



Разные правила на разных
промежутках аргумента



Функция, заданная несколькими формулами

Когда одна формула не справляется



В жизни правило часто меняется после порога: в такси, тарифах, оценках и скидках. Математика описывает такие ситуации кусочно, чтобы для каждого промежутка значения x действовала своя формула.

Определение кусочно-заданной функции

01. Разные выражения

Кусочно-заданная функция использует не одну, а несколько формул. Каждая из них действует только на своём промежутке значений аргумента и описывает отдельную часть зависимости.

02. Свои условия

У каждого участка есть условие: например, $x < 0$, $0 \leq x < 5$ или $x \geq 5$. Именно оно показывает, где используется данная формула и где начинается следующий участок.

03. Область определения

Все условия вместе должны покрывать нужные значения x без пропусков и противоречий. Тогда каждому допустимому аргументу соответствует ровно одно значение функции.

04. Зачем это нужно

Такой способ записи помогает точно описывать процессы, в которых правило меняется после определённого значения x , не перегружая запись лишними словами и пояснениями.

Как читается запись функции

Первая часть

Запись $f(x)=2x$ при $x<1$ означает, что формула $2x$ используется только для значений аргумента, меньших 1. Для других x она уже не подходит.

Вторая часть

Выражение 3 при $1\leq x<4$ задаёт постоянное значение на промежутке от 1 до 4. Здесь важно заметить, какие границы входят в участок, а какие нет.

Третья часть

Формула $x+1$ при $x\geq 4$ действует для всех чисел, начиная с 4 и дальше. Знак $\geq$ показывает, что точка 4 принадлежит этому промежутку.

Чтение по знакам

Неравенства в записи помогают понять, где заканчивается один участок и начинается другой. Именно они отвечают за принадлежность граничной точки к нужной части функции.

Как найти значение кусочной функции

Последовательность действий при выборе нужной формулы и вычислении значения

График функции по частям

Свой участок

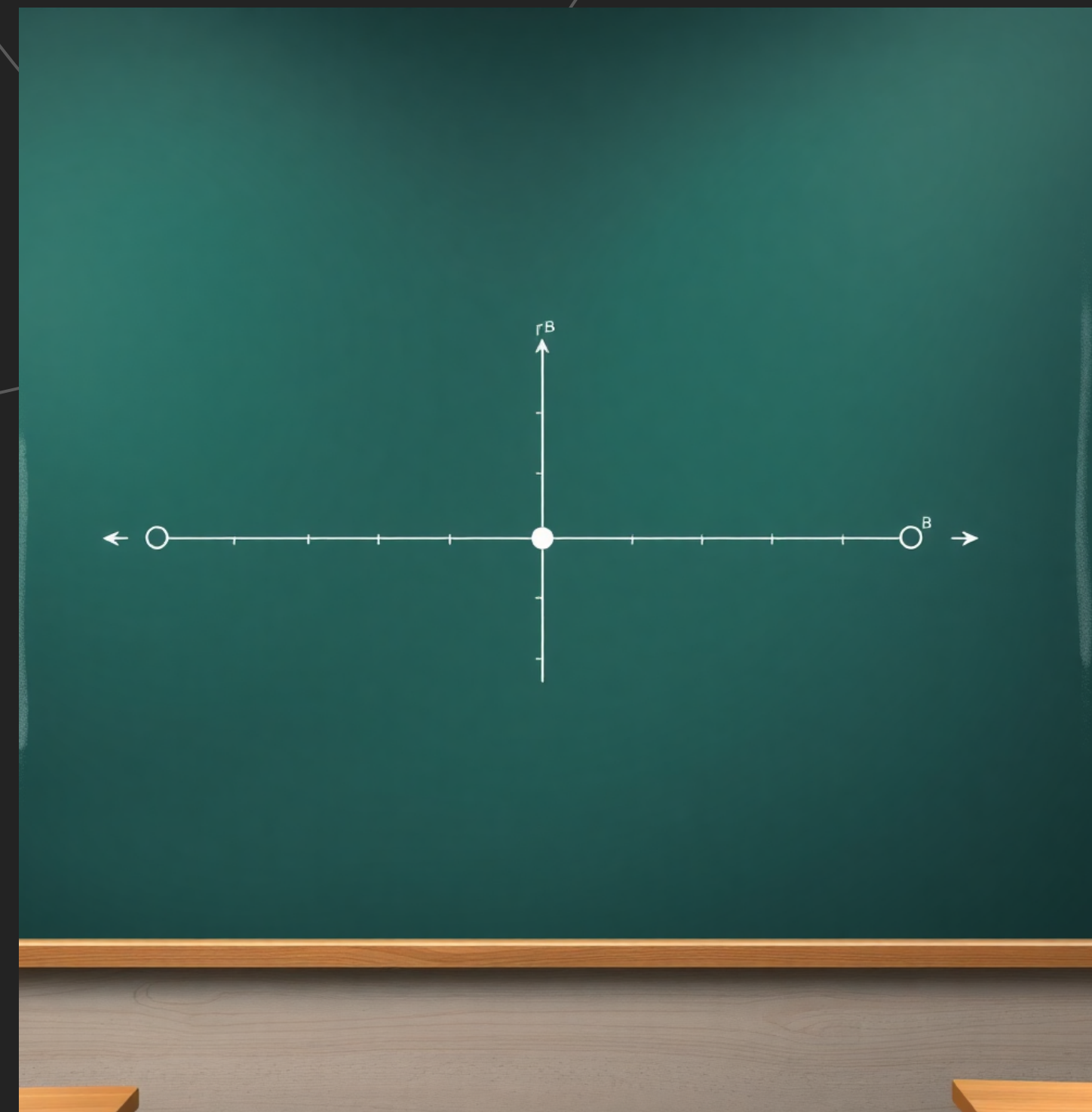
Каждому промежутку соответствует отдельная часть графика. На одном участке это может быть прямая, на другом — горизонтальный отрезок, а на третьем — линия с другим наклоном.

