

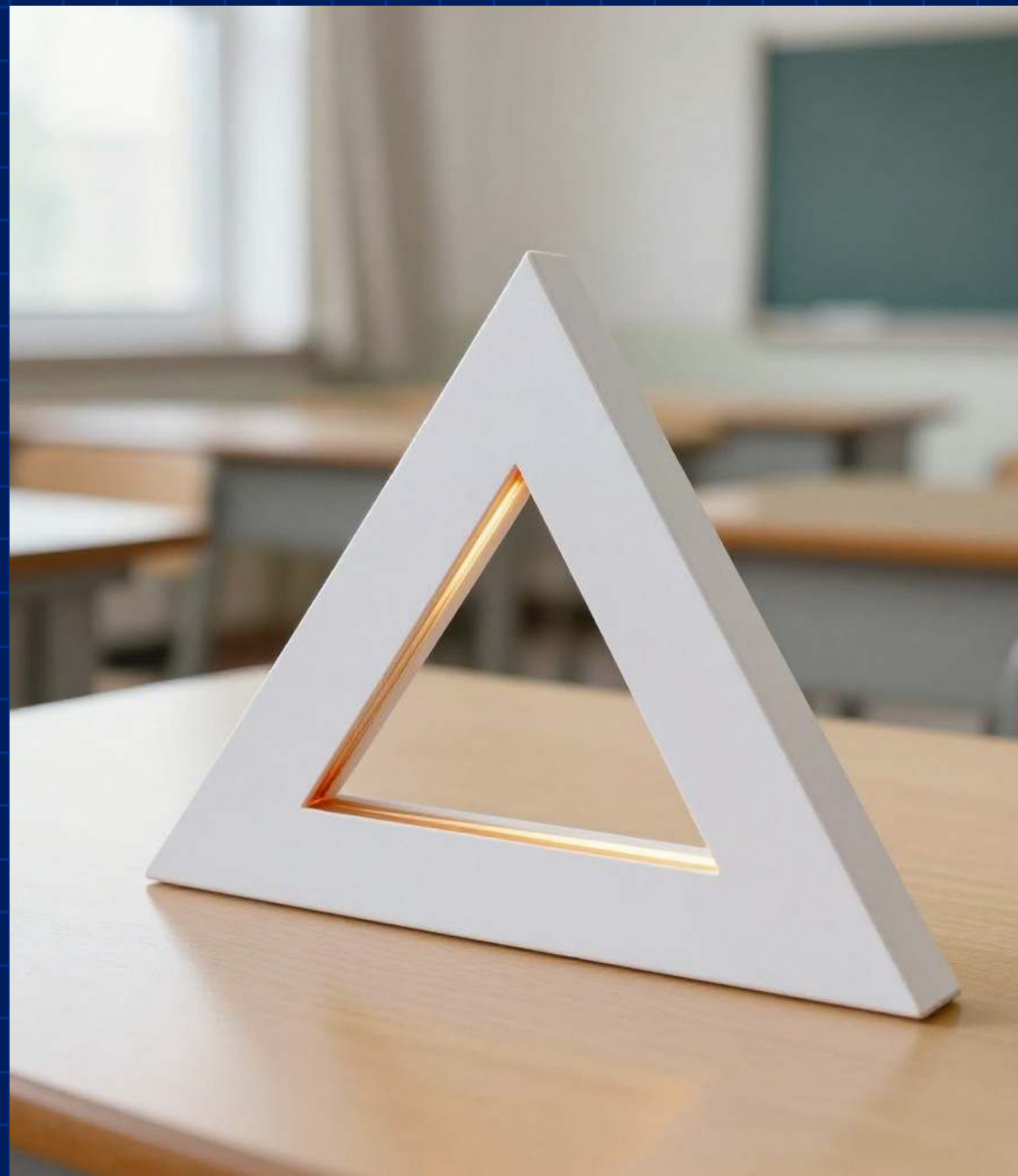
Синус и косинус острых углов в прямоугольном треугольнике

Изучаем, как угол связан со сторонами треугольника.

