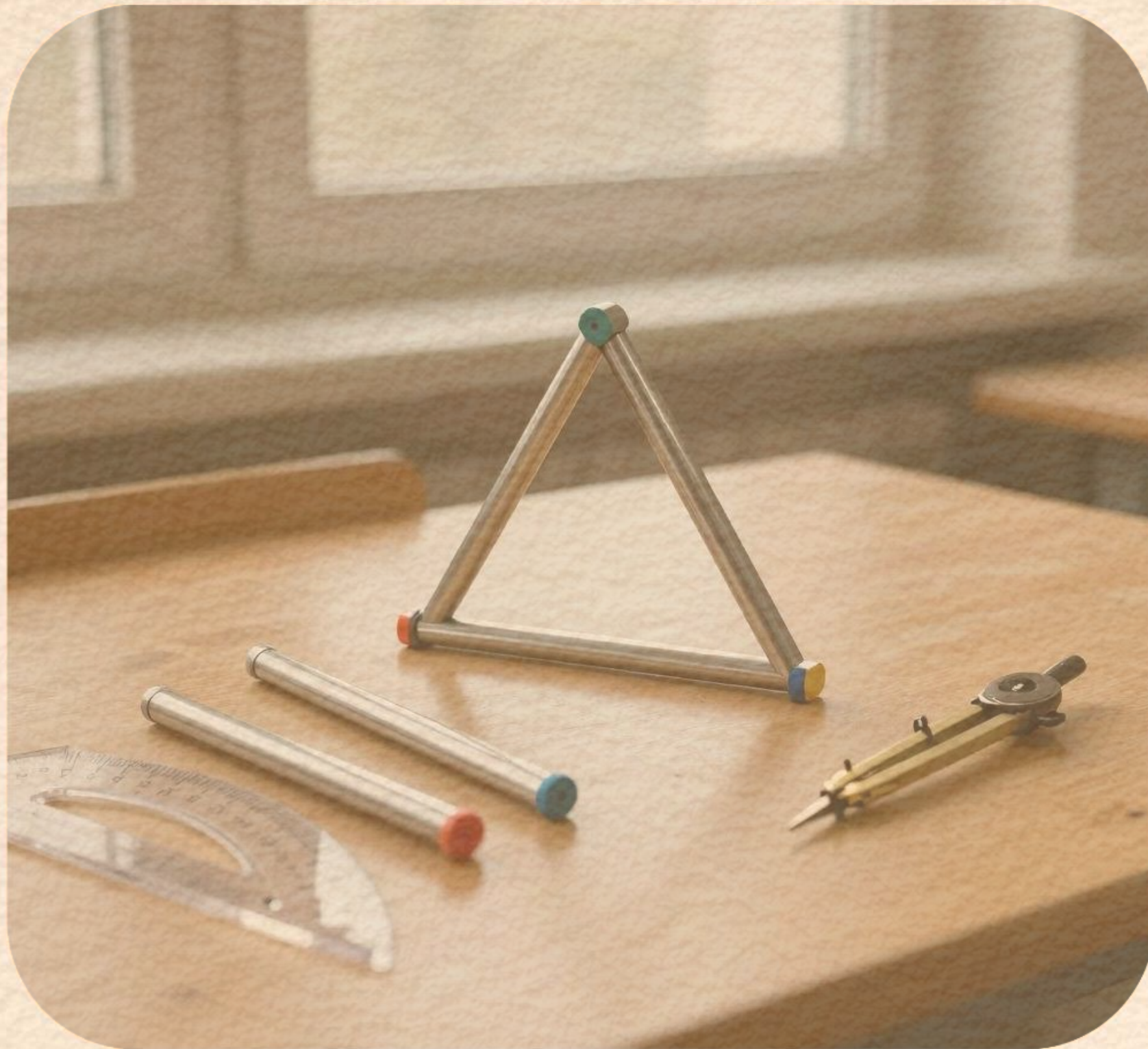


Построение треугольника по трём элементам



Изучаем, как по данным сторонам и углам построить
единственный треугольник.

Почему это умение важно



Треугольники помогают учиться равенству фигур и точному черчению. Построение по трём элементам тренирует работу с линейкой, циркулем и транспортиром и показывает, когда данных достаточно, а когда нет.