Сборка из частей

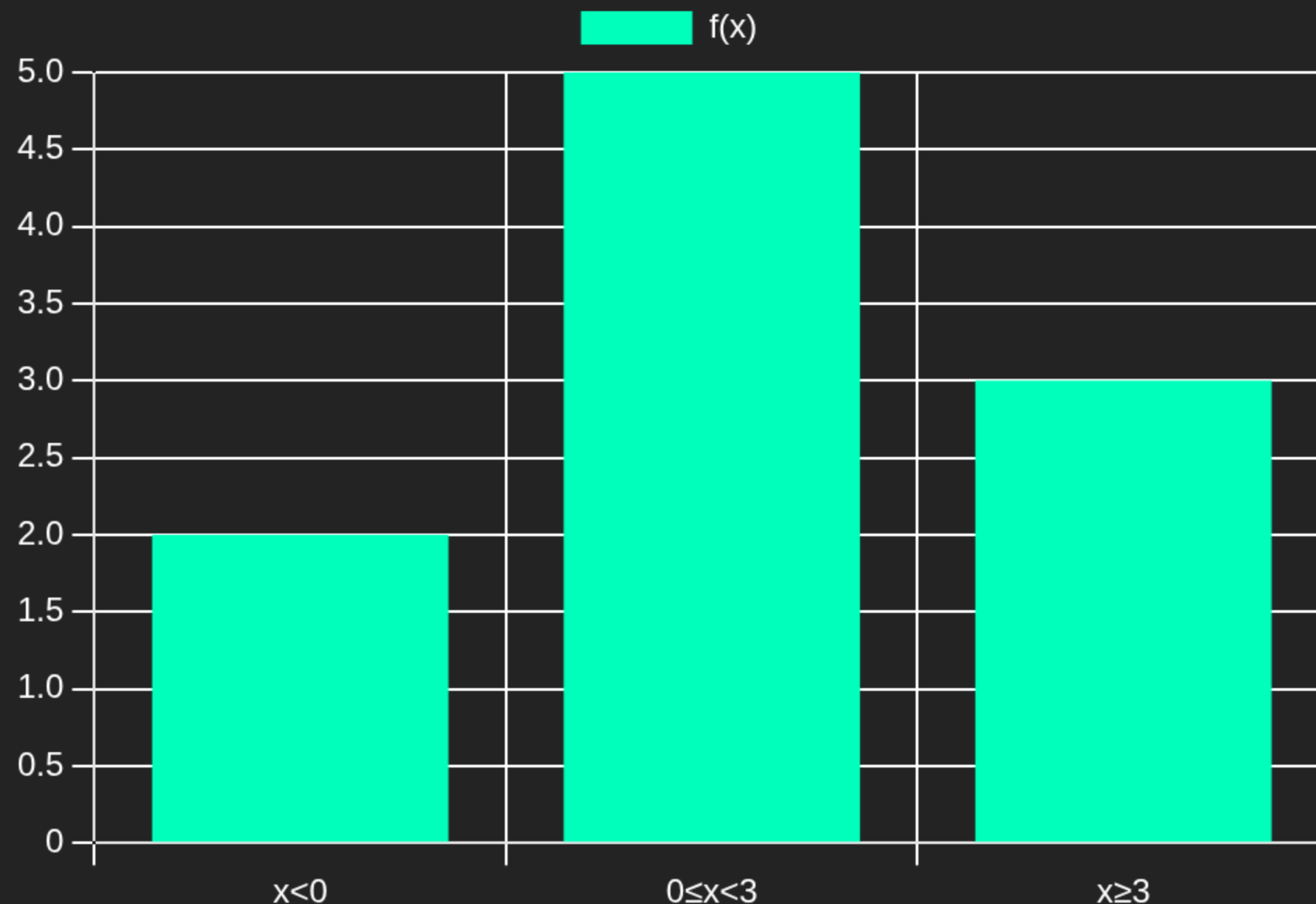
График кусочной функции строят по частям, а затем соединяют все участки в одну картину. Поэтому одна функция может выглядеть как несколько разных линий на одном рисунке.