1 ÷ 2

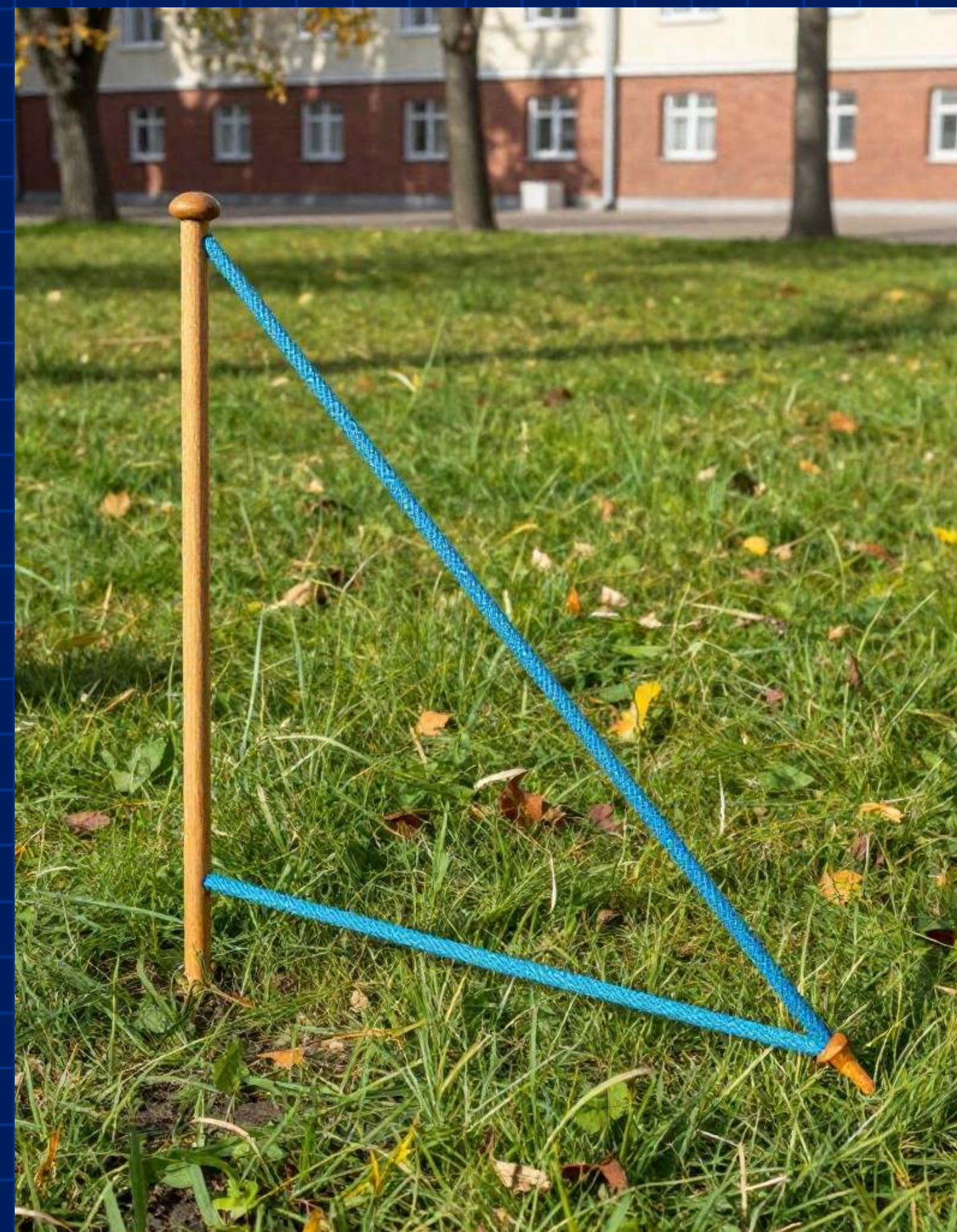
log

8



Зачем нужны синус и косинус

Прямоугольные треугольники помогают находить высоты, расстояния и наклоны там, где нельзя измерить всё напрямую. Синус и косинус дают удобный способ вычислять неизвестные стороны по углу и одной известной длине.



