

Хорды и дуги окружности

Разберём хорды, дуги и их связь с углами окружности.

Где встречаются хорды и дуги

Окружности окружают нас в часах, колёсах и спортивных дорожках. В геометрии они помогают связывать отрезки, дуги и углы в точные и удобные правила.



Окружность, хорда, дуга

Что такое окружность

Окружность — это линия, которая ограничивает круг. Все её точки находятся на одинаковом расстоянии от центра, поэтому фигура имеет строгую и очень удобную форму.

Что такое хорда

Хорда — отрезок, соединяющий две точки окружности. Она лежит внутри круга, а её концы всегда расположены именно на самой окружности.

Что такое дуга

Дуга — часть окружности между двумя точками. Она может быть короткой или длинной, в зависимости от того, какой участок окружности выбран.

Особая хорда

Диаметр — особая хорда, проходящая через центр окружности. Он делит окружность на две равные части и является самой длинной хордой.

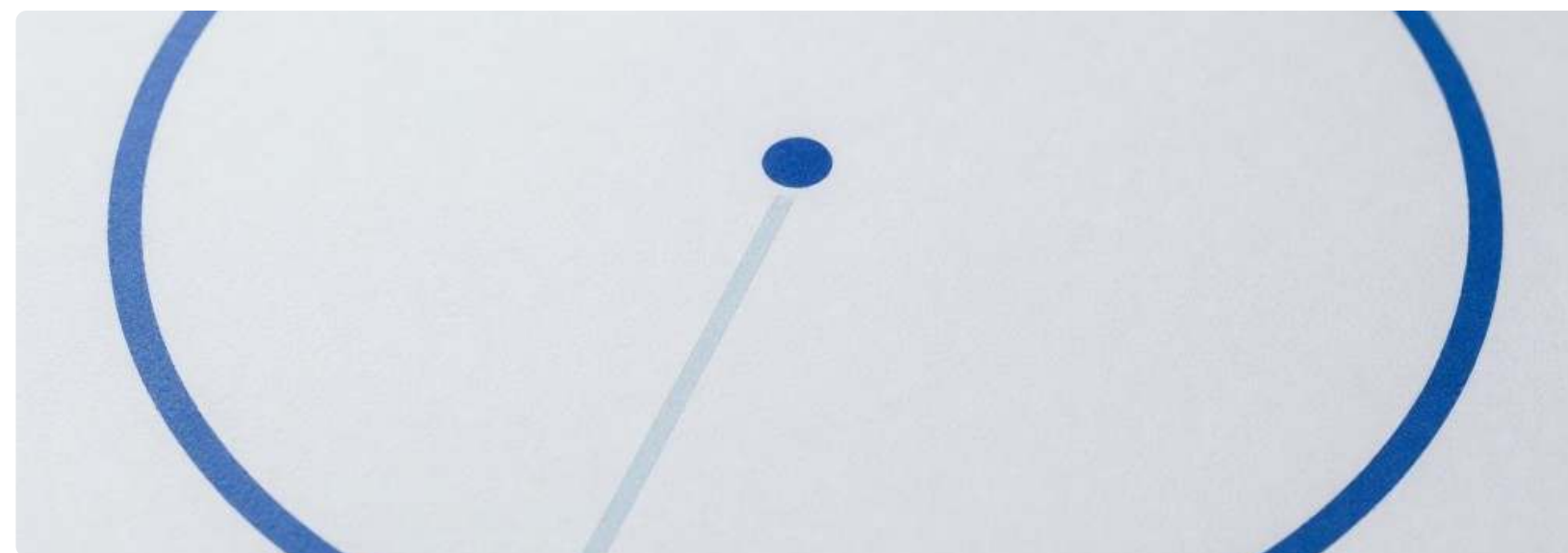
Полуокружность

Полуокружность — это дуга, которая составляет 180° . Она соединяет концы диаметра и помогает удобно сравнивать разные части окружности.

Как читать обозначения

Точки и отрезок

На чертеже точки А и В отмечают на окружности. Если между ними проведён отрезок, это хорда АВ, а не дуга, поэтому важно смотреть на расположение линии.



Как отличить дугу

Дугу обозначают теми же буквами, но смысл другой: речь идёт о части окружности между А и В. Подпись помогает понять, что именно требуется в задаче.

Роль центра

Центр О обычно подписывают отдельно, чтобы не путать его с точками на окружности. Такое обозначение сразу показывает, где находится угол и какая дуга с ним связана.

Концы дуги и её виды

Концы дуги

01

Концы дуги — это две точки окружности, между которыми она проходит. Именно они задают, какую часть окружности нужно рассматривать на рисунке и в записи.

Малая дуга

02

Малая дуга короче полуокружности, поэтому её градусная мера меньше 180° . Обычно именно её имеют в виду, если не сказано обратное.