Точки на границе

В местах, где меняется формула, часто отмечают пустые или закрашенные точки. Они показывают, входит ли граничное значение в данный участок графика.



Значения функции на разных участках



На одном и том же графике видно, что функция может принимать разные уровни значений на разных промежутках аргумента.

Самое большое значение у среднего участка; значит, правило функции действительно меняется в зависимости от x .

Учебный пример по теме «Задание функции несколькими формулами»

Что важно в точках границы

01

Не дублировать точку

Если один участок заканчивается на границе, а следующий тоже начинается с неё, нужно выбрать разные знаки. Тогда одна и та же точка не попадёт в два правила сразу.

02

Не пропустить границу

Нельзя оставить граничное значение без принадлежности ни одному промежутку. Иначе область определения получится неполной, а значение функции в этой точке окажется не задано.

03

Проверять запись

Перед вычислением всегда смотрят, какой знак стоит у границы. Именно он решает, входит ли точка в левый участок, в правый участок или не входит вовсе.

Знаки неравенств и значение границы

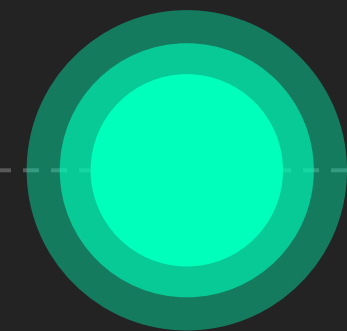
Знак	Граница	Пример	Смысл
<	нет	$x < 3$	меньше 3
$\leq$	да	$x \leq 3$	не больше 3
>	нет	$x > 3$	больше 3
$\geq$	да	$x \geq 3$	не меньше 3

Таблица показывает, как знак неравенства влияет на принадлежность граничной точки промежутку.

Знак неравенства сразу показывает, входит ли граница в промежуток и к какому участку относится точка стыка.

Школьная запись неравенств

Пример из жизни: школьный тариф



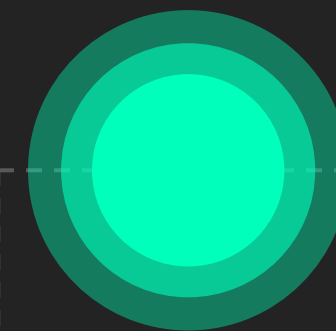
До 10 минут

Действует первая цена за разговор. Стоимость меняется только в пределах этого промежутка, поэтому правило остаётся простым и одинаковым для всех звонков короче порога.