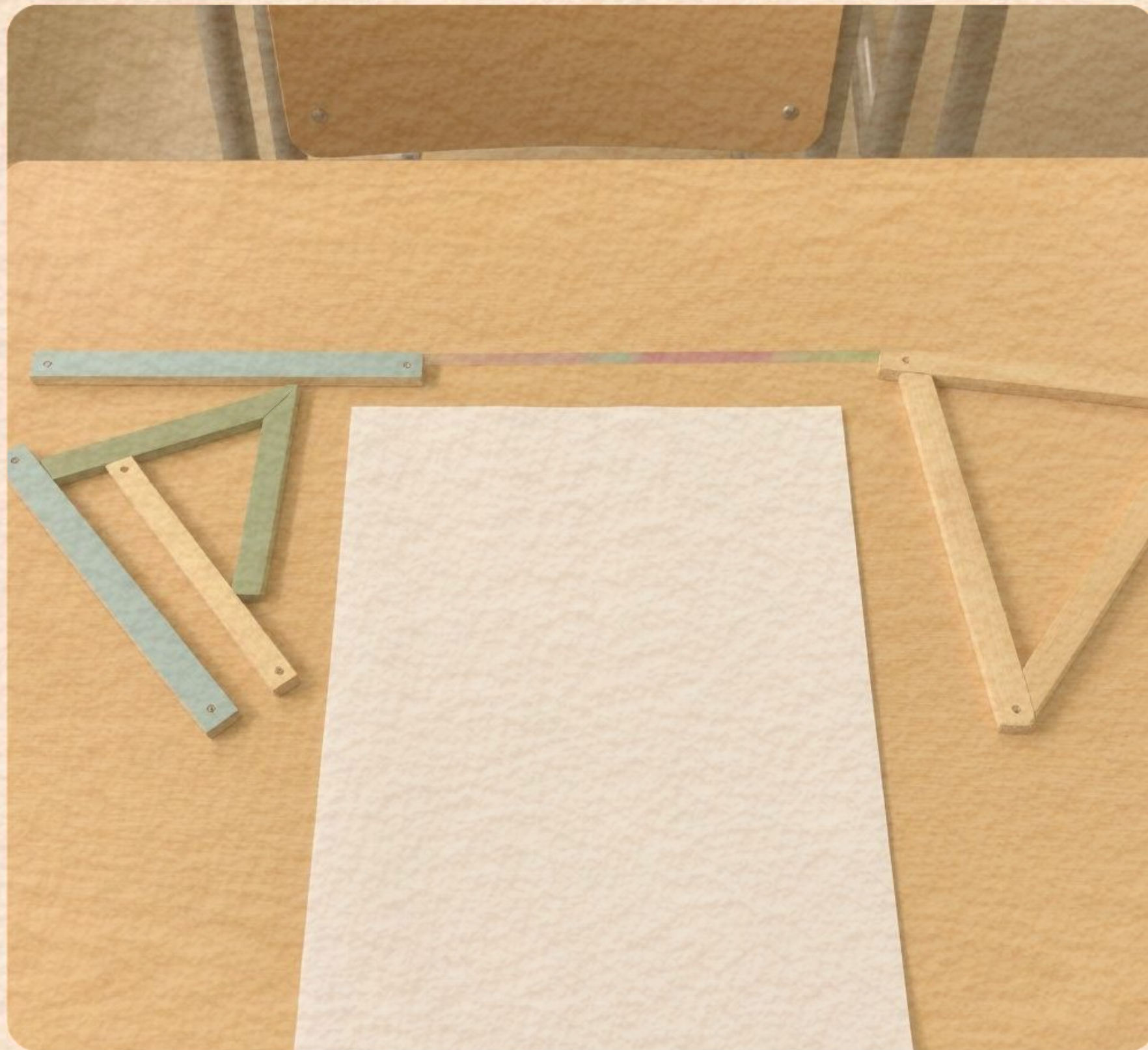
Элементы треугольника и обозначения

У любого треугольника есть три стороны и три угла. Стороны обычно обозначают строчными буквами a , b , c , а вершины и углы — заглавными: A , B , C .

Внутренние углы треугольника всегда в сумме дают 180° . Это ключевой факт для построений по углам и для проверки правильности уже готового чертежа.

Такие обозначения удобно использовать в задачах: условия записываются коротко, а построение получается аккуратным. Вы сразу видите, какие именно стороны и углы считаются заданными.

Случай SSS: заданы три стороны



Если известны все три стороны треугольника, его можно построить циркулем и линейкой. Главное — сначала проверить, что размеры согласуются с геометрией, а не противоречат друг другу.

Условие существования называют неравенством треугольника: сумма любых двух сторон должна быть больше третьей. Например, 5 см, 6 см и 7 см подходят, а 2 см, 3 см и 6 см — нет, потому что $2 + 3 < 6$.

