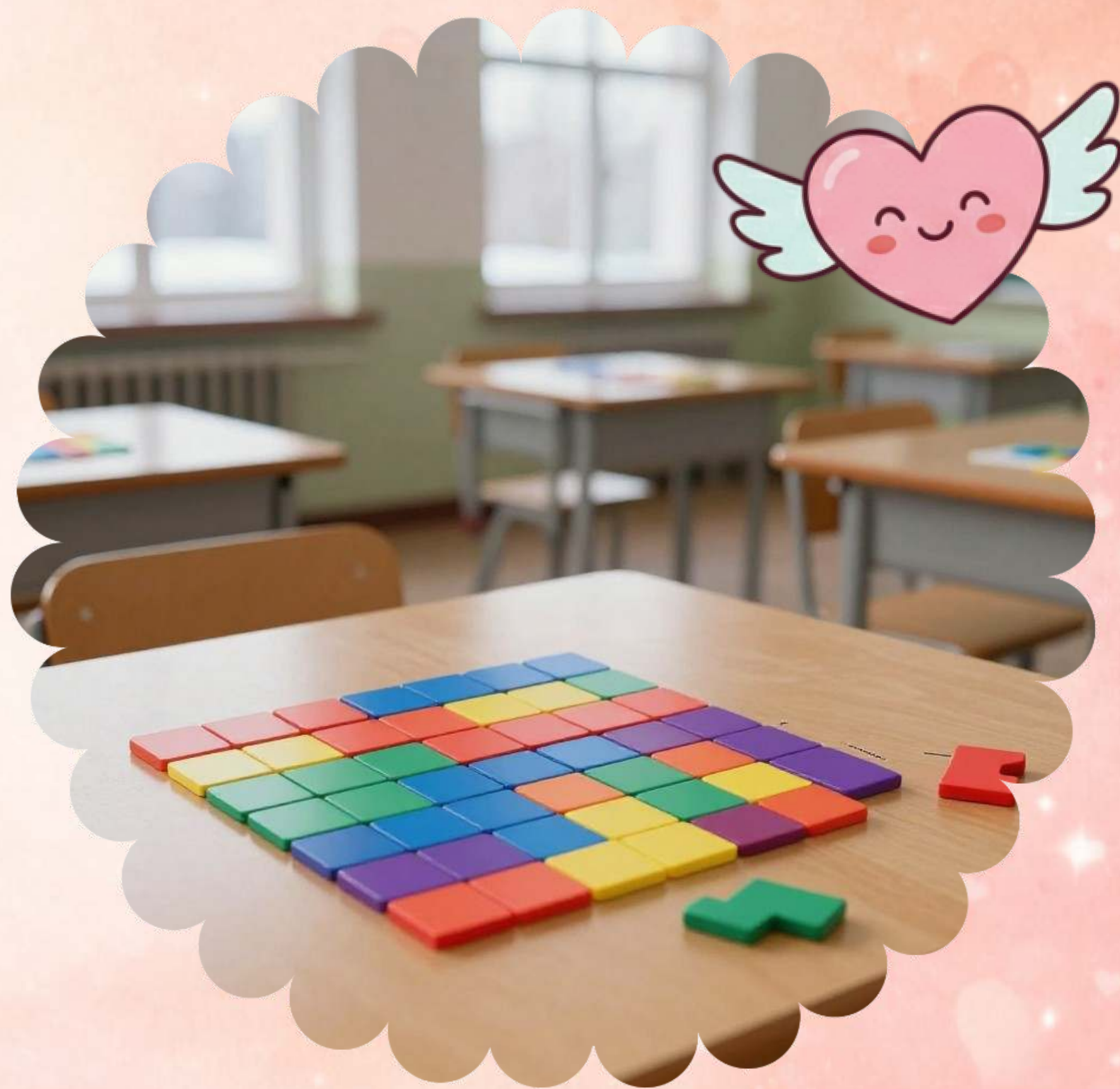
