней значения x и y согласуются с обоими условиями, заданными в системе.



Три способа решения систем

Каждый способ полезен в своей ситуации: выбор зависит от вида коэффициентов и цели решения.

Сложение обычно быстрее, подстановка удобна при простом выражении, а график лучше всего показывает смысл решения.



Сравнительная оценка учебных способов решения систем линейных уравнений

Способ подстановки: последовательность действий

1

Выразить переменную

Сначала одно из уравнений преобразуют так, чтобы одна переменная была выражена через другую. Особенно удобно, когда коэффициент при ней равен 1 или -1 .

2

Подставить выражение

Затем найденное выражение подставляют во второе уравнение. В результате получается уравнение только с одной неизвестной, которое можно решить обычными приёмами.

3

Найти вторую переменную

После нахождения значения одной переменной подставляют его обратно в любое исходное уравнение. Так получают вторую переменную и формируют пару ответа.

4

Проверить результат

Готовую пару чисел полезно подставить в оба уравнения ещё раз. Это помогает заметить ошибки в преобразованиях, знаках и арифметических вычислениях.

Способ сложения: когда уравнения объединяют

Сделать коэффициенты удобными

Сначала уравнения иногда умножают на числа, чтобы коэффициенты при одной переменной стали противоположными. Тогда при сложении эта переменная исчезает.

Сложить или вычесть

После подготовки уравнения складывают или вычитают. В итоге остаётся одно уравнение с одной переменной, которое решается значительно проще.

Найти вторую координату

Когда первая переменная найдена, её подставляют в любое исходное уравнение. Так вычисляют вторую переменную и получают решение системы в виде пары.

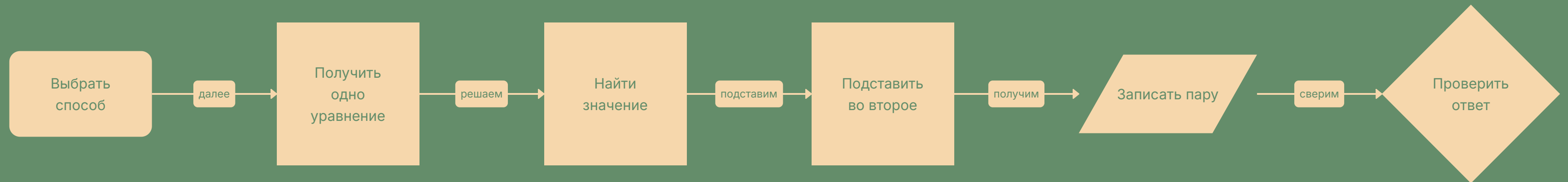
Когда способ особенно хорош

Этот метод часто оказывается быстрее подстановки, если коэффициенты легко сделать противоположными. Он экономит время и уменьшает число промежуточных действий.