Случай SAS: две стороны и угол между ними



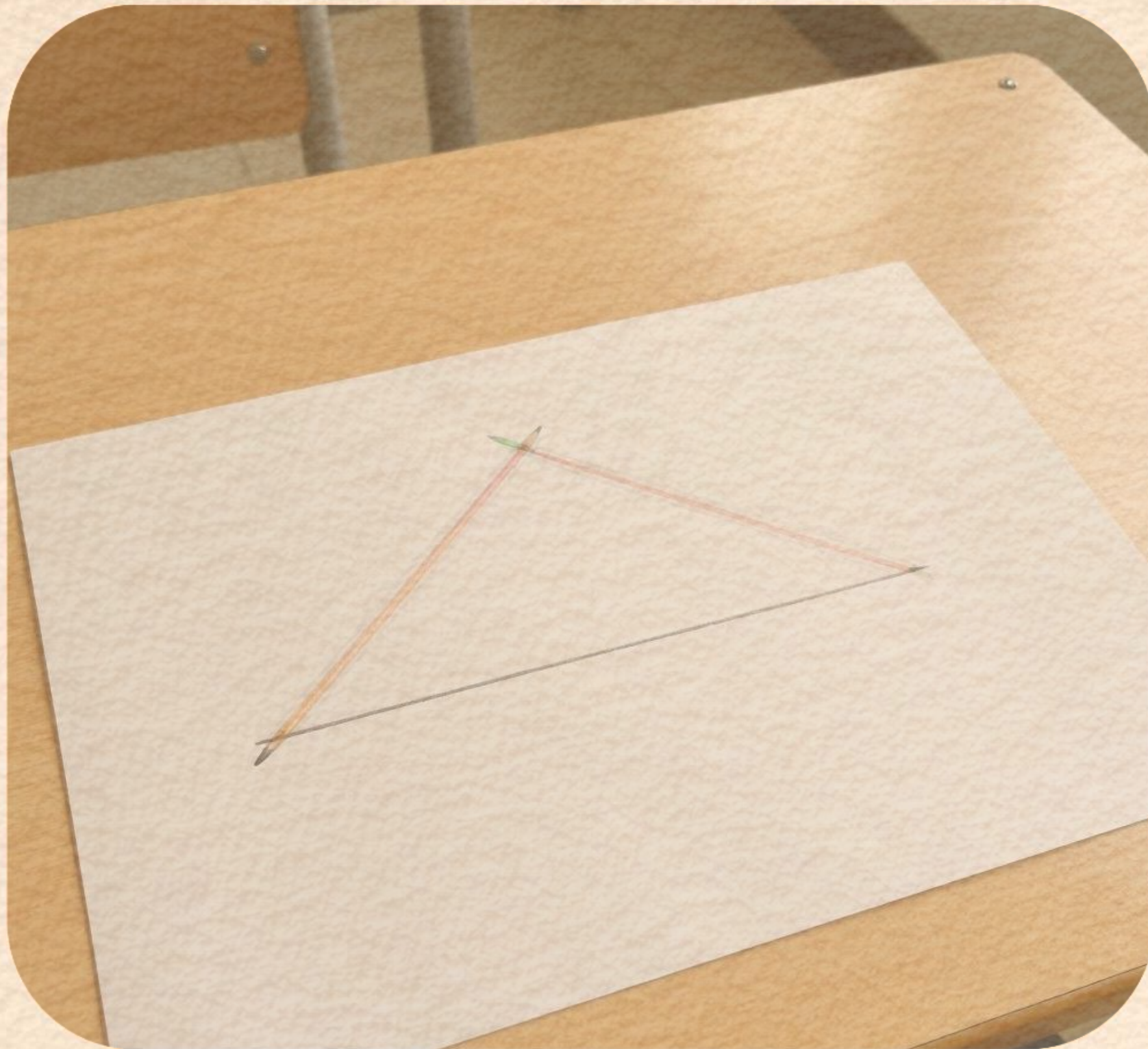
Что именно нужно задать

Когда известны две стороны и угол между ними, треугольник определяется однозначно. Сначала вы строите угол заданной величины, а затем на его лучах откладываете длины двух сторон.

Как выполняется построение

Важно, чтобы угол был заключён именно между известными сторонами: тогда все данные «сходятся» в одной точке. Если же перепутать расположение, может получиться другой треугольник или задача станет неоднозначной. Например: 4 см и 6 см, угол 50° между ними.

Случай ASA: сторона и два прилежащих угла



Если дана одна сторона и два угла, прилежащих к ней, треугольник тоже получается единственным. Сначала строят отрезок заданной длины, затем из его концов откладывают лучи под указанными углами.

Пересечение лучей даёт третью вершину. После этого третий угол можно найти по формуле $180^\circ - (\text{первый угол} + \text{второй угол})$. Например, при 40° и 65° получаем 75° .

Три основных случая однозначного построения

Случай SSS, SAS и ASA задаёт форму и размеры треугольника без дополнительных неизвестных.

Во всех трёх случаях данных достаточно, чтобы построить один и только один треугольник (при выполнении условий существования).

Случай	Что задано	Условие	Результат
SSS	три стороны	сумма любых двух сторон $>$ третьей	однозначное построение
SAS	две стороны и угол	угол между заданными сторонами	однозначное построение
ASA	сторона и два угла	сумма двух углов $< 180^\circ$	однозначное построение

*Школьный курс геометрии (9 класс):
признаки однозначности построения.*

Общий алгоритм построения

От данных задачи — к построению и проверке чертежа.



