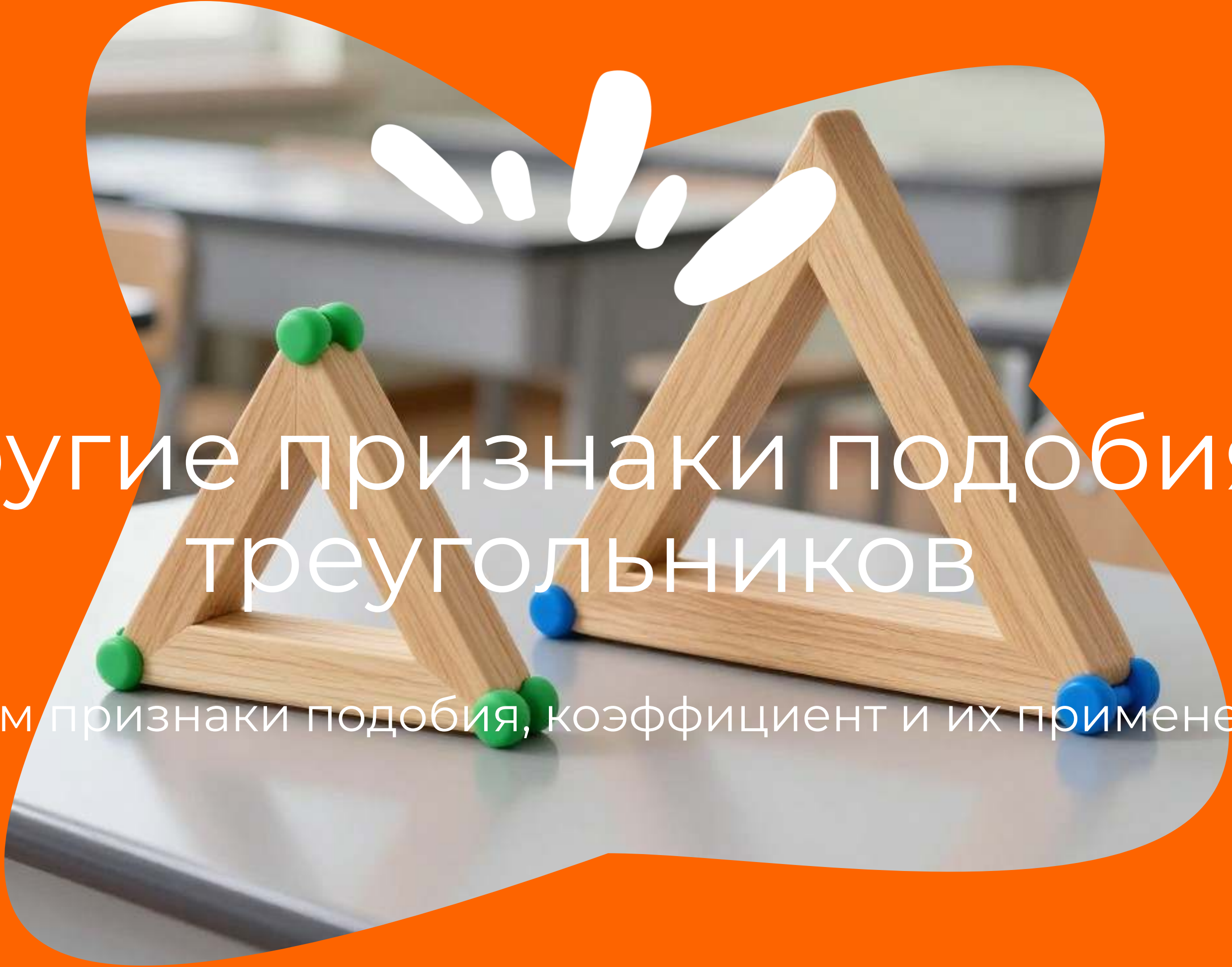


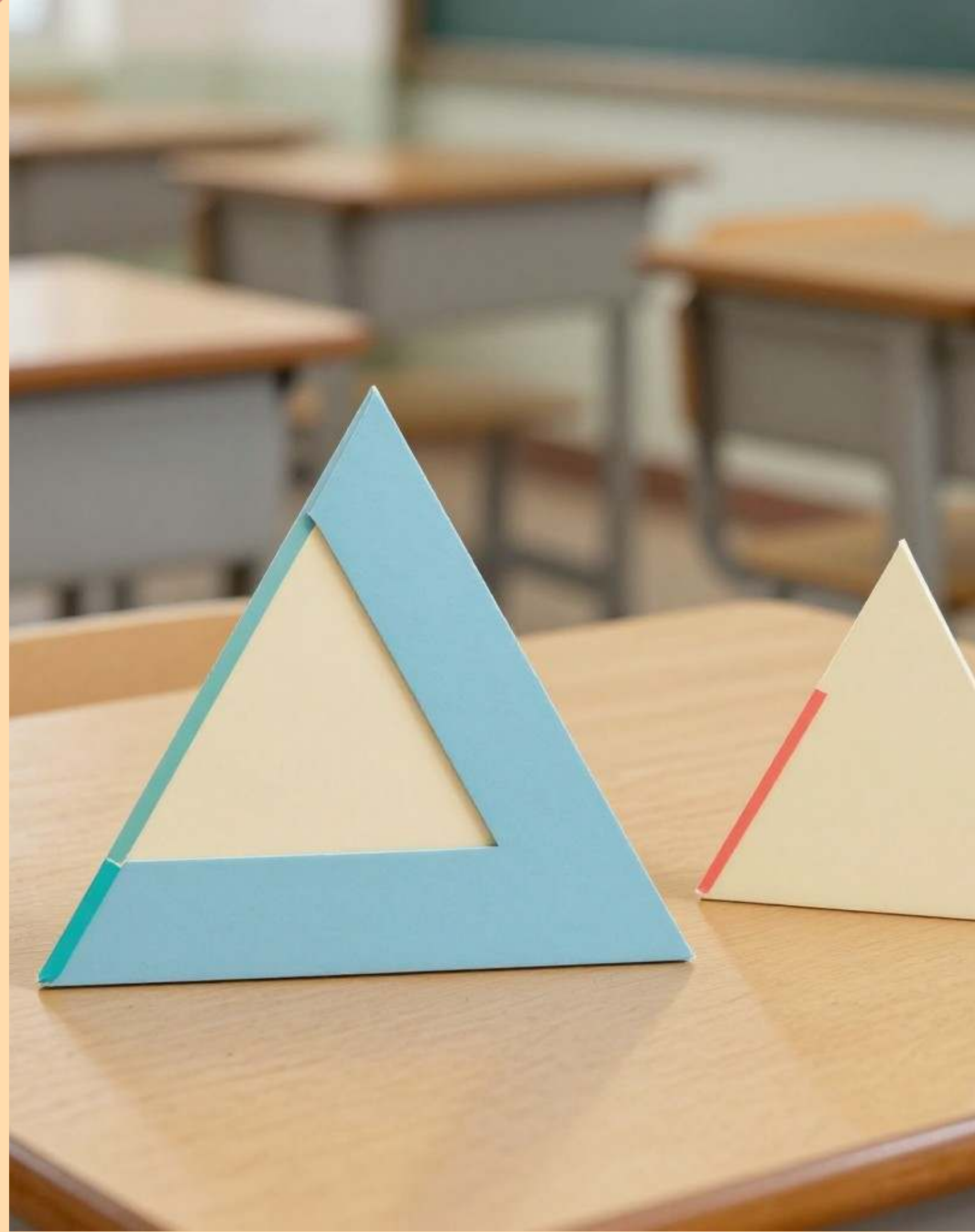


Другие признаки подобия треугольников

Изучаем признаки подобия, коэффициент и их применение.

Что нужно помнить о подобии

Подобные треугольники сохраняют форму: равные углы и пропорциональные стороны помогают находить неизвестные величины и доказывать сходство фигур даже без прямого указания всех углов.



2

раза увеличиваются
стороны, а площадь
возрастает в 4 раза.

Коэффициент подобия показывает, как меняются размеры: при $k = 2$ все соответствующие стороны удваиваются, а площадь растёт быстрее — в четыре раза.

Школьный курс геометрии 9 класса

Основные признаки подобия треугольников

Каждый признак работает в своих задачах: одни удобно применять по рисунку, другие — по длинам и пропорциям.

Самым универсальным остаётся признак по двум углам, но в вычислениях часто нужны и два других.