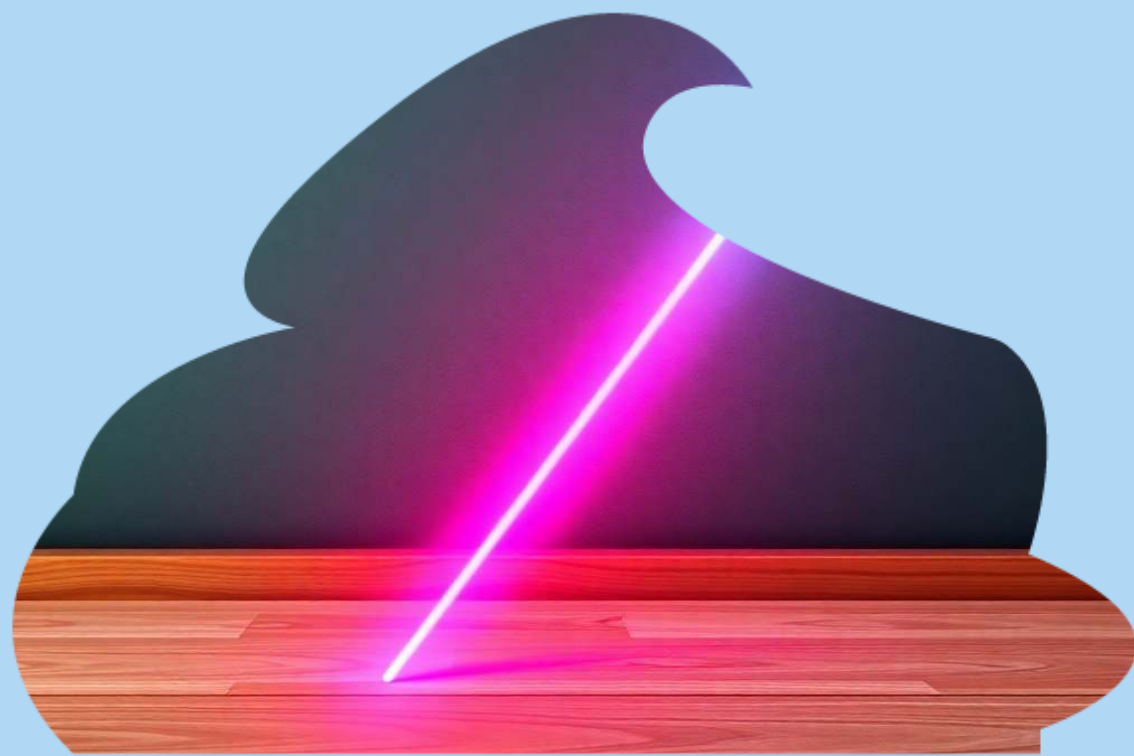


Алгоритм решения системы

Последовательность действий при решении подстановкой, сложением или графически

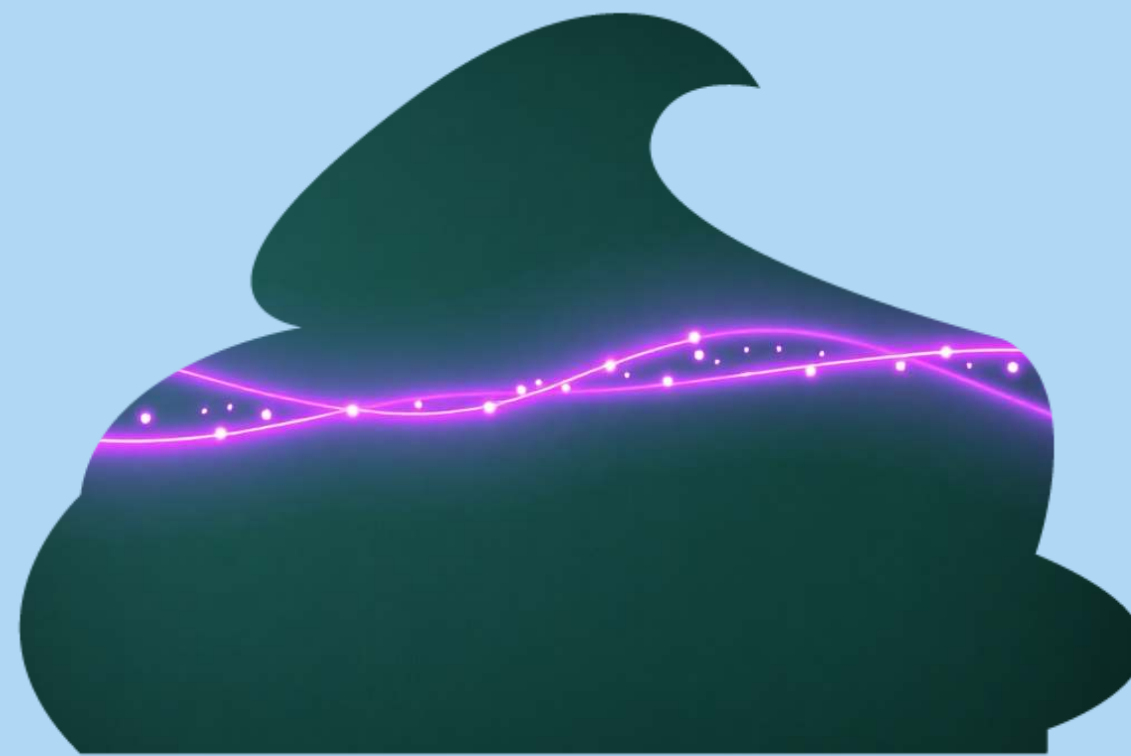


Графический смысл системы линейных уравнений



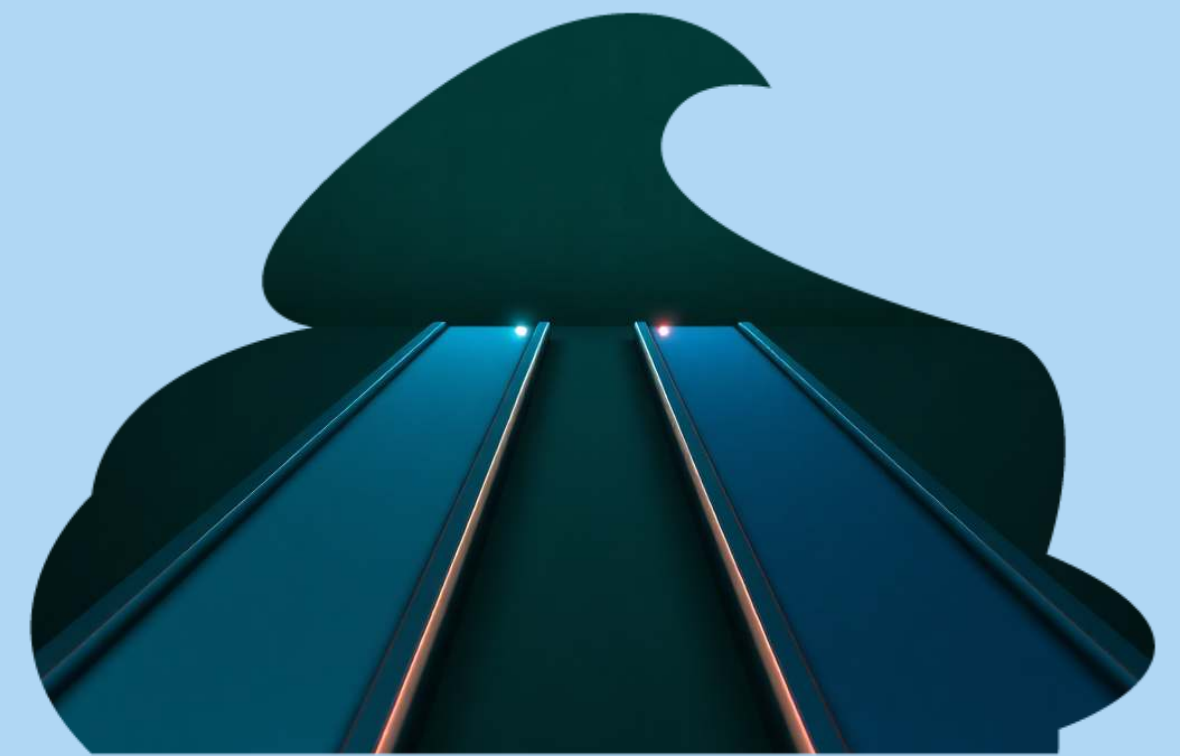
Одна точка пересечения

Каждое линейное уравнение с двумя переменными задаёт прямую на координатной плоскости. Если две прямые пересекаются в одной точке, система имеет единственное решение. Именно координаты этой точки и становятся ответом.



Совпадающие прямые

Иногда оба уравнения описывают одну и ту же прямую. Тогда на рисунке видна полная совместимость графиков, а решений получается бесконечно много. Подходит любая точка этой прямой, если она удовлетворяет обоим уравнениям.



Параллельные прямые

Сколько решений может иметь система

Положение прямых на плоскости полностью определяет число решений системы.

Пересечение даёт единственный ответ, совпадение — бесконечно много ответов, параллельность — отсутствие решения.

Правило для систем линейных уравнений с двумя переменными

Случай	Прямые	Решения
1	Пересекаются	Одно
2	Совпадают	Беск.
3	Параллельны	Нет

Почему возникают разные случаи

1

Сравните коэффициенты

Когда коэффициенты при x и y пропорциональны, прямые имеют одинаковый наклон. Тогда они либо совпадают полностью, либо идут параллельно и не пересекаются.

2

Различаются свободные члены

Если отношения коэффициентов при x и y одинаковы, а свободные члены разные, уравнения задают две параллельные прямые. Общей точки у них нет, значит, решений не существует.

3

Все коэффициенты пропорциональны

Когда пропорциональны не только коэффициенты при переменных, но и свободные члены, оба уравнения описывают одну и ту же прямую. В этом случае решений бесконечно много.