Инструменты для построения



Линейка

Нужна, чтобы проводить отрезки и аккуратно соединять точки. С её помощью вы задаёте базовую линию построения и контролируете, чтобы чертёж был ровным.



Циркуль

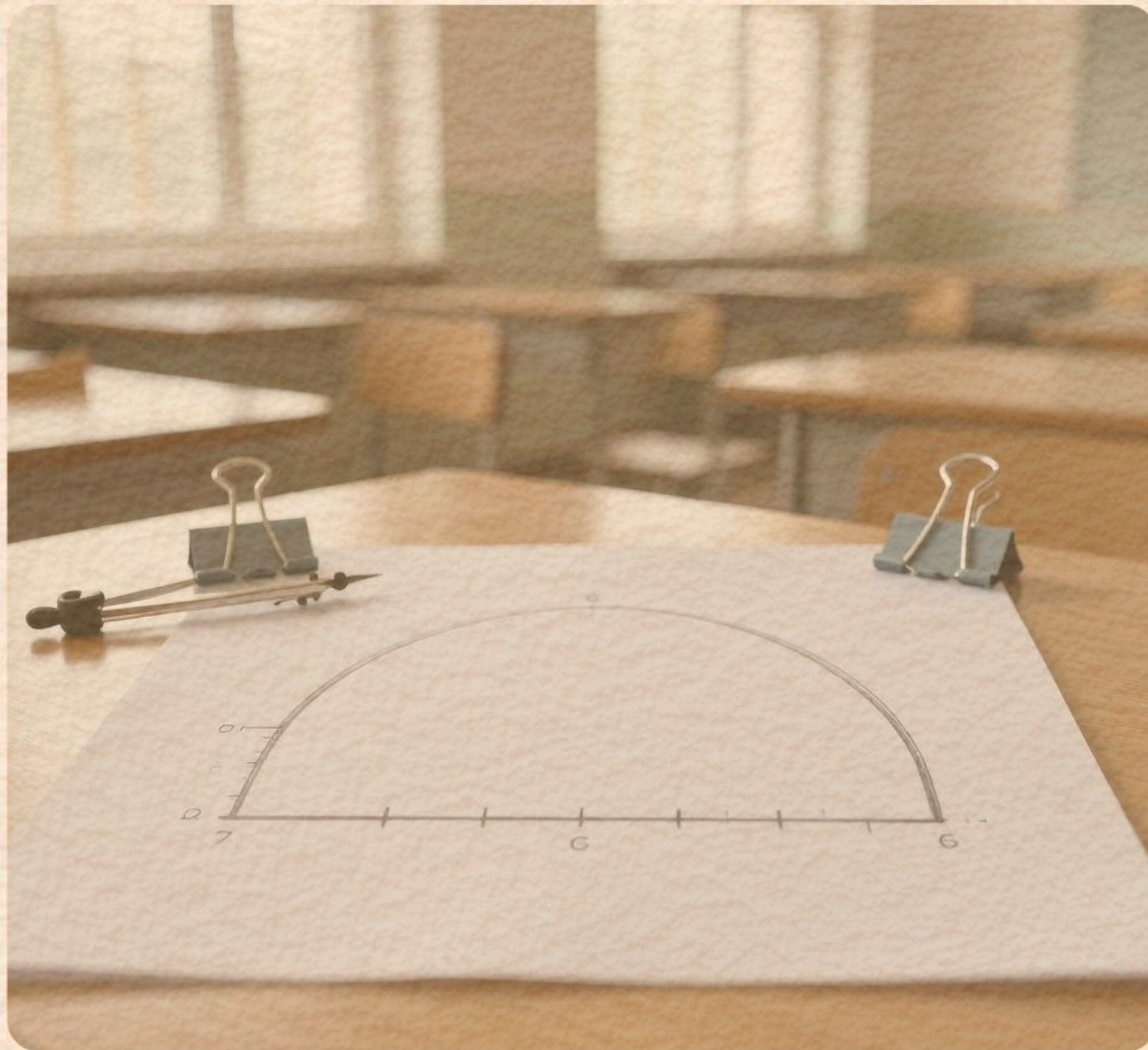
Циркуль используют для откладывания длин и построения дуг. Именно дуги помогают получить вершину как точку пересечения при построениях по сторонам.



Транспортир и обозначения

Транспортир помогает отложить угол заданной величины. В чертеже вершины подписывают буквами А, В, С, а стороны — а, b, c, чтобы не путать элементы.