Ровно 10 минут

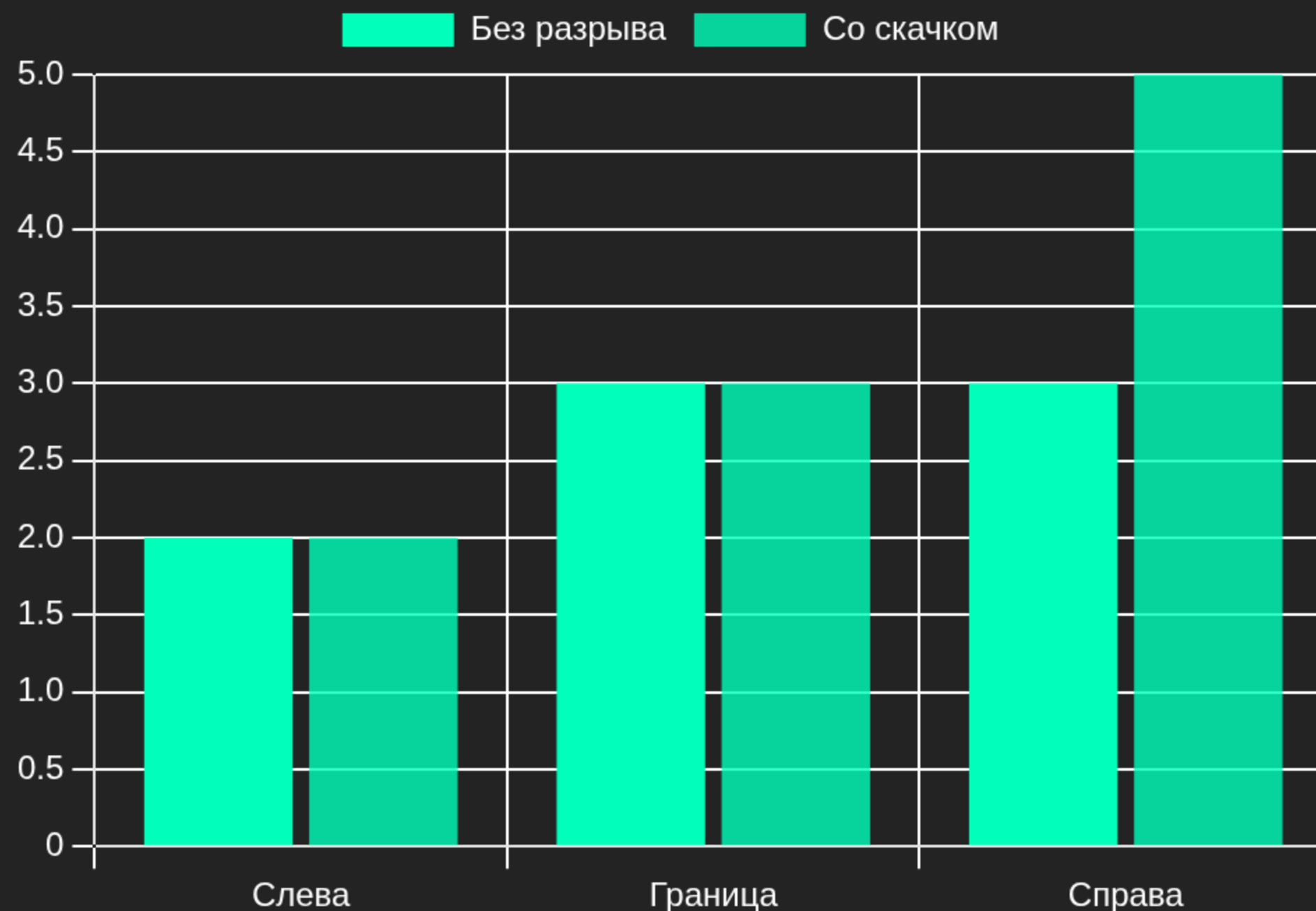
На границе важно понять, к какому правилу относится эта точка. Именно здесь знак неравенства решает, какая формула будет использована.



После 10 минут

Начинает работать другое правило оплаты. Такой переход хорошо показывает, как кусочно-заданная функция описывает изменение стоимости после достижения порога.

Сравнение значений слева и справа от границы



Сравнение соседних значений помогает увидеть, совпадают ли части функции в точке перехода и сохраняется ли единый ход графика.

Совпадение значений означает непрерывное соединение, а различие показывает скачок в точке стыка.

Учебный пример для иллюстрации темы, без внешних данных.

Непрерывность и разрыв графика



01. Совпадают значения

Если обе формулы в общей точке дают один и тот же результат, график можно провести без разрыва. Такая точка перехода выглядит как обычное соединение двух частей.