Большая дуга

03

Большая дуга длиннее полуокружности и имеет меру больше 180° . Чтобы не ошибиться, нужно внимательно смотреть, какой именно участок окружности указан в задаче.

Геометрический смысл дуги

01. Ближе — короче

Если точки А и В расположены ближе друг к другу, хорда АВ становится короче, а соответствующая дуга уменьшается. Геометрия здесь показывает прямую связь расстояния и меры.

02. Две дуги

Одни и те же точки на окружности задают две дуги: малую и большую. Выбор зависит от того, какой путь по окружности нужен в задаче.

03. Измерение дуги

Градусная мера дуги показывает её величину так же, как угол показывает поворот. Поэтому дуги можно сравнивать и измерять в градусах, а не только на глаз.

Центральный угол и дуга

Как устроен угол

01

Центральный угол образуется двумя радиусами. Его вершина находится в центре окружности, а стороны идут к точкам на окружности и выделяют нужную дугу.

Одинаковая мера

02

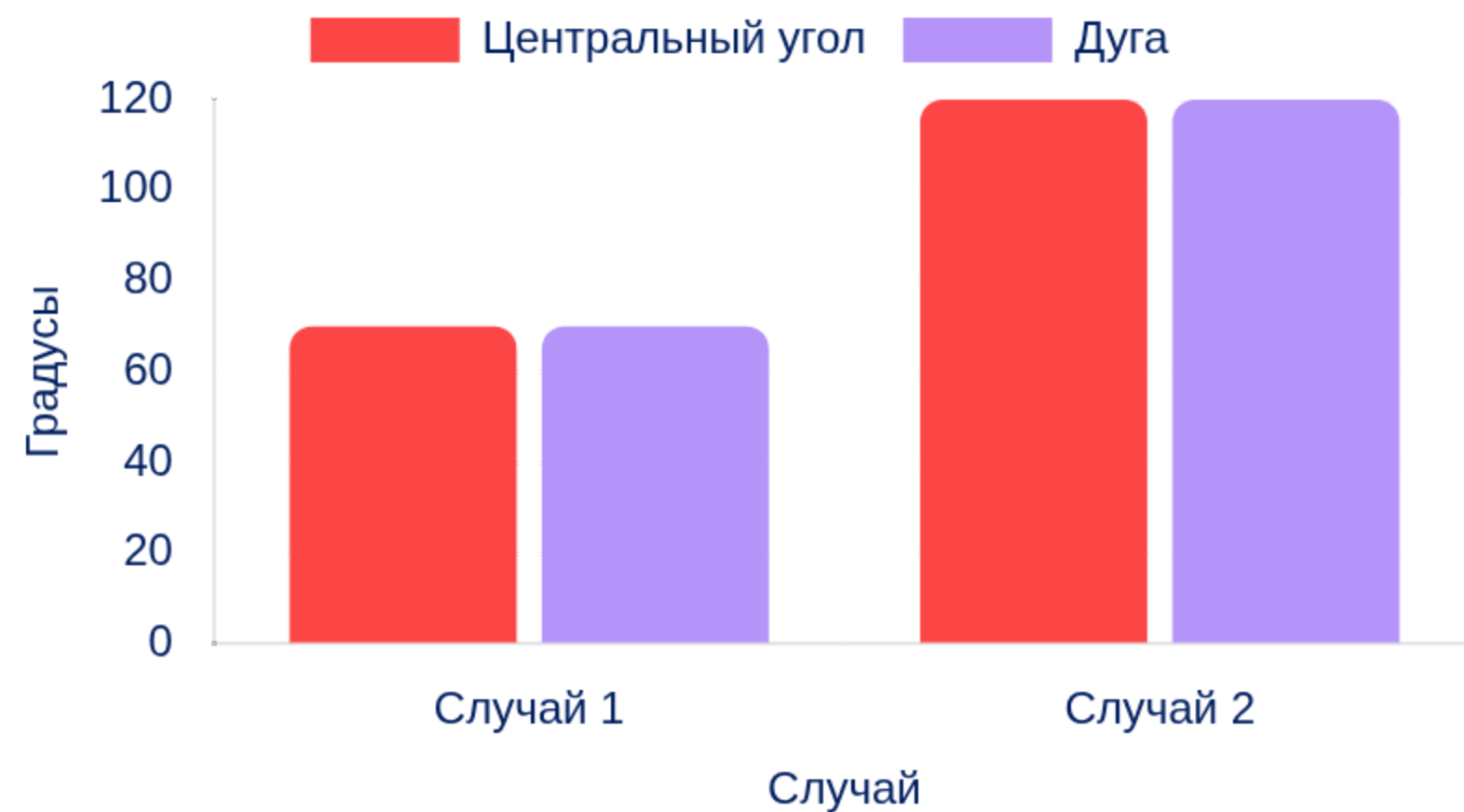
Если центральный угол стягивает дугу АВ, то они имеют одну и ту же градусную меру. Это удобное правило делает измерения на окружности очень простыми.