Пример построения по трём сторонам



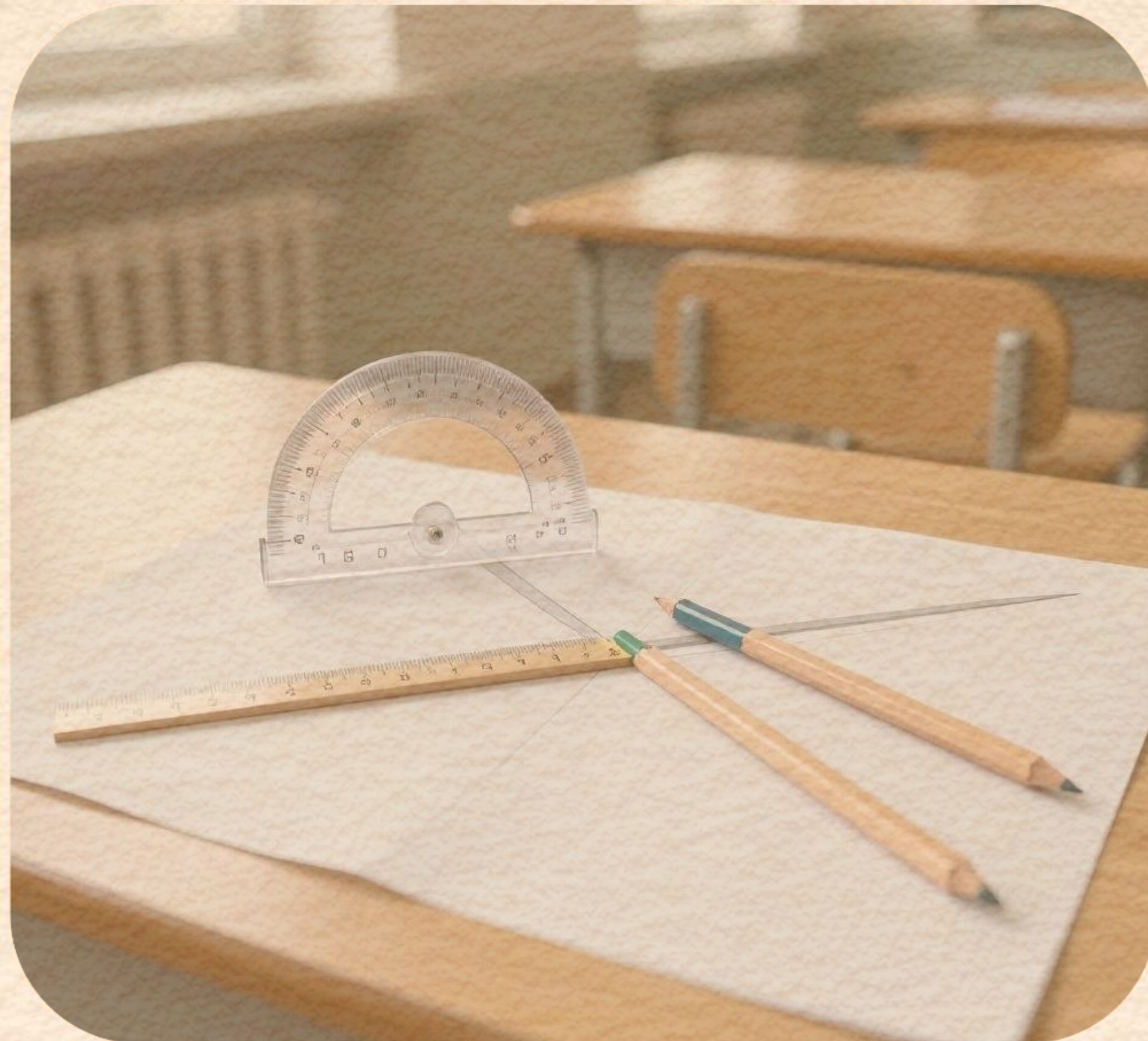
Пусть даны стороны 5 см, 6 см и 7 см. Сначала строят отрезок длиной 7 см — это будет основание треугольника. Затем из его концов проводят дуги радиусами 5 см и 6 см.

Точка пересечения дуг становится третьей вершиной. Получившийся треугольник демонстрирует идею: один отрезок можно взять как основу, а две другие стороны определяют положение вершины точно.