4

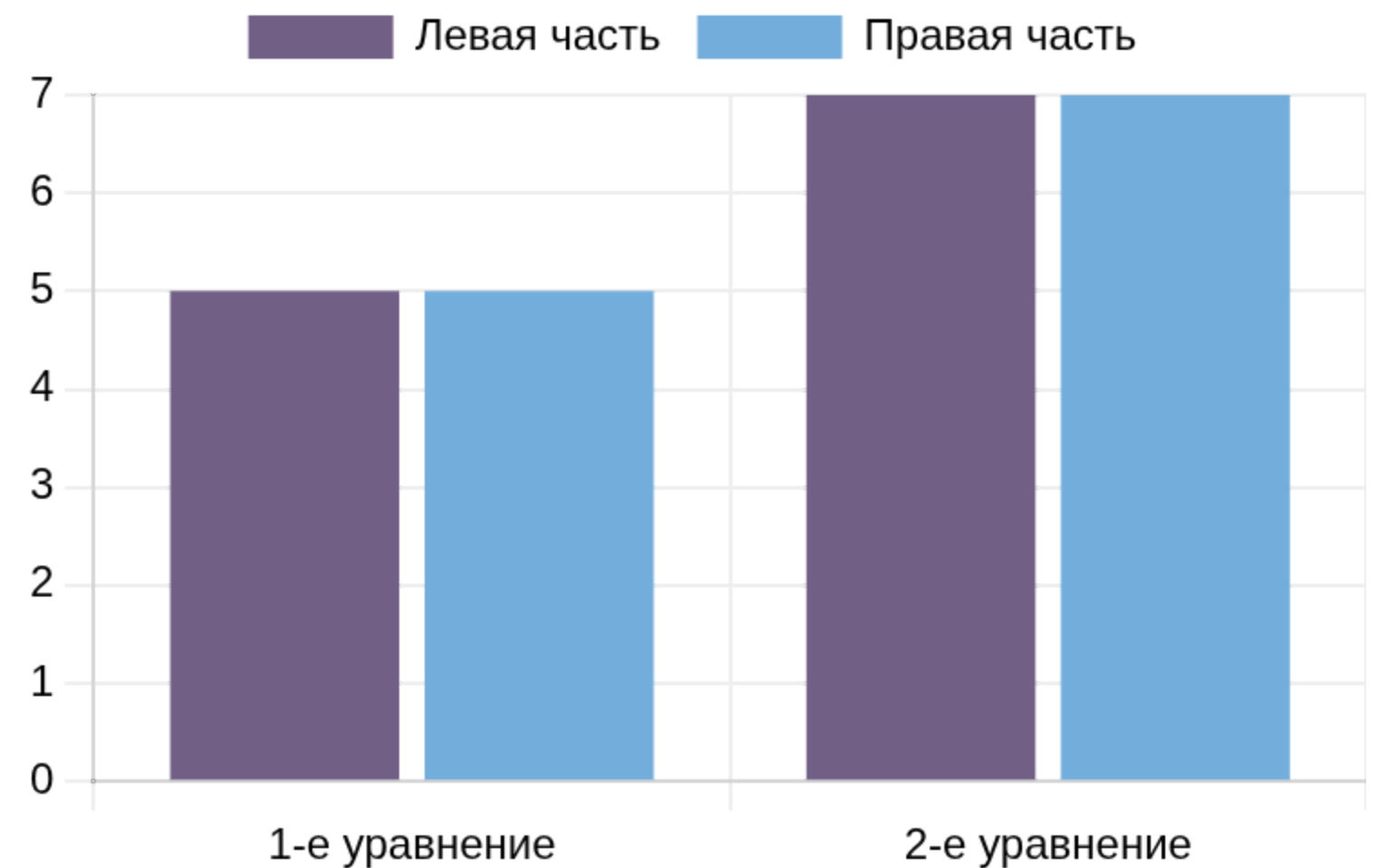
Нет пропорциональности

Если коэффициенты не связаны пропорцией, прямые пересекаются в одной точке. Такая точка и является единственным решением системы, потому что подходит сразу обоим уравнениям.

Проверка ответа на конкретной паре чисел

Если значения левой и правой частей совпадают в обоих уравнениях, найденная пара чисел действительно является решением системы.

Равенство столбцов показывает, что подстановка выполнена верно; если хотя бы в одном уравнении значения различаются, ответ нужно пересчитать.



Учебный пример проверки подстановкой для пары (1; 4).

Текстовая задача про стоимость товаров

1

Выделить неизвестные

Сначала удобно обозначить, что именно нужно найти: например, цену тетради и цену ручки. Буквы помогают превратить текст задачи в математическую запись и не запутаться в данных.