Что можно найти

03

Поэтому, зная угол, можно сразу узнать дугу, а по дуге — восстановить угол. Именно так решают многие задачи на окружность без лишних вычислений.

Связь центрального угла с дугой



Центральный угол и дуга всегда имеют одинаковую градусную меру, поэтому достаточно узнать одно значение, чтобы сразу определить второе.

Совпадение значений подтверждает правило: мера центрального угла равна мере стягиваемой дуги.

Иллюстративный пример по определению центрального угла и дуги

Вписанный угол и опорная дуга

Где находится вершина

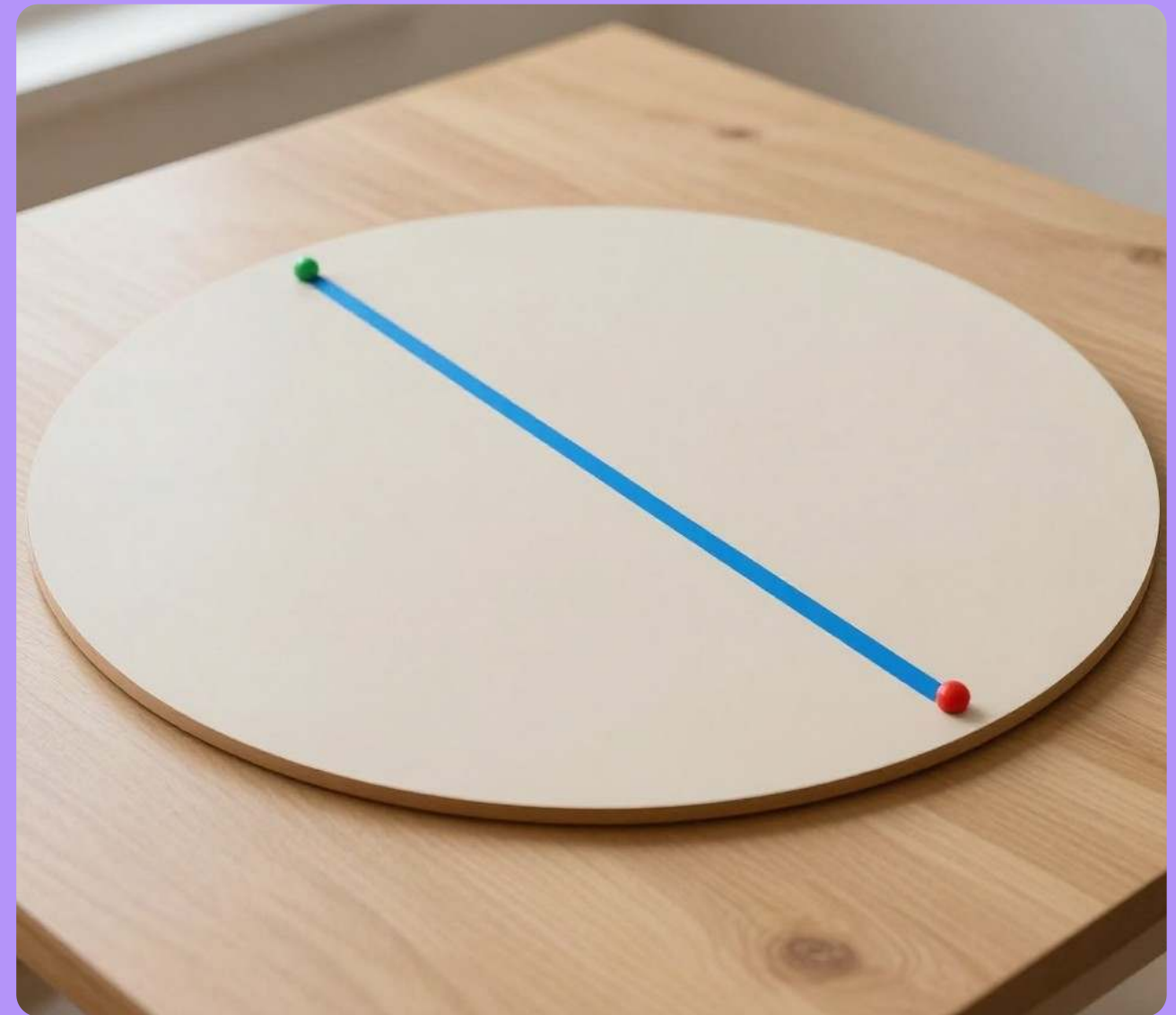
Вписанный угол имеет вершину на окружности, а его стороны пересекают окружность в двух точках. Эти точки и задают дугу, на которую он опирается.