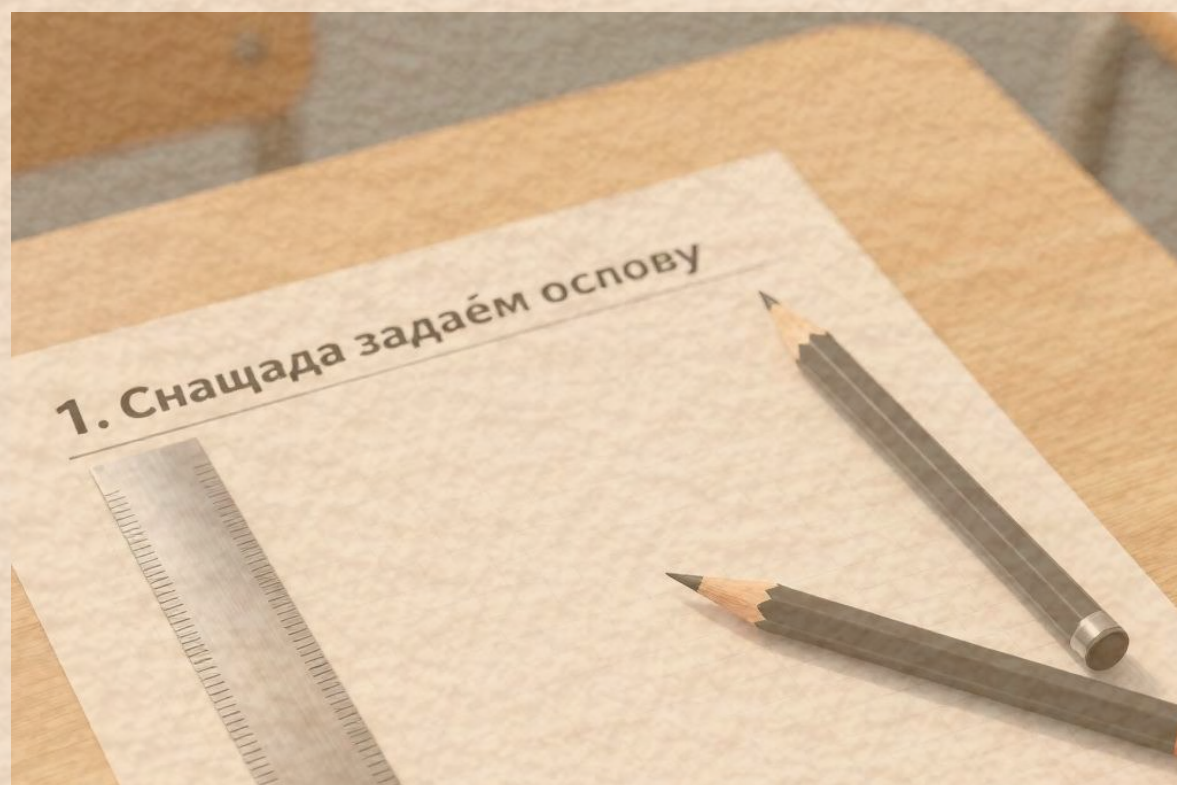
Пример построения по двум сторонам и углу

Пусть даны стороны 4 см и 6 см, а угол между ними равен 50° . Сначала строят сам угол 50° : проводят вершину и два луча, образующих нужное раскрытие, строго по транспортиру.

Затем на первом луче откладывают отрезок 4 см, а на втором — 6 см. Свободные концы отрезков соединяют, получая третью сторону и замыкая треугольник, который определяется единственным образом.