Элементы прямоугольного треугольника

Прямой угол

В прямоугольном треугольнике один угол равен 90° . Именно он задаёт особую форму треугольника и позволяет использовать тригонометрические отношения для вычислений.

Гипотенуза

Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой. Она всегда самая длинная в прямоугольном треугольнике и участвует в формулах синуса и косинуса.

Катеты

Две другие стороны треугольника называются катетами. Они образуют прямой угол и в разных задачах могут по-разному называться относительно выбранного острого угла.

Противолежащая и прилежащая

Для каждого острого угла одна сторона лежит напротив него, а другая прилегает к нему. Эти названия меняются, если выбрать другой острый угол.

$$x^2 + 4x - 8$$

Как меняются названия сторон в зависимости от угла

tg ctg

Относительно угла α

Если выбран угол α , то сторона напротив него называется противолежащим катетом, а сторона рядом с ним — прилежащим катетом. Гипотенуза при этом не меняется.

Другой взгляд

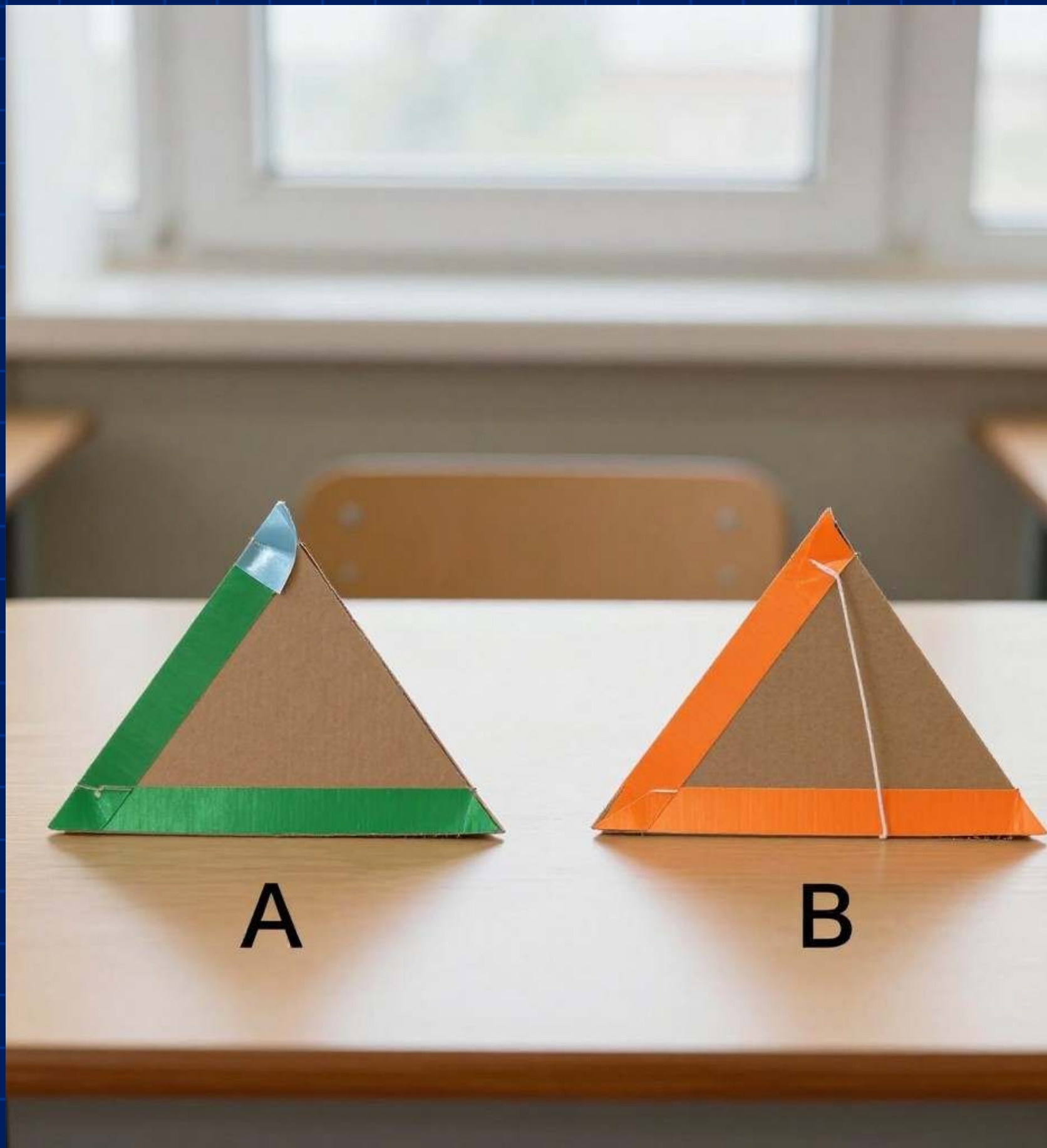
Для второго острого угла β те же самые катеты получают другие названия. То, что было противолежащим катетом для α , может стать прилежащим для β .