Условная частота использования в школьных задачах

Признак подобия по двум углам

Два равных угла

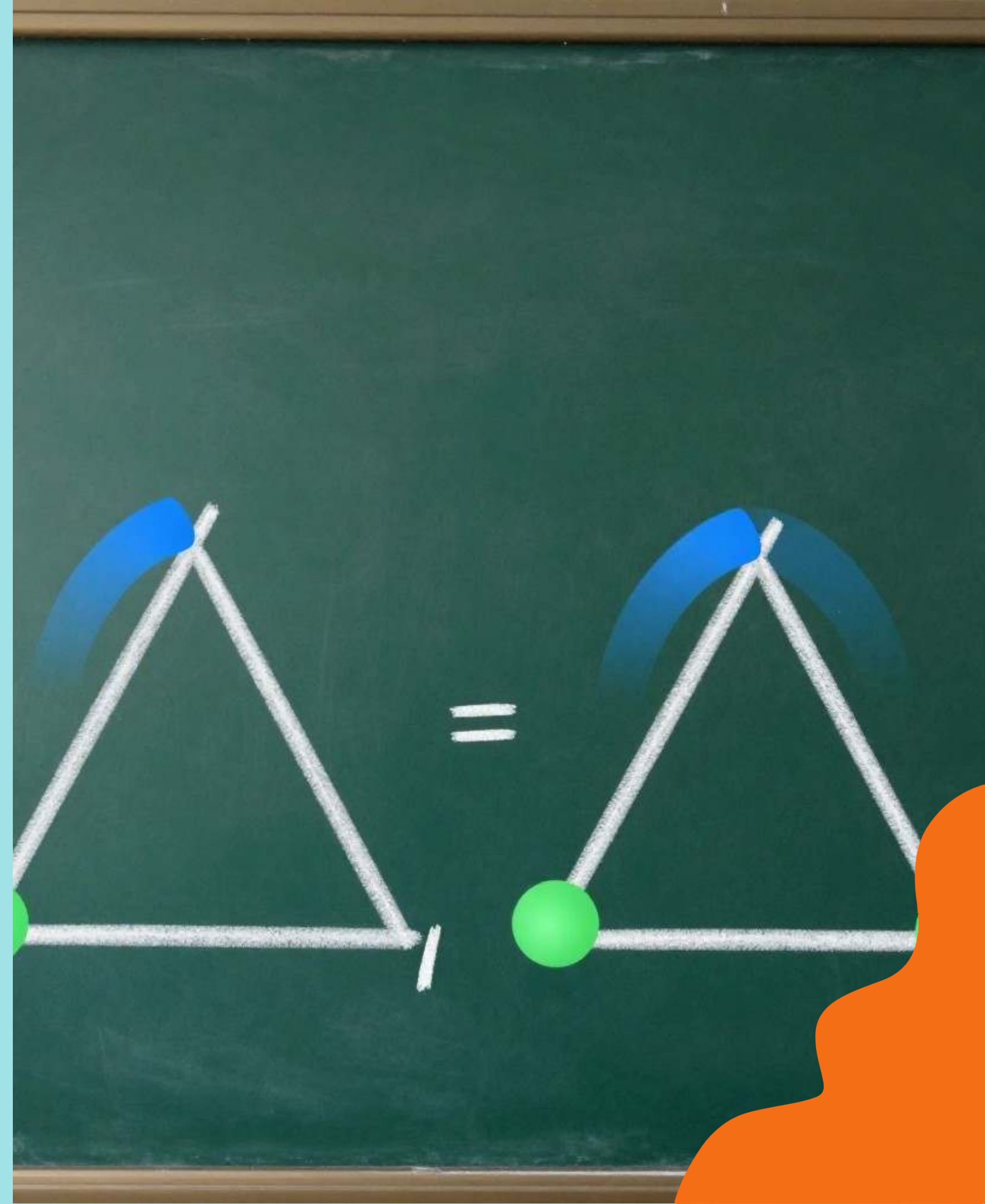
Если у двух треугольников совпадают две пары углов, то фигуры уже имеют одну и ту же форму. Этого достаточно, чтобы доказать подобие без сравнения сторон.

Третий угол тоже совпадает

Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому при равенстве двух углов автоматически равны и третьи. Это делает первый признак самым коротким и удобным для доказательства.

Как записывать соответствие

При обозначении подобных треугольников важно соблюдать одинаковый порядок вершин. Тогда сразу видно, какие углы и стороны считаются соответствующими и какие отношения можно составлять.