Пример построения по стороне и двум углам



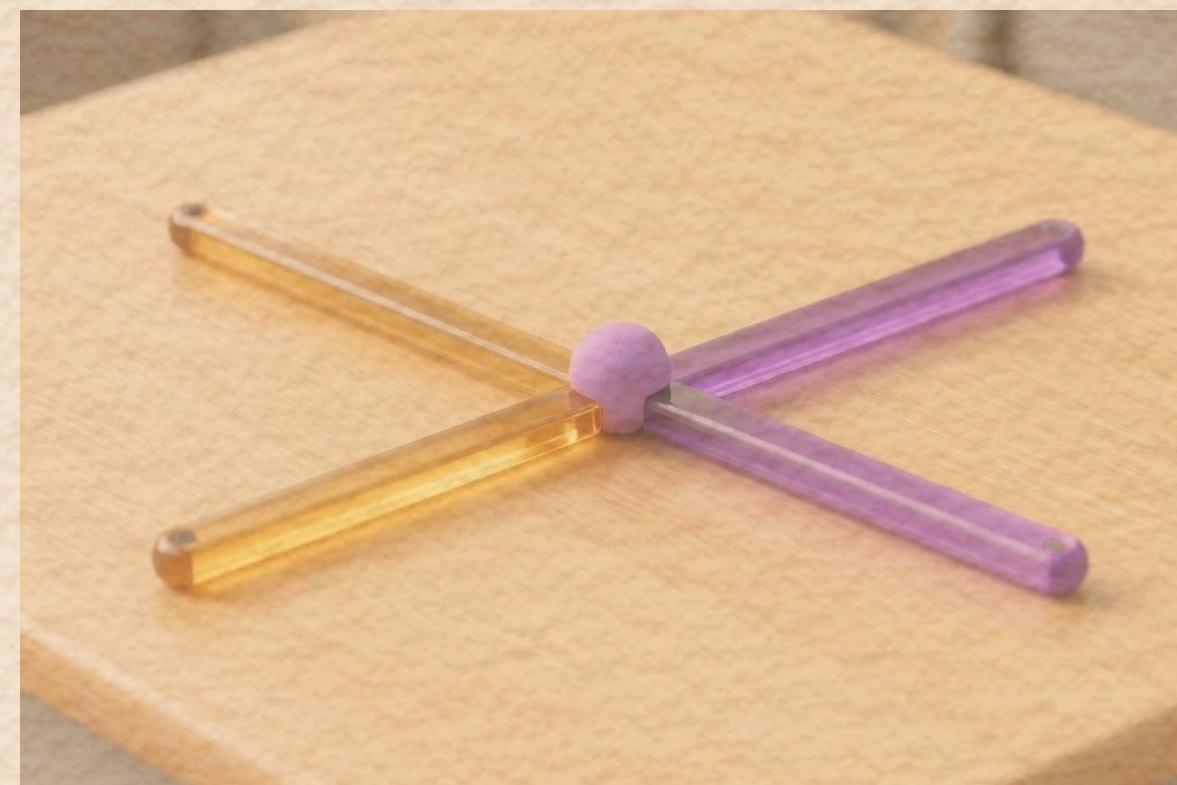
Сначала задаём основу

Даны сторона 8 см и прилежащие к ней углы 40° и 65° . Сначала на листе строят отрезок длиной 8 см и мысленно отмечают его концы как точки, из которых будут выходить лучи углов.



Восстанавливаем два луча

В каждом конце отрезка откладывают соответствующий угол: на одном конце 40° , на другом — 65° . Лучи проводят в одной полуплоскости, чтобы они «смотрели» внутрь будущего треугольника.



Точка пересечения задаёт вершину

Точка пересечения построенных лучей становится третьей вершиной. Тогда третий угол вычисляют как $180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$, потому что сумма внутренних углов треугольника равна 180° .

Когда построение невозможно

Построение невозможно, если нарушено неравенство треугольника: сумма любых двух сторон должна быть больше третьей. Например, при 2 см, 3 см и 6 см получаем $2 + 3 < 6$, значит треугольник не складывается.

Проблема возникает и в ситуациях, когда данные относятся к разным вершинам. Тогда углы могут «не встречаться» так, как требуется, и построение не даёт единственной фигуры, подходящей под условия.

Даже если на бумаге пытаются «соединить» точки, фигура либо не замыкается, либо выходит вырожденной. В таких задачах понятие «треугольник» теряет смысл, потому что геометрическое условие не выполняется.

Ещё один случай — когда вместо однозначного ответа получается несколько возможных треугольников. Для нашего набора данных это означает недостаток информации или несогласованность условия, и построение по выбранному случаю не завершается правильно.

Даже небольшая ошибка в длине стороны или величине угла меняет весь треугольник. При неточном построении могут измениться все три угла и расположение вершины.

Школьный курс геометрии: сумма внутренних углов треугольника равна 180° .

180°

Сумма углов фиксирована, поэтому любая погрешность в одном угле обязательно меняет остальные и смещает вершину.

Сравнение трёх случаев построения

Случай	Данные	Основной инструмент	Проверка
SSS	Три стороны	Линейка и циркуль	Неравенство треугольника
SAS	Две стороны и угол между ними	Транспортир, линейка, циркуль	Угол между сторонами
ASA	Сторона и два прилежащих угла	Транспортир и линейка	Сумма двух углов $< 180^\circ$

Три стандартных набора данных требуют своих инструментов и своих проверок: везде важно убедиться, что получившаяся фигура соответствует условию задачи.

Каждый случай использует «свои» условия и проверку, но общий результат один: при выполнении условий треугольник строится однозначно.

Курс школьной геометрии (построения и признаки однозначности).