Главное правило

Названия сторон зависят не от треугольника вообще, а от выбранного острого угла. Поэтому перед вычислениями всегда нужно сначала отметить нужный угол.

Почему это важно

Если перепутать стороны, получится неверная формула и неверный ответ. Точное определение сторон помогает правильно находить синус и косинус в задачах.



Порядок нахождения синуса и косинуса

Последовательность действий помогает не перепутать стороны и формулы в задаче.



Основные тригонометрические отношения

Отношение	Формула	Смысл
$\sin \alpha$	противолежа. / гипотенуза	угол и высота
$\cos \alpha$	прилежа. / гипотенуза	угол и основание
$\operatorname{tg} \alpha$	противолежа. / прилежа.	отношение катетов
$\operatorname{ctg} \alpha$	прилежа. / противолежа.	обратное отношение

Определения тригонометрических отношений для острого угла в прямоугольном треугольнике

В таблице показаны формулы для синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Они помогают быстро выбрать нужное отношение в задаче.

Синус и косинус всегда используют гипотенузу, а тангенс и котангенс сравнивают только катеты.

Как меняются $\sin$ и $\cos$ при увеличении угла



Точные значения $\sin$ и $\cos$ для 0° , 30° , 45° , 60° и 90°

На графике удобно сравнивать, как обе функции ведут себя при росте угла от 0° до 90° .

Синус увеличивается, а косинус уменьшается; их значения для одного угла дополняют друг друга.

Точные значения для 30° , 45° и 60°

Угол 30°

Для угла 30° синус равен $\frac{1}{2}$, а косинус — $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Эти значения удобно помнить, потому что они часто встречаются в простых геометрических задачах.

Угол 45°

Для угла 45° синус и косинус одинаковы: $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Это связано с тем, что в равнобедренном прямоугольном треугольнике катеты равны.

Угол 60°

Для угла 60° синус равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$, а косинус — $\frac{1}{2}$. Здесь видно, что при увеличении угла синус растёт, а косинус уменьшается.

Треугольник $30^\circ-60^\circ-90^\circ$



Три стороны в точном отношении

В этом треугольнике стороны имеют постоянное отношение $1 : \sqrt{3} : 2$. Если меньший катет принять за 1, то гипотенуза будет равна 2, а больший катет — $\sqrt{3}$. Такая схема особенно удобна для быстрых вычислений и проверки ответов.

Удобная модель для чертежа

На рисунке можно показать прямой угол, угол 30° и угол 60° . Рядом с каждой стороной стоит подписать её длину, чтобы сразу было видно, какая сторона соответствует меньшему катету, гипотенузе и большему катету.

Треугольник $45^\circ-45^\circ-90^\circ$

Симметричный случай

В равнобедренном прямоугольном треугольнике оба катета равны. Если каждый катет взять за 1, то гипотенуза окажется равной $\sqrt{2}$, и это легко увидеть на аккуратном симметричном чертеже.