Как задаётся соответствие вершин и сторон

Сохраняем порядок

01

Если треугольники записаны как $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, то первая вершина соответствует первой, вторая — второй, третья — третьей. Порядок нельзя менять произвольно.

Находим пары сторон

02

Сторона AB соответствует A_1B_1 , сторона BC — B_1C_1 , а сторона AC — A_1C_1 . Именно так строятся правильные пропорции для дальнейших вычислений.

Проверяем углы

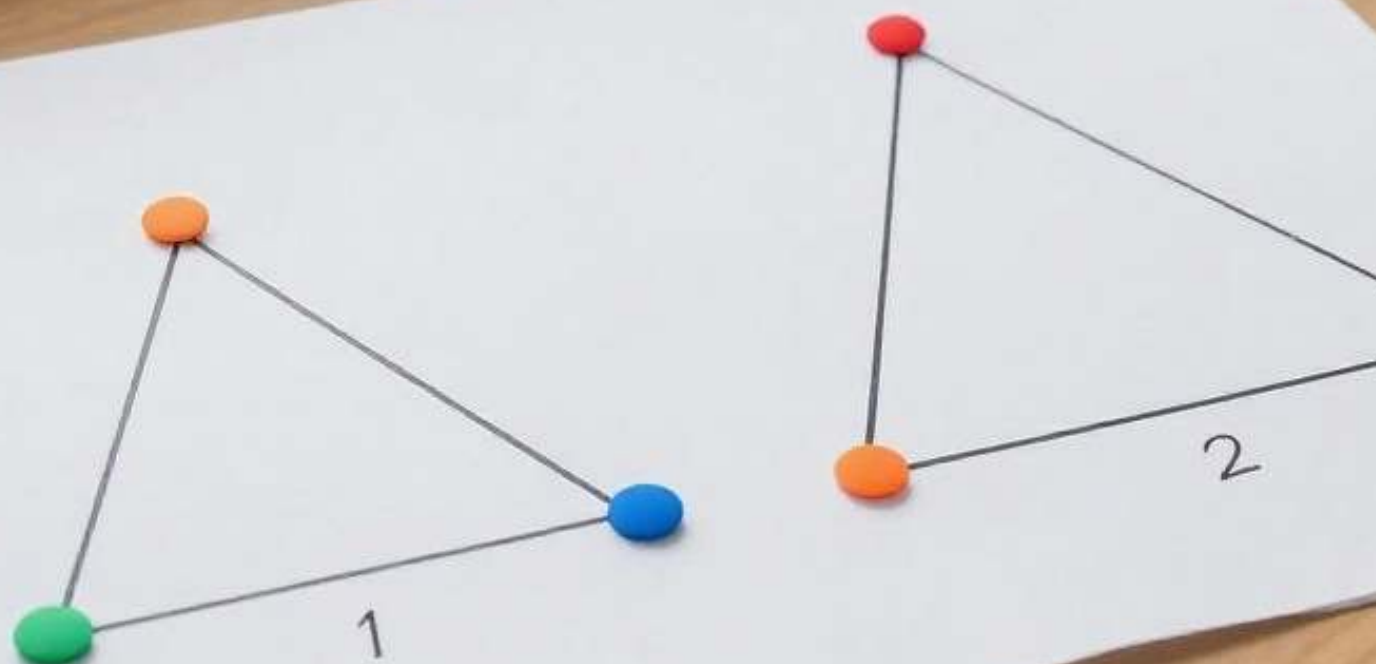
03

Углы при соответствующих вершинах тоже должны быть одинаково расположены: $\angle A$ соответствует $\angle A_1$, $\angle B$ — $\angle B_1$, $\angle C$ — $\angle C_1$. Это помогает не перепутать треугольники.

Избегаем ошибки

04

Если перепутать вершины, коэффициент подобия и отношения сторон окажутся неверными. Поэтому перед решением полезно ещё раз сверить подписи, рисунок и составленные пропорции.



Признак подобия по двум сторонам и углу между ними

Берём две стороны

Сначала выбирают две пары предполагаемых соответствующих сторон. Их длины должны быть пропорциональны, иначе признак использовать нельзя.

01

02

Смотрим на угол между ними

Проверяют именно угол, заключённый между выбранными сторонами. Он должен быть равен в обоих треугольниках, потому что именно эта часть условия делает признак надёжным.