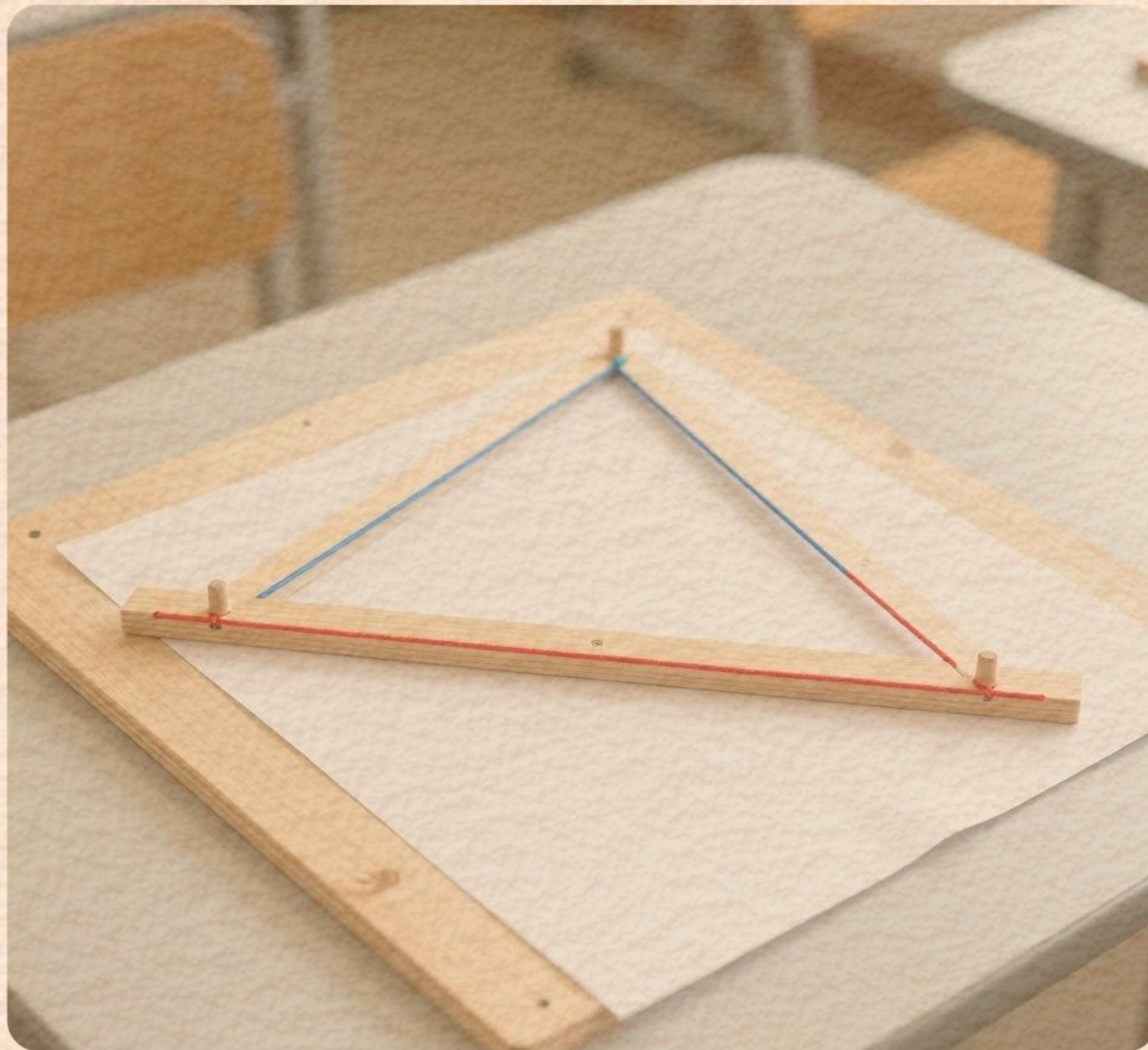
Связь с признаками равенства треугольников

Случаи SSS, SAS и ASA совпадают с классическими признаками равенства треугольников. Это означает: если два треугольника построены по одинаковым данным, они окажутся равными по форме и размеру.

Следовательно, построение по трем элементам — это не просто рисунок, а способ строго закрепить, когда фигура однозначно определяется. Одинаковые стороны и углы задают одну и ту же геометрию.

Такая связь делает тему построения основой для дальнейших доказательств. Дальше вы научитесь использовать признаки равенства, чтобы обосновывать равенство отрезков и углов в задачах на доказательство.

Проверка результата построения



После построения нужно обязательно проверить, что все заданные элементы совпали с условиями. Для SSS сравнивают все три стороны, для SAS — заданный угол между нужными сторонами и длины, которые его образуют.

Для ASA проверяют оба угла и то, что третья сторона получается так же, как следует из построения. Итоговая проверка помогает убедиться, что построенный треугольник действительно соответствует данным задачи.

Типичные ошибки при построении

Частая ошибка — перепутать стороны и углы местами, когда в условии указано «между какими сторонами» дано значение угла. Из-за этого строят неправильное раскрытие и треугольник получается другой формы.

Ещё одна типичная ошибка — не проверить условие существования треугольника. Если не выполнено неравенство треугольника, построение либо не замыкается, либо даёт вырожденный «треугольник».

Нередко неверно откладывают угол по транспортиру: берут не ту шкалу или измеряют от неправильной линии. Тогда лучи пересекаются в другой точке, и вершина смещается.

Также ошибкой становится использование данных, которые не относятся к одной и той же вершине. В результате условия оказываются несовместимыми, и построение не приводит к единственной фигуре, подходящей под задачу.

Где используется построение треугольника

01.

Чертёж и инженерная графика

Построения нужны, чтобы точно переносить размеры и углы на схемы. По треугольникам удобно задавать жёсткие формы конструкций и быстро проверять геометрию деталей.

Архитектура и дизайн

02.

Треугольник помогает формировать устойчивые опоры, фермы и элементы пространственных моделей. По заданным размерам и углам такие формы воспроизводят в проектах с контролем пропорций.

Компьютерная геометрия

03.

В программных моделях часто используют те же идеи: треугольник задаётся тремя элементами и становится однозначной фигурой. Это упрощает построение сцен, сеток и геометрических ограничений.

Главный вывод по теме

Треугольник по трём элементам строится однозначно в случаях SSS, SAS и ASA, если выполнены условия существования фигуры. План действий: выбрать данные, случай, проверить условия, построить и сверить результат.