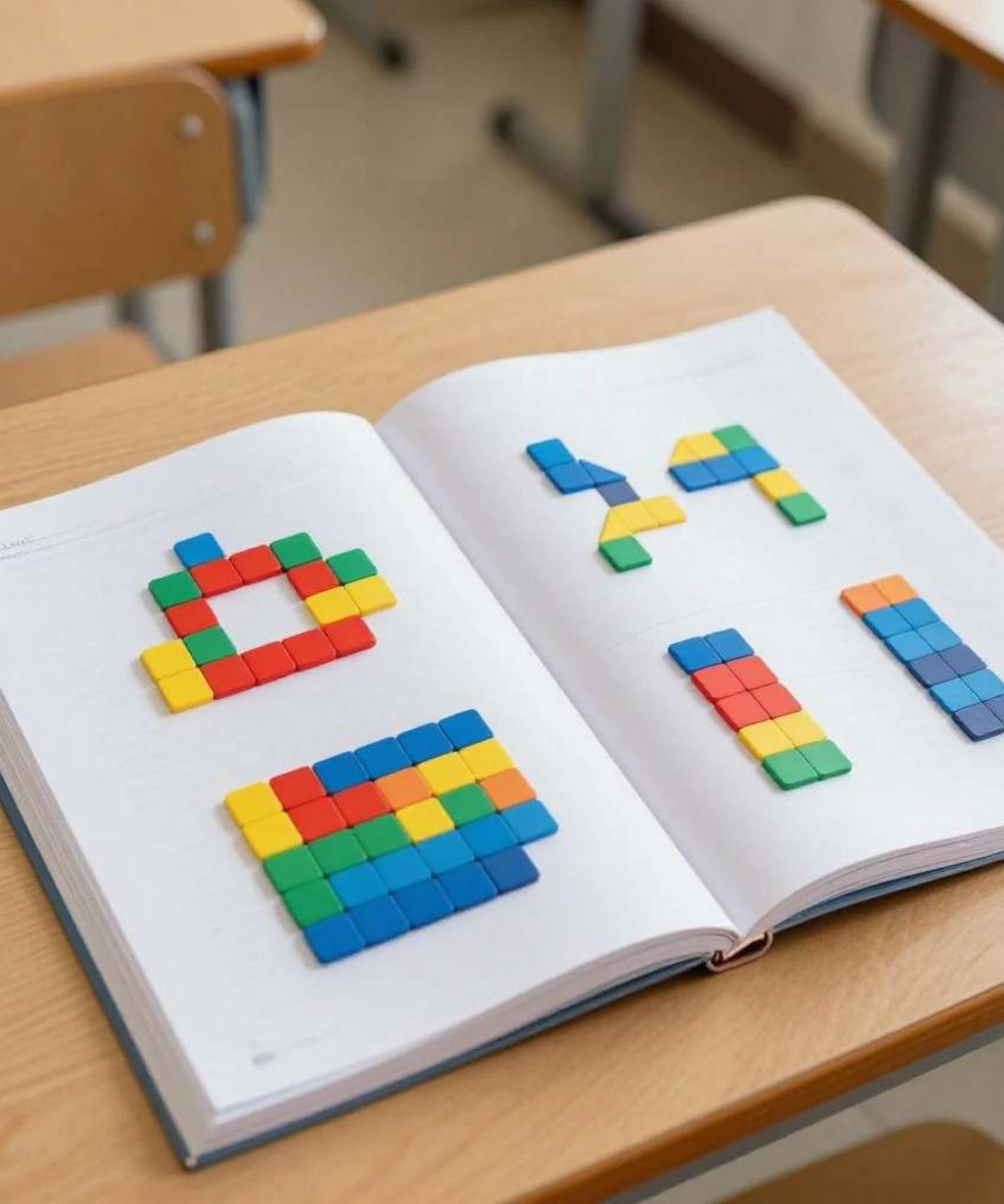