Связываем данные

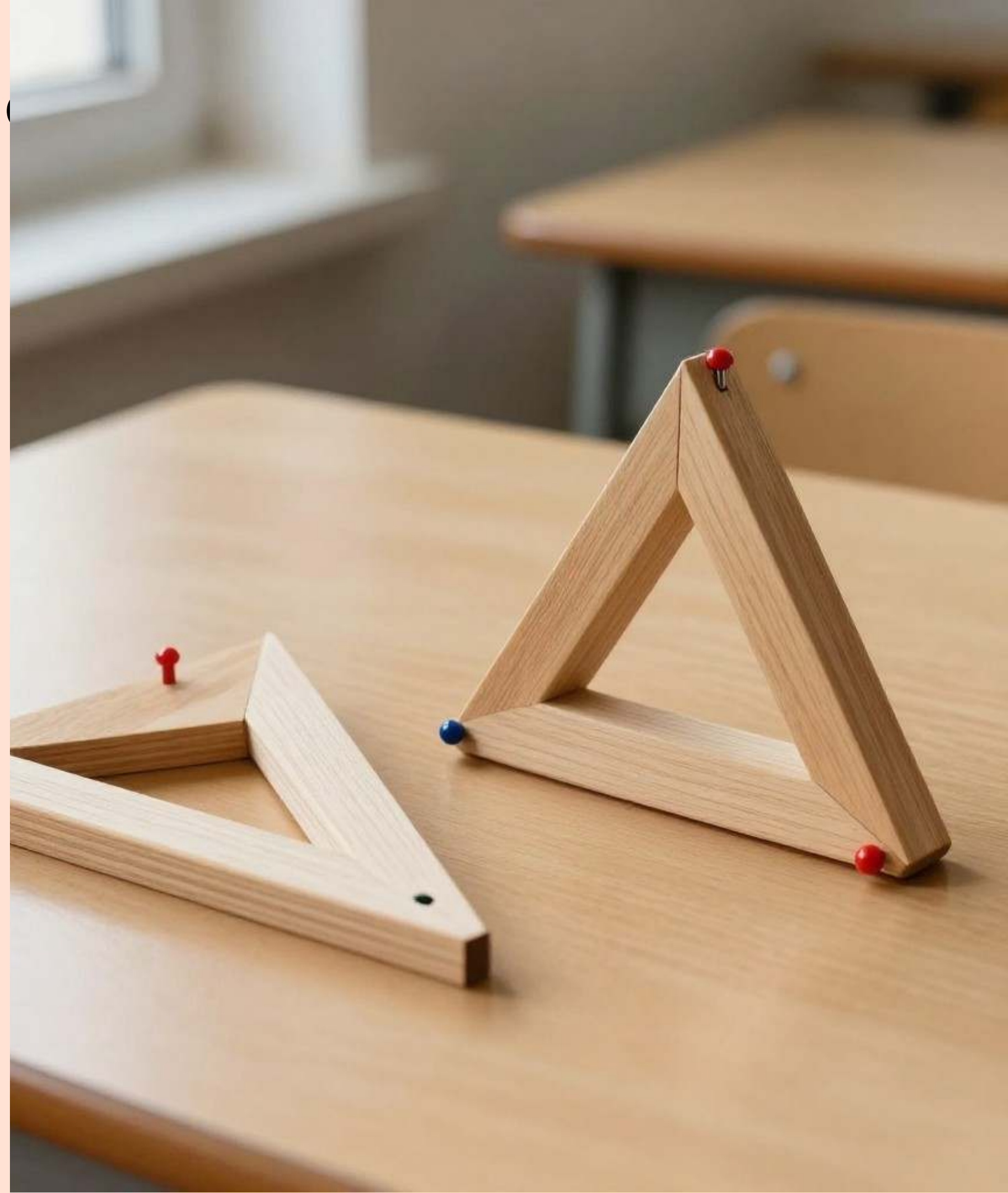
Этот признак особенно полезен, когда известны измерения по чертежу, координатам или схеме объекта. Тогда можно доказать подобие даже без полного набора углов.