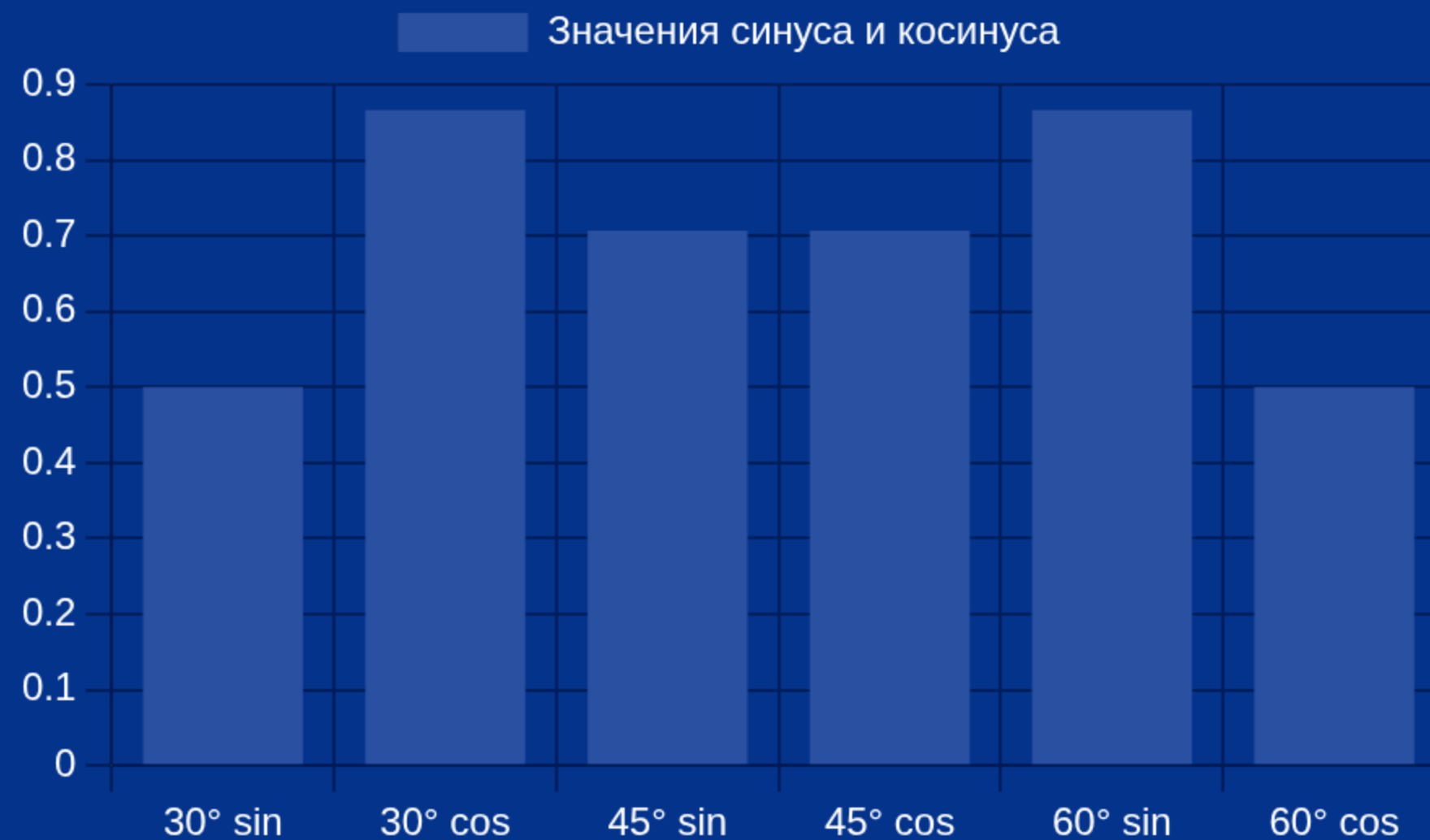


Одинаковые значения функций

Для угла 45° синус и косинус совпадают: оба равны $\sqrt{2}/2$. Поэтому на рисунке важно показать равные катеты и прямой угол, чтобы связь между формой треугольника и формулами была наглядной.



Сравнение значений $\sin$ и $\cos$ для ключевых углов



Точные значения $\sin$ и $\cos$ для углов 30°, 45° и 60° из школьного курса геометрии.

Для каждого угла показаны оба значения, чтобы удобнее увидеть их взаимную связь и различие.