Формулы сокращённого умножения

Считаем быстрее, упрощаем выражения,
замечаем закономерности.





Зачем изучать эти формулы в 7 классе?

Они помогают раскрывать скобки, упрощать буквенные выражения и разлагать многочлены на множители. Это первый удобный инструмент для точной и быстрой работы с алгеброй.



Квадрат суммы

1 Запись формулы

Если сумма возводится в квадрат, получается формула $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Она позволяет сразу увидеть структуру ответа без обычного перемножения скобок.

2 Три слагаемых

В развернутом виде всегда есть квадрат первого числа, удвоенное произведение и квадрат второго числа. Средний член обязательно содержит коэффициент 2, поэтому его нельзя пропускать.

3 Как запомнить

Удобно проверять: сначала два квадрата по краям, затем один общий средний член. Такая схема помогает не путать формулу с квадратом разности и быстро находить ошибку.

Квадрат разности



1

Запись формулы

Для разности действует формула $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. По виду она очень похожа на квадрат суммы, но знак у среднего члена меняется на минус.

2

Что остаётся неизменным

Первое и последнее слагаемые остаются положительными, потому что это квадраты. Меняется только знак перед удвоенным произведением, и именно он делает формулу отличимой.

3

Полезная проверка

Если в выражении есть квадрат разности, стоит сразу посмотреть на средний член. Он должен быть отрицательным, а коэффициент перед произведением — равен 2.



Геометрический смысл квадрата суммы

Одна большая фигура

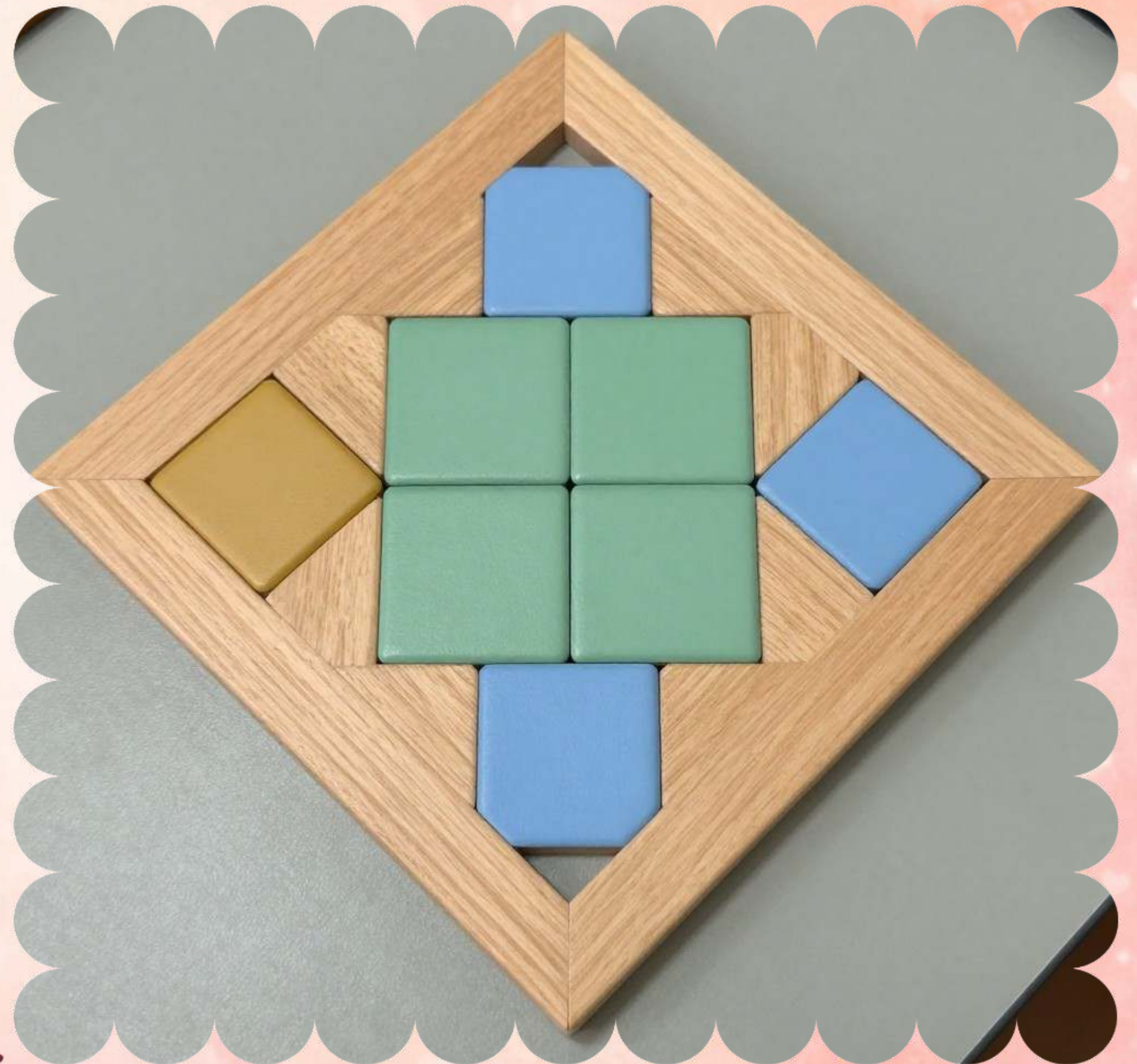
Квадрат со стороной $a+b$ можно мысленно разделить на части. Тогда его площадь складывается из двух квадратов и двух одинаковых прямоугольников, что делает формулу наглядной.