02. Значения различаются

Когда левая и правая формулы в одной точке дают разные числа, на графике появляется скачок. Тогда одна часть заканчивается в одной высоте, а другая начинается в другой.

03. Проверка на границе

В школьных задачах важно отдельно вычислить значения слева и справа от границы, а затем сравнить их. Это самый надёжный способ понять, есть ли непрерывность в точке перехода.

Проверка функции в точке стыка

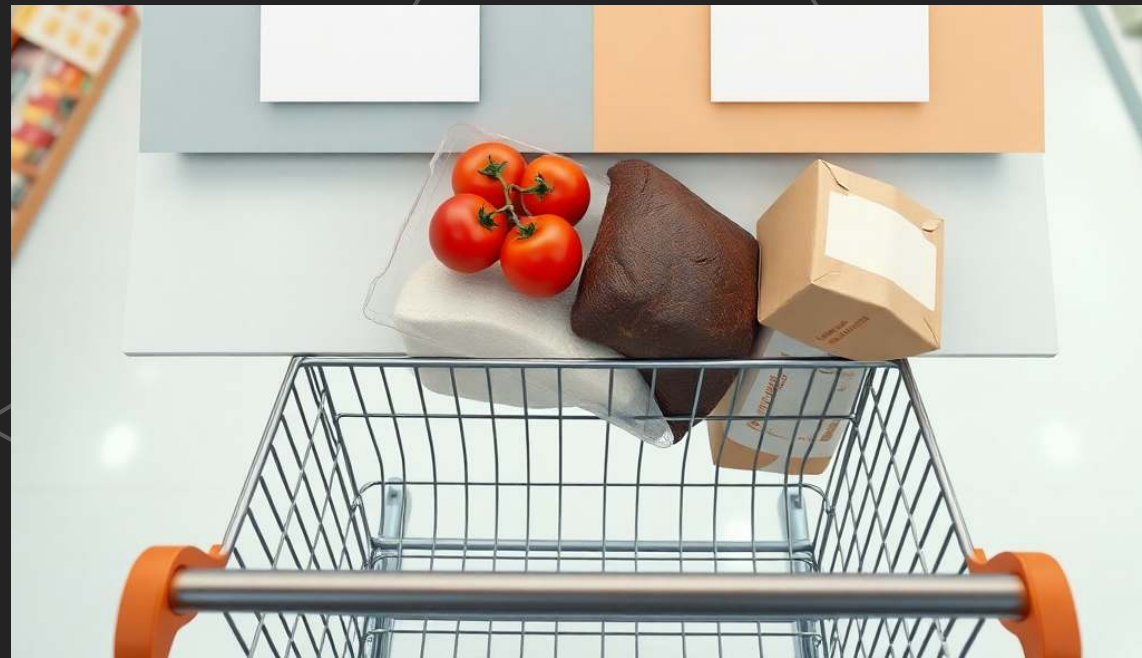
Последовательность действий при работе с кусочно-заданной функцией

Где встречаются функции с разными правилами



Поездка на такси

Первые километры поездки могут стоить по одному тарифу, а после порога цена меняется. На схеме удобно показать две зоны: до границы действует одна формула, после неё — другая. Так точнее описывается стоимость поездки.



Скидка в магазине

Иногда скидка зависит от суммы покупки: до определённого значения действует обычная цена, а выше порога — новая. Иллюстрация помогает увидеть ступенчатое изменение и понять, почему одна и та же формула не подходит для всех случаев.



Оплата за связь

В тарифах связи часто есть фиксированная часть и дополнительная плата за превышение лимита минут. Это хороший пример функции с условиями, где каждая часть записи отвечает за свой промежуток значений аргумента.

Типичные ошибки при чтении и записи

В таблице собраны самые частые промахи при работе с кусочно-заданной функцией и объяснено, почему они мешают получить правильный ответ.

Ошибка	Пример	Почему неверно
Две формулы	$x=2$	точка задвоена
Пропуск	$x>2$	нет случая $x=2$
Неверный знак	$<$ вместо $\leq$	граница теряется

Большинство ошибок связано с границами промежутков: их нужно проверять особенно внимательно, чтобы каждая точка принадлежала ровно одному условию.

Учебные примеры по теме кусочно-заданных функций.