При росте угла синус увеличивается, а косинус уменьшается; при 45° значения совпадают.

Пример нахождения сторон по синусу и косинусу

1

3

Шаг	Формула	Ответ
$\sin 30^\circ$	$5/10$	5 см
$\cos 30^\circ$	$\sqrt{3}/2$	$\approx 8,7$ см

Пример по формулам $\sin \alpha = a/c$ и $\cos \alpha = b/c$, где $\alpha = 30^\circ$, $c = 10$ см.

Показан пошаговый расчёт двух неизвестных сторон прямоугольного треугольника по известным углу и гипотенузе.

Один известный угол и гипотенуза позволяют найти оба катета без прямого измерения.

2

Алгоритм решения через $\sin$ и $\cos$

Последовательность действий при решении задач на прямоугольный треугольник.



Проверка результата с помощью теоремы Пифагора



Расчёт по примеру: катеты 5 см и 8,7 см; гипотенуза около 10 см.

Проверка помогает убедиться, что вычисленные катеты согласуются с длиной гипотенузы.

Если сумма квадратов катетов даёт исходную гипотенузу, решение можно считать верным.

Связь синуса и косинуса с теоремой Пифагора

Синус и катет

Если известны синус угла и гипотенуза, можно найти противолежащий катет умножением гипотенузы на значение синуса.

Косинус и катет

Если известны косинус угла и гипотенуза, прилежащий катет находят так же: гипотенузу умножают на косинус выбранного угла.

Пифагор для гипотенузы

Когда известны оба катета, гипотенузу удобно проверить или найти по теореме Пифагора, чтобы связать все стороны треугольника.

Одна система формул

Эти правила работают вместе и позволяют переходить от одного известного элемента к другому без лишних измерений и догадок.

$$x^2 + 4x - 8$$

Типичные ошибки при решении задач

1

Путают катеты

Сначала нужно определить выбранный угол, иначе легко перепутать противолежащий и прилежащий катеты и получить неверную формулу для вычисления.

2

Берут не ту сторону

Гипотенуза всегда лежит напротив прямого угла и является самой длинной стороной; заменять её любым катетом нельзя.

3

Забывают угол

Без указания угла α или β невозможно определить, какая сторона считается противолежащей, а какая прилежащей именно в этой задаче.

4

Используют чужую формулу

Формула должна соответствовать именно выбранному углу: для одного и того же треугольника при разных углах названия сторон меняются.

5

Не проверяют ответ

Нужно помнить, что значения синуса и косинуса острых углов находятся между 0 и 1, а результат должен быть разумным по размеру.



Где встречаются синус и косинус в жизни

Измерение высоты

С помощью треугольника можно определить высоту дерева, здания или мачты, если прямое измерение затруднено или небезопасно.

Дороги и крыши

Синус и косинус помогают оценить наклон крыши, подъём дороги и другие ситуации, где важен угол наклона по отношению к горизонту.

Расстояния на местности

При вычислении ширины реки или расстояния до объекта удобно использовать известный угол и одну измеренную сторону вместо прямого перехода.

Памятка по точным значениям



Точные значения $\sin$ и $\cos$ для углов 30° , 45° и 60° из школьного курса геометрии.

Эти числа полезно держать в памяти: они часто встречаются в задачах и ускоряют вычисления.

Для 30° , 45° и 60° значения легко сравнить: синус растёт, косинус убывает.

Краткая памятка по формулам и значениям

Объект	Формула	Пример
Синус	a/c	45°
Косинус	b/c	$\sqrt{2}/2$
Связь	$\sin^2 + \cos^2 = 1$	всегда

Школьные формулы для прямоугольного треугольника и тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Таблица соединяет основные формулы с простым примером, чтобы быстрее запоминать связи между сторонами и тригонометрическими отношениями.

Формулы взаимосвязаны: зная одну величину, можно найти другие и проверить результат.

Что важно запомнить о $\sin$ и $\cos$

Синус и косинус помогают связывать угол и стороны прямоугольного треугольника. Если помнить названия сторон, точные значения и проверку по Пифагору, задачи решаются быстрее и надёжнее.



$\cos$

$\sin$

1

tg

ctg