Откуда берётся $2ab$

Каждый прямоугольник имеет площадь ab . Поскольку таких прямоугольников два, вместе они дают $2ab$, и именно это слагаемое появляется в середине формулы.

Почему модель полезна

Геометрический рисунок помогает понять не только ответ, но и его происхождение. Формула перестаёт быть набором символов и связывается с площадью фигуры.



Геометрический смысл квадрата разности



Убираем лишние части

Если из большого квадрата мысленно вырезать полосы шириной b , остаются части с площадями a^2 и b^2 . Такая схема показывает, как появляется разность в середине.



Почему знак минус

Две вырезанные полосы уменьшают общую площадь, поэтому средний член имеет отрицательный знак. Крайние квадраты при этом остаются положительными, как площади отдельных частей.



Связь с формулой

Модель помогает увидеть, что квадрат разности устроен так же строго, как квадрат суммы. Отличие только в знаке среднего члена, а общий порядок слагаемых сохраняется.



Основные формулы сокращённого умножения

Формула	Вид	Особенность
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	$2ab$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	минус
a^2-b^2	$(a-b)(a+b)$	множители
$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	4 члена
$(a-b)^3$	$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	чередование

В таблице собраны самые важные формулы, их развернутый вид и отличительные признаки.

Во всех формулах важны порядок членов и знаки; по ним можно быстро распознать нужное правило.

Школьный курс алгебры, 7 класс



Эта формула не раскрывает скобки, а наоборот разлагает выражение на множители. Она особенно удобна для сокращения дробей и быстрого вычисления близких чисел.

Школьный курс алгебры, 7 класс

2 МНОЖИТЕЛ Я

получает выражение,
если разность квадратов
представить
как произведение скобок.