2

Использовать два условия

Затем из условия выписывают два независимых факта: сколько всего купили и сколько заплатили. Для каждого факта составляют отдельное уравнение, чтобы получить систему с двумя неизвестными.

3

Записать связи чисел

Одно уравнение обычно описывает количество предметов, а другое — общую стоимость покупки. Важно следить, чтобы в каждом выражении использовались одни и те же обозначения и единицы измерения.

4

Проверить смысл ответа

После решения нужно убедиться, что найденные значения подходят к задаче по смыслу. Цена не может быть отрицательной, а полученная пара чисел должна точно соответствовать условию покупки.

Типичные ошибки при решении систем

Сбиваются со знаками

При переносе слагаемых легко забыть изменить знак. Из-за такой неточности уравнение становится неверным, поэтому каждый перенос лучше выполнять медленно и сразу проверять запись.

Путают x и y

Иногда ученик находит правильное число, но подставляет его не в ту переменную. Чтобы избежать путаницы, полезно пометать, где стоит x , а где y , ещё до вычислений.

Пропускают проверку

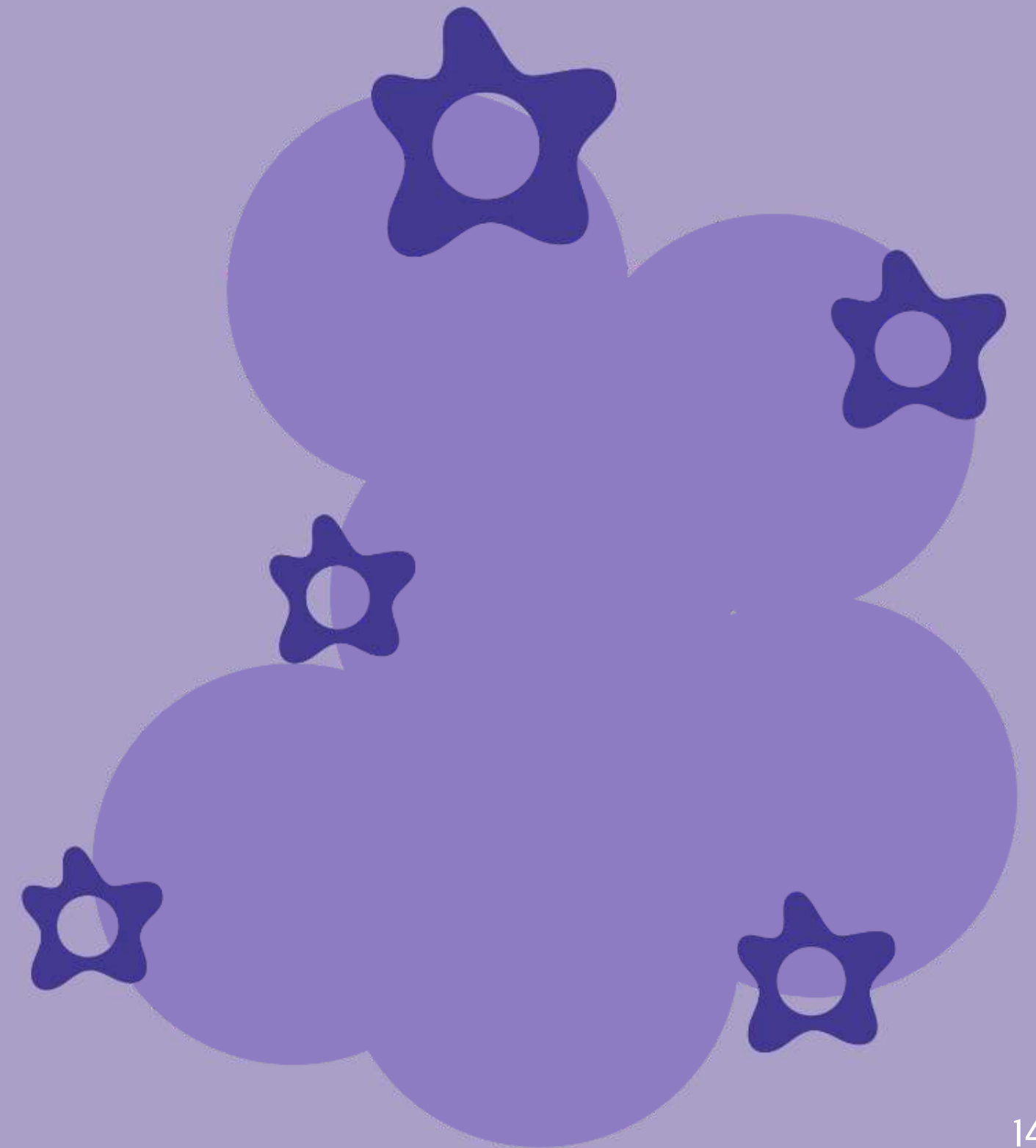
Без подстановки в оба исходных уравнения легко не заметить арифметическую ошибку. Проверка занимает немного времени, зато помогает быстро обнаружить неточность и исправить ответ.