03

04

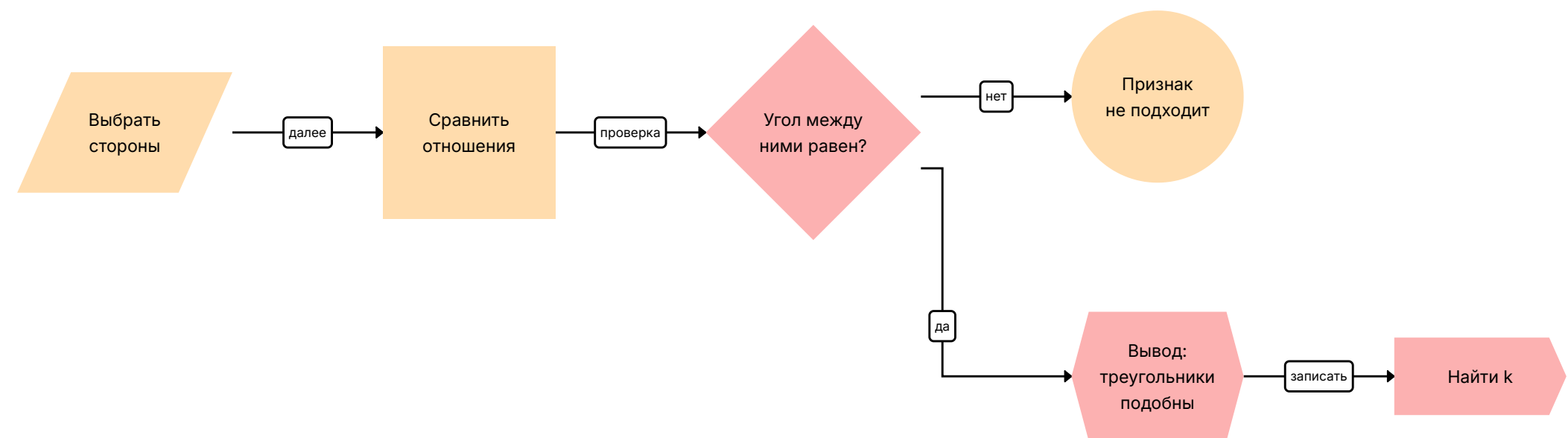
Делаем вывод

Если обе части условия выполнены, треугольники подобны, а коэффициент подобия находят по отношению соответствующих сторон. Это помогает сразу переходить к вычислению неизвестных размеров.



Проверка подобия по двум сторонам и углу

Алгоритм проверки признака по данным сторон и включённого угла



Признак подобия по трём сторонам

Три пропорции

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то фигуры подобны. Здесь не нужно искать углы, достаточно проверить все три отношения.

Удобен по длинам

Этот признак особенно полезен, когда в задаче даны только отрезки. Он часто встречается в упражнениях на точные построения, сравнение фигур и работу с масштабом.

Помогает в чертежах

На плане или чертеже стороны могут быть измерены напрямую, поэтому признак по трём сторонам даёт быстрый способ установить подобие и перейти к вычислениям.