Где формулы сокращённого умножения встречаются чаще всего

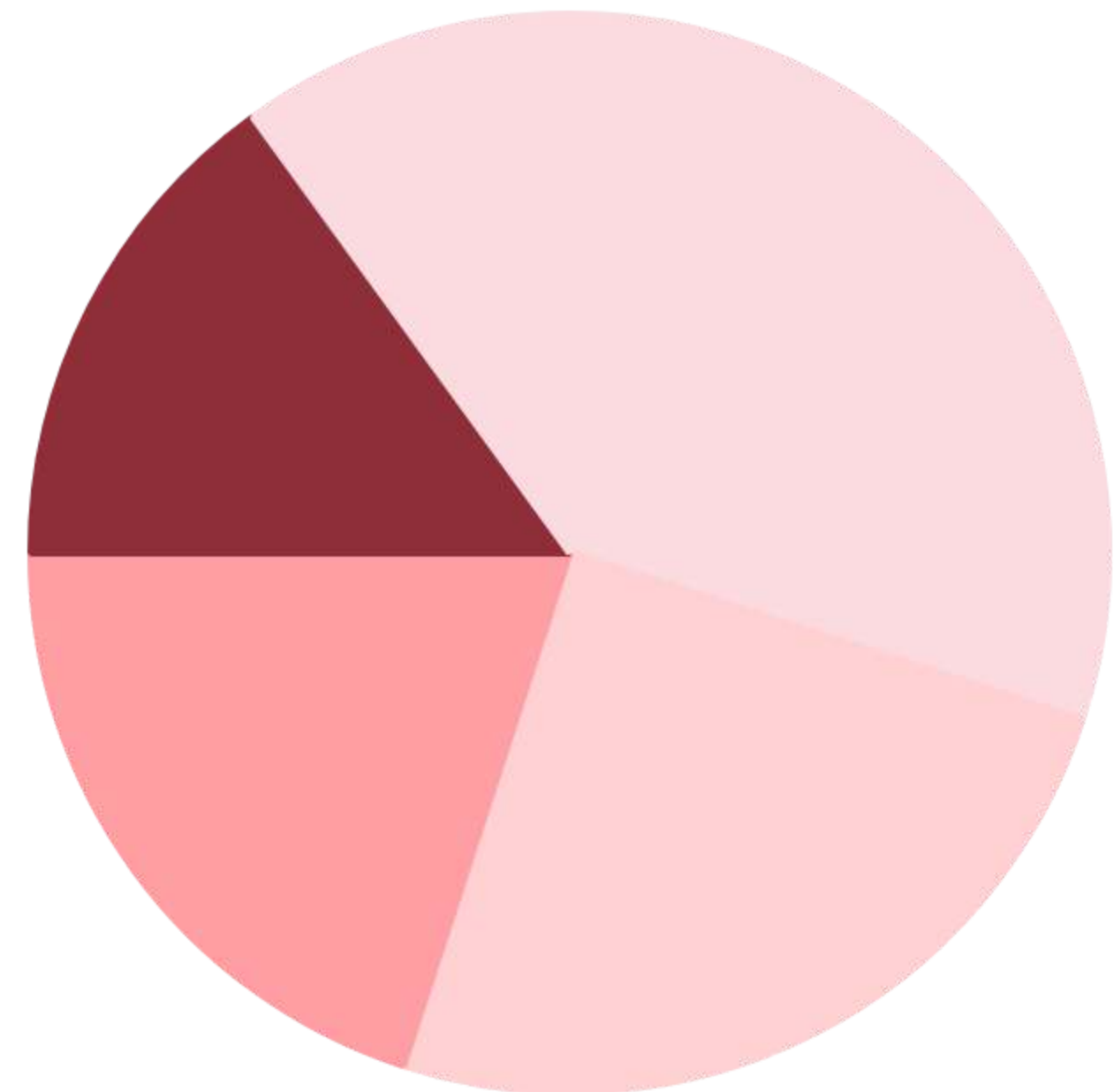
На уроках чаще всего встречаются выражения с квадратами и разностью квадратов, потому что они удобно упрощаются и помогают заметить скрытую структуру.

Главные применения связаны с преобразованием выражений; меньше всего — с уравнениями, хотя там формулы тоже полезны.

Учебные задания по алгебре 7 класса



Раскрытие скобок Разложение на множители
Устный счёт Сокращение дробей
Решение уравнений



Распознаём нужную формулу шаг за шагом

Последовательность помогает выбрать правильное правило без путаницы между похожими выражениями.



При возведении суммы в третью степень всегда получается четыре члена: два крайних куба и два средних с коэффициентом 3.

Формула куба суммы из школьного курса алгебры, 7 класс

4

слагаемых в развернутом виде.



Формула куба разности содержит четыре слагаемых: первый и последний остаются с тем же знаком, а два средних меняются по правилу.

Формула куба разности из школьного курса алгебры, 7 класс

4

члена образуют
развернутую запись
с чередованием знаков.