Умножают не всё уравнение

Когда нужно убрать переменную, умножать следует все слагаемые, а не только одно из них. Иначе коэффициенты не совпадут, и дальнейшее решение станет ошибочным.

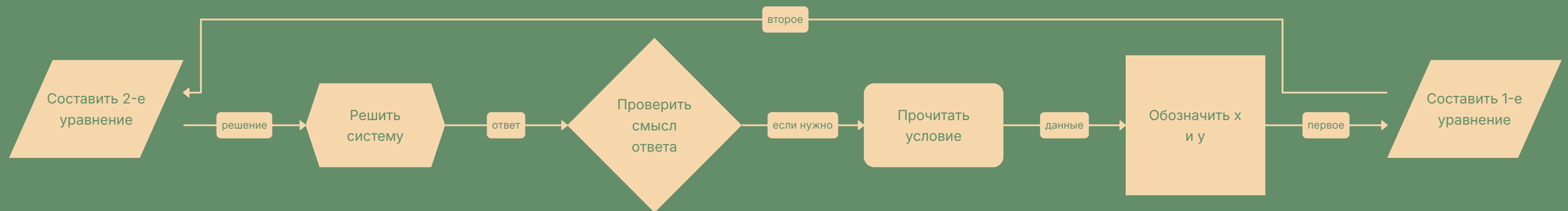
Записывают только одно число

Ответ системы всегда состоит из пары чисел, а не из одного значения. Если записать лишь x или лишь y , решение будет неполным, даже при верных вычислениях.



Как составить систему по условию задачи

Последовательность действий при переводе текстовой задачи на язык уравнений и проверке ответа



Где системы линейных уравнений встречаются в жизни



Поездка и маршрут

Системы помогают решать задачи о движении, когда известны расстояние, время или скорость, но неизвестны два значения сразу. Так можно сравнить несколько вариантов маршрута и выбрать тот, который подходит по условиям задачи.



Покупки и бюджет

В магазине системы уравнений используют, чтобы найти цену одного товара и количество другого по общей сумме покупки. Это удобно, когда в условии есть несколько видов предметов и нужно распределить расходы точно.