Как строят график по формуле с условиями

01

Отметить промежутки

Сначала внимательно читают условия и находят все промежутки по оси x . Это помогает понять, где действует каждая формула и где будут расположены отдельные части графика.

02

Построить каждый участок

Затем для каждого промежутка строят свой фрагмент графика по нужному выражению. Все части рисуют отдельно, чтобы не смешать разные правила и не допустить ошибок.

03

Обозначить границы

Если граница не входит в промежуток, ставят пустую точку. Если входит, используют закрашенную точку. Так сразу видно, где участок заканчивается и начинается следующий.

04

Проверить соединение

В конце смотрят, как части графика стыкуются между собой. Если значения в точке перехода совпадают, линия соединяется плавно; если нет, появляется разрыв.

График, составленный из нескольких частей



Отдельные участки могут сильно отличаться по высоте и наклону, но вместе они образуют одну функцию с общим смыслом.

Один график может состоять из разных фрагментов; важно читать каждую часть по своему условию.

Учебный пример для визуализации кусочно-заданной функции, без внешних данных.

Зачем изучают функции с разными формулами



Счёт по правилам

Такие функции учат точно считать стоимость, оплату и скидки, когда одно правило действует до порога, а другое включается после него.



Понимание графиков

Работа с несколькими формулами развивает умение читать графики по частям, замечать точки перехода и сравнивать поведение функции на разных участках.



Внимание к условиям

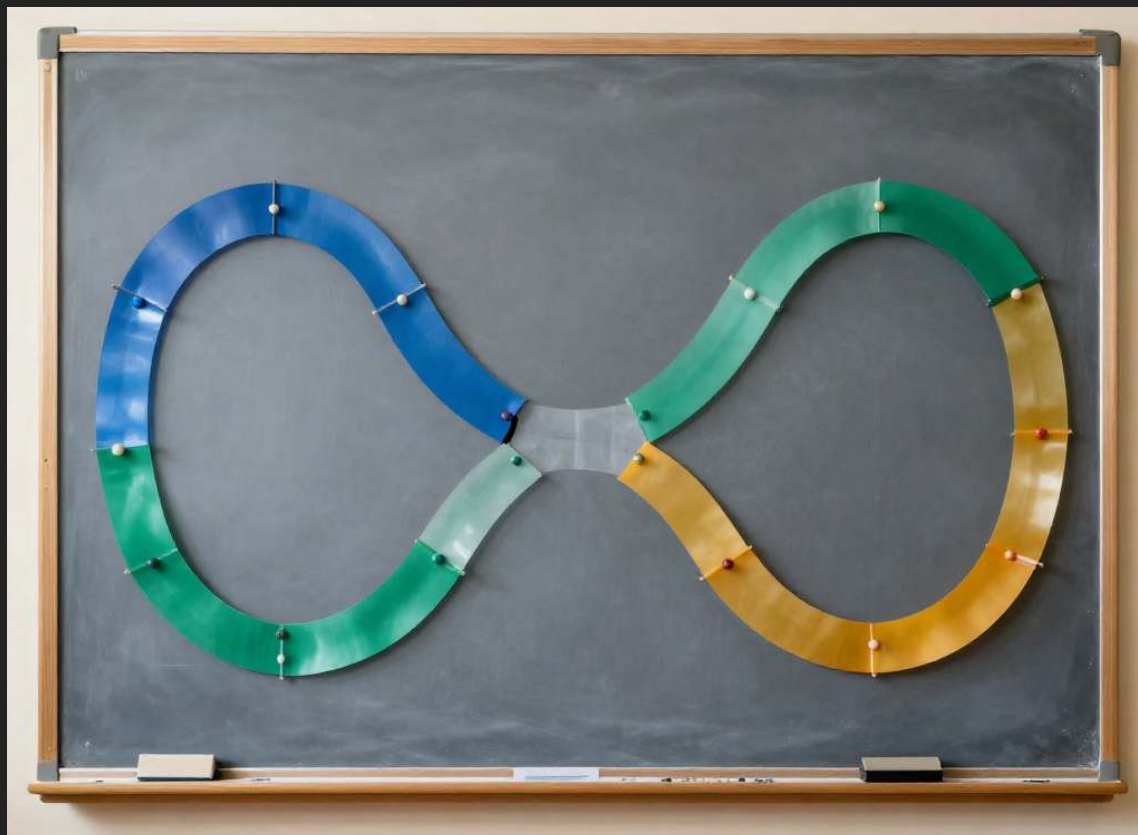
Школьники учатся аккуратно читать записи с неравенствами, определять, входит ли граница в промежуток, и не путать соседние случаи.