Пример быстрого вычисления: 98^2

Выбираем удобную форму

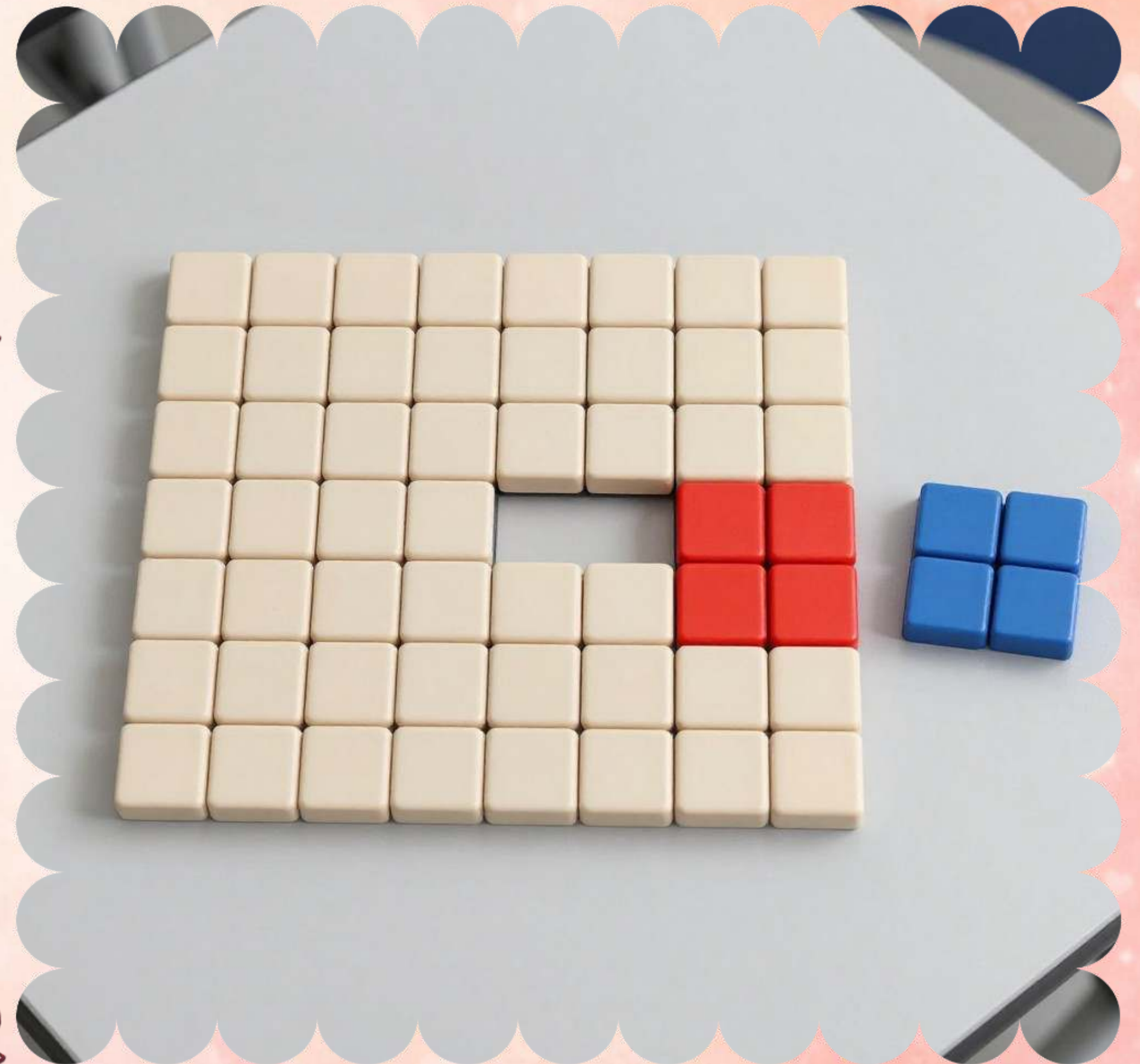
Число 98 удобно представить как $100 - 2$, потому что оно близко к круглому сотне. Это позволяет использовать формулу квадрата разности вместо длинного умножения.