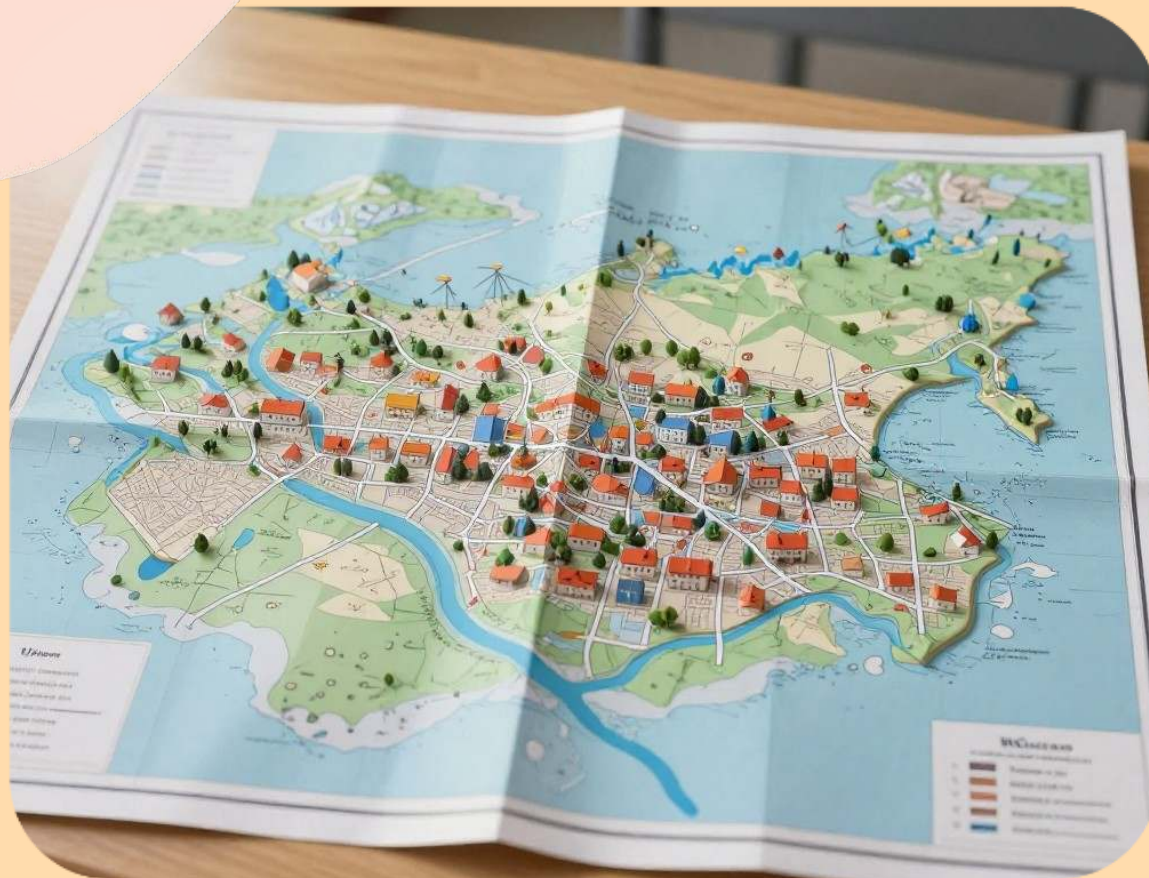
Признак	Что сравнивают	Когда удобно
2 угла	Две пары углов	По рисунку
2 стороны и угол	Пропорция и угол	В вычислениях
3 стороны	Три отношения сторон	Если известны длины

Сравнение трёх признаков подобия

Таблица помогает быстро выбрать нужный признак по условиям задачи.

Выбор признака зависит от того, какие элементы треугольника даны в условии.

Коэффициент подобия и масштаб



Карта в уменьшенном виде

На карте улицы и реки выглядят маленькими, но сохраняют ту же форму, что и на местности. Масштаб показывает, во сколько раз уменьшено изображение, а коэффициент подобия помогает связать карту с реальными размерами.



Чертёж как точная копия

Архитектор рисует здание на чертеже не в натуральную величину, а с нужным уменьшением. Если выбран правильный масштаб, по линейке можно измерить длину стены и перевести её в реальный размер без ошибки.



Одинаковая форма, разный размер

Подобные треугольники похожи на один и тот же рисунок, только увеличенный или уменьшенный. Поэтому отношение соответствующих сторон остаётся постоянным, а все измерения можно пересчитать по одному числу — коэффициенту подобия.

Как изменяются длины, периметр и площадь

Линейные величины
меняются одинаково,
а площадь реагирует сильнее.
Это важно при сравнении
чертежей, моделей
и реальных объектов.

При увеличении в 2 раза
стороны и периметр
удваиваются, а площадь
возрастает в 4 раза, то есть
по квадрату коэффициента.

Школьный курс геометрии, 9 класс

Типичные ошибки при проверке признаков

Неверные стороны

01

Иногда сравнивают стороны, которые не соответствуют друг другу. Тогда отношения получаются случайными, и вывод о подобии оказывается неправильным, даже если числа выглядят близкими.

Перепутанный порядок вершин

02

При записи подобных треугольников важно сохранять одинаковый порядок букв. Если поменять вершины местами, то стороны будут сопоставлены неверно, а коэффициент подобия станет ошибочным.

Не тот угол

03

Во втором признаке нужно брать именно угол между выбранными сторонами. Если взять соседний или противоположный угол, условие подобия не выполнится, хотя на рисунке это не всегда заметно.

Слабая проверка условия

04

Перед ответом полезно ещё раз сверить рисунок, обозначения и пропорции. Такая проверка помогает заметить неточности и избежать неверного решения в геометрической задаче.