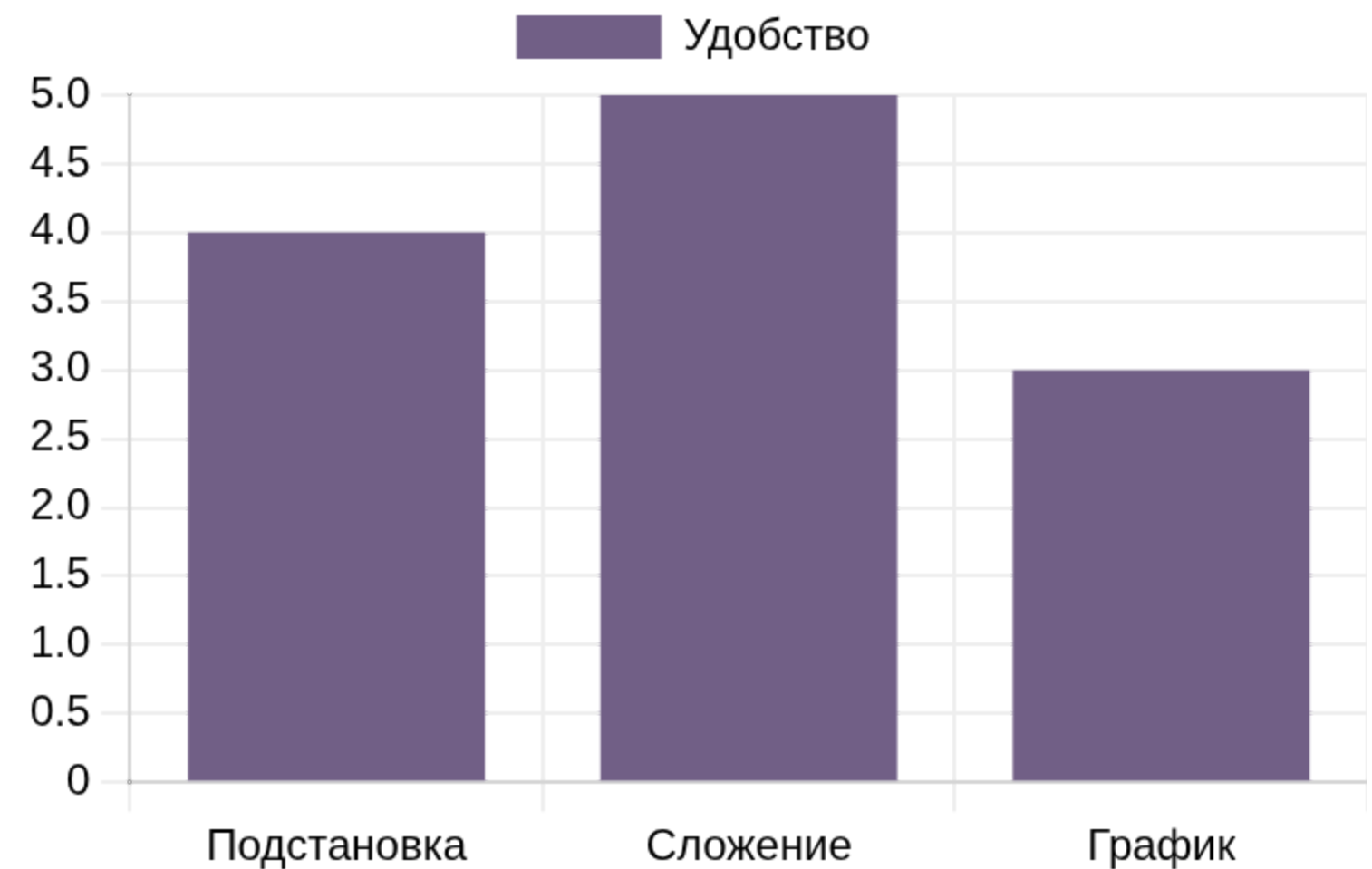
Измерения в науке

В физике и других науках системы применяют для расчётов, где две неизвестные связаны двумя измерениями. Например, по данным опыта можно найти параметры объекта и проверить, согласуются ли результаты между собой.

Сравнение способов решения по удобству

Оценка условная: удобство зависит от вида уравнений и того, насколько легко выполнить преобразования без ошибок.

Для простых выражений чаще выбирают подстановку, при противоположных коэффициентах — сложение, а график лучше использовать для понимания смысла решения.



Сравнительная оценка по школьному курсу алгебры 9 класса.

Потренируемся определять результат по виду прямых



Сопоставьте вид прямых с числом решений и сделайте вывод о системе ещё до вычислений.



Положение прямых сразу показывает, сколько решений имеет система: одна точка, бесконечно много или ни одного.



Правило для систем линейных уравнений с двумя переменными.

Ситуация	Решений	Признак
Пересекаются	1	Одна точка
Совпадают	∞	Одна прямая
Параллельны	0	Нет точки

Что нужно уметь после изучения темы



Распознавать уравнения

Ученик должен отличать линейные уравнения с двумя переменными от других выражений и понимать, какие записи относятся к системе, а какие нет.



Решать разными способами

Важно уверенно применять подстановку и сложение, выбирать более удобный метод и доводить вычисления до аккуратного ответа без лишних действий.



Читать график

Нужно уметь находить точку пересечения прямых, понимать, когда решений одно, много или нет совсем, и связывать рисунок с записью уравнений.



Проверять и формулировать ответ

После решения следует подставить найденную пару чисел в оба уравнения и записать ответ так, чтобы он подходил по смыслу условия задачи.

Системы уравнений учат находить ТОЧНЫЙ ответ

Тема показывает, как два условия превращаются в одну логичную математическую модель. Системы помогают считать, сравнивать и проверять выводы, а главное — видеть связь между формулами и реальной задачей.