Подставляем в формулу

Записываем: $(100 - 2)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2$. Здесь сразу виден смысл формулы: квадрат первого числа, удвоенное произведение и квадрат второго числа.

Получаем ответ

После вычислений выходит $10000 - 400 + 4 = 9604$. Такой способ особенно полезен для чисел, которые немного меньше или больше круглых десятков и сотен.



Разложение многочлена на множители

1 Находим подходящую формулу

Сначала нужно увидеть, можно ли представить многочлен как разность квадратов. В выражении $x^2 - 9$ сразу узнаются два квадрата: x^2 и 3^2 .

2 Записываем произведение скобок

По формуле разности квадратов получаем $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. Такое преобразование не меняет значение выражения, но делает запись короче и удобнее для дальнейших действий.

3 Используем результат в задачах

Разложение на множители помогает сокращать дроби, упрощать выражения и решать уравнения. Это один из самых полезных приёмов при работе с буквенными выражениями.

Сравнение формул по знакам и количеству членов

Формула	Членов	Знаки
$(a+b)^2 / (a-b)^2$	3	$\pm 2ab$
$a^2 - b^2$	2	$(a-b)(a+b)$
$(a+b)^3 / (a-b)^3$	4	чередование

Формулы сокращённого умножения из школьного курса алгебры, 7 класс

Таблица помогает быстро отличить похожие формулы по числу слагаемых, знакам и характерным признакам записи.

Главные ориентиры – число членов и знак среднего слагаемого; по ним легче не перепутать квадрат разности, разность квадратов и кубические формулы.

Типичные ошибки при использовании формул



Пропущенный средний член

Часто забывают про удвоенное произведение $2ab$ и сразу пишут только квадраты. Из-за этого ответ становится неполным и не совпадает с правильной формулой.



Путаница между формулами

Выражение $a^2 - b^2$ не равно $(a - b)^2$. Первая запись раскладывается на множители, а вторая уже является квадратом разности и раскрывается иначе.



Неверный знак

В квадрате разности знак у среднего члена должен быть минус, а не плюс. Ошибка появляется, если механически копировать формулу квадрата суммы.



Слабая проверка степени

Иногда вместо $2ab$ пишут ab или путают показатели степени. Чтобы избежать этого, нужно сверять каждый член с точной формулой, а не с общим видом.

Что ученики чаще путают

Сложнее всего ученикам даются формулы с похожими знаками и коэффициентами. Особенно важно отдельно тренировать квадрат разности и разность квадратов.

На диаграмме видно, что ошибки чаще связаны не с вычислениями, а с распознаванием нужной формулы по виду выражения.

Учебная иллюстрация по типичным затруднениям при изучении темы



Последовательная проверка по формуле

Алгоритм помогает выбрать нужную формулу, выполнить преобразование и сверить ответ без лишних ошибок.

Где формулы особенно полезны в задачах



Быстрый счёт

Формулы сокращённого умножения помогают считать устно и письменно быстрее, особенно когда числа близки к круглым десяткам или сотням. Это экономит время и уменьшает число лишних действий.



Сокращение дробей

Разложение на множители часто делает возможным сокращение дробей. Благодаря этому сложное выражение становится проще, а дальнейшие преобразования выполняются гораздо легче.



Упрощение выражений

При работе с буквенными выражениями формулы позволяют сокращать запись и быстрее приводить многочлены к удобному виду. Это особенно важно, когда выражение содержит несколько скобок и степеней.



Проверка уравнений

Формулы помогают не только находить ответ, но и проверять его. Умение замечать структуру выражения делает решение уравнений более надёжным и понятным.



Главное, что нужно запомнить

Формулы сокращённого умножения помогают быстрее считать, упрощать выражения и разлагать многочлены на множители. Если уверенно узнавать их по виду, решения становятся короче и точнее.