Где применяются признаки подобия



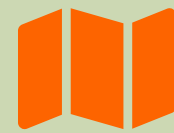
Высота по тени

По длине тени можно найти высоту дерева или столба, если известен рост человека и его тень в тот же момент. Лучи Солнца создают подобные треугольники.



Ширина реки

Когда к противоположному у берегу нельзя подойти, ширину находят по измерениям с доступной стороны. Подобие позволяет заменить прямое измерение расчётом по пропорциям.



Карты и планы

На карте и плане реальные расстояния уменьшаются по одному масштабу. Поэтому по чертежу можно вычислить длину улицы, комнаты или участка земли.



Чертежи и модели

Модели зданий, деталей и механизмов сохраняют форму оригинала, но отличаются размером. Подобие помогает точно перенести размеры с уменьшенной копии на реальный объект.

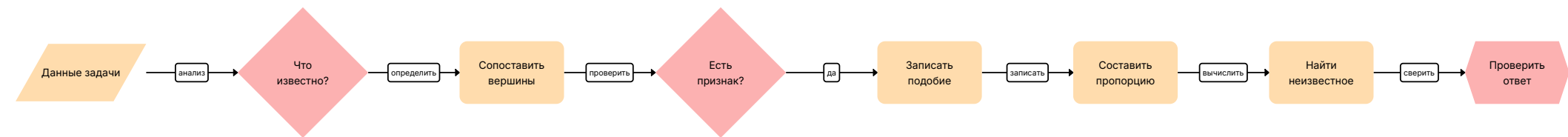


Оптика и свет

В задачах про зеркало, фонарь или солнечные лучи подобные треугольники возникают из-за одинакового направления света. Это позволяет находить неизвестные расстояния без прямого измерения.

Алгоритм решения задач на подобие

Последовательность действий при выборе признака подобия и вычислении неизвестной величины



Пример применения: высота

Измеряем тень человека

Сначала измеряют рост человека и длину его тени. Эти данные нужны как известные стороны одного маленького треугольника, который будет сравниваться с треугольником дерева.

01

Выбираем момент наблюдения

Важно, чтобы измерения были сделаны одновременно. Тогда положение Солнца одинаково, а углы падения лучей совпадают, что делает треугольники подобными.

02

Составляем пропорцию

Высоту дерева находят по отношению соответствующих сторон: рост человека относится к его тени так же, как высота дерева — к длине его тени.

03

Получаем ответ

После подстановки чисел остаётся решить пропорцию и проверить, подходит ли результат по смыслу. Такой способ удобен, когда измерить дерево напрямую невозможно.

04



Где чаще всего встречается подобие в практике

Подобие помогает переводить размеры из уменьшенной модели в реальный объект и обратно. Поэтому оно особенно полезно там, где важны точность и сохранение формы.

Больше всего подобие используется в архитектуре и строительстве, а остальные области тоже дают близкие по значению доли.

Учебные задачи по геометрии; обобщение по теме

Основные формулы по теме

Краткие записи помогают быстро выбрать нужную пропорцию и не потерять связь между сторонами, периметром и площадью.

Периметр меняется как длина, а площадь — как квадрат коэффициента подобия; это главное отличие, которое нужно помнить при решении задач.

Что записываем	Формула	Смысл
Подобие	$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$	Треугольники подобны
Стороны	$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1$	Пропорции сторон
Коэффициент	$k = AB/A_1B_1$	Отношение сторон
Изменение	$P_1/P_2 = k; S_1/S_2 = k^2$	Периметр и площадь

Как быстро определить нужный признак подобия

1. Посмотреть на данные

Сначала определяют, что дано в условии: углы, стороны, пропорции или их сочетание. Это помогает понять, какой признак вообще можно проверить.

3. Выбрать признак

Если даны два угла, берут первый признак. Если есть две пропорциональные стороны и угол между ними, используют второй. Если известны три пары сторон, подходит третий.

2. Найти соответствия

Затем сопоставляют вершины и стороны двух треугольников. Правильное соответствие нужно, чтобы не перепутать пары элементов и не нарушить пропорции.

4. Проверить достаточность

Когда данных не хватает для ни одного признака, делать вывод о подобии нельзя. В этом случае нужно искать дополнительные сведения или другой способ решения.

Подобие, которое помогает решать задачи

Другие признаки подобия треугольников дают удобный способ находить неизвестные длины, сравнивать чертежи и работать с масштабом. Главное — верно выбрать признак и аккуратно записать соответствующие стороны.