Связь с таблицами

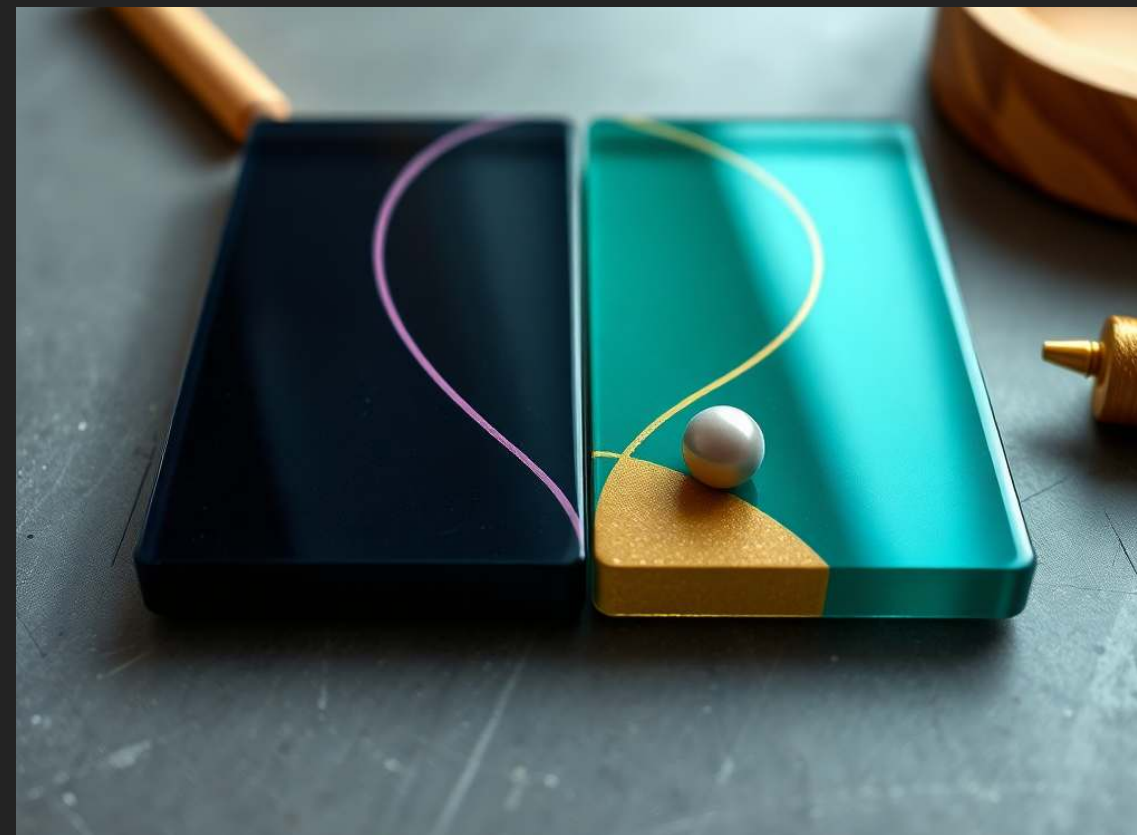
Этот материал помогает понимать таблицы и схемы, где данные меняются ступенчато, а одно и то же правило подходит не для всех значений.

Как понять, что запись функции составлена правильно



Все промежутки на месте

На схеме каждая часть функции должна иметь свой промежуток, а вместе они — покрывать нужную область без пропусков. Если хотя бы один участок отсутствует, значение в этой точке определить нельзя, и запись становится неполной.



Граница принадлежит одному участку

Точка стыка не должна одновременно входить в две части или исчезать совсем. На рисунке это видно по пустой или закрашенной точке, которая показывает, какая формула действует именно на границе.

Кусочно-заданная функция: главное, что нужно запомнить

Кусочно-заданная функция удобна, когда правило меняется по ходу аргумента.
Чтобы работать с ней без ошибок, нужно точно читать условия, сравнивать границы и строить график по частям.