Что такое опорная дуга

Опорная дуга — это дуга между точками пересечения сторон угла с окружностью. Для одной и той же дуги можно построить несколько разных вписанных углов.

Одна дуга — разные углы

Хотя вписанные углы могут располагаться по-разному, если они опираются на одну дугу, их связь с этой дугой остаётся одинаковой и очень важной.



Это правило позволяет быстро находить один угол по другому и проверять решение без дополнительных измерений.

2

раза меньше центрального угла на ту же дугу.

Равные хорды и равные дуги

Равные отрезки

Если хорды в одной окружности равны, то они отсекают одинаковые дуги. Это значит, что совпадают не только длины отрезков, но и градусные меры соответствующих частей окружности.



Обратимость свойства

Обратное утверждение тоже верно: равные дуги задают равные хорды. По одному свойству можно сразу сделать вывод о другом, не выполняя лишних измерений и построений.

Как это выглядит

На чертеже это видно особенно наглядно: одинаковые хорды и дуги выглядят симметрично. Такое сравнение помогает быстро проверять равенство элементов окружности в задачах.

Признак равенства по дугам

01. 1. Сравнить хорды

Сначала сравнивают хорды: если $AB = CD$, можно сразу ожидать равенство соответствующих дуг. Это основной признак, который часто используют в задачах на окружность.

02. 2. Сделать вывод о дугах

Затем делают вывод о дугах: равные хорды стягивают равные дуги. Поэтому мера дуги AB совпадает с мерой дуги CD , если сами хорды равны.

03. 3. Проверить значение

Если известна одна дуга, удобно перенести её меру на другую. Например, при дуге $AB = 60^\circ$ дуга CD тоже равна 60° , а хорды остаются равными.

Что обозначает дуга АВ?

Выбери верное определение дуги АВ и проверь, как читаются обозначения на окружности.

Правильный ответ — Б: дуга АВ обозначает часть окружности между точками А и В.

Вариант	Смысл
А	отрезок АВ
Б	часть окружности
В	угол при А

* Материал урока по теме «Хорды и дуги окружности»

Центральный угол и дуга

Дано	Ответ
 АОВ	90°
дуга АВ	90°

Проверь связь центрального угла и дуги: их градусные меры совпадают.

Если центральный угол равен 90° , то и дуга, которую он стягивает, равна 90° .

Вписанный угол и дуга

Найди вписанный угол, если известна дуга, на которую он опирается.

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, поэтому 60° дают 30° .

Дано	Действие	Ответ
дуга	60°	половина
вписанный угол	$60^\circ : 2$	30°

* Материал урока по теме «Хорды и дуги окружности»

Половина и целое

Дано	Операция	Ответ
вписанный угол	45°	$\times 2$
центральный угол	$45^\circ \cdot 2$	90°

Используй обратную связь между вписанным и центральным углами на одной дуге.

Если вписанный угол равен 45° ,
то центральный угол на ту же дугу равен 90° .

Равные хорды

Проверь свойство равных хорд на конкретной паре отрезков.

Равенство хорд приводит к равенству дуг, а равенство дуг — к равенству хорд.

Дано	Следствие
$AB = CD$	дуга $AB =$ дуга CD
дуги равны	хорды равны

* Материал урока по теме «Хорды и дуги окружности»

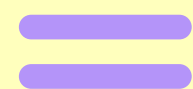
Большая дуга

Мера дуги	Вид
$> 180^\circ$	большая
$= 180^\circ$	полуокружность

Определи вид дуги по её градусной мере.

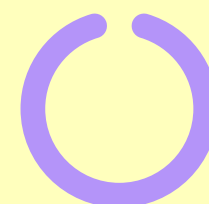
Если дуга больше 180° , это большая дуга; короткая часть окружности здесь не подходит.

Типичные ошибки



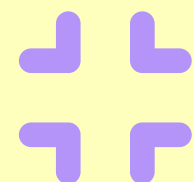
Путают хорду и дугу

Отрезок соединяет две точки окружности, а дуга лежит на самой окружности. Ошибка возникает, когда вместо части окружности называют прямой отрезок внутри фигуры.



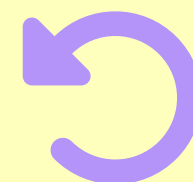
Выбирают не ту дугу

Для одних и тех же точек А и В есть две дуги. Нужно внимательно смотреть на условие, чтобы выбрать именно ту дугу, которую указали в задаче.



Забывают деление пополам

Вписанный угол всегда в два раза меньше центрального на ту же дугу. Если забыть это правило, ответ получится слишком большим.



Не замечают большую дугу

Дуга больше 180° — это большая дуга, а не короткая часть окружности. Здесь важно читать запись и не подменять заданную дугу более удобной.

Что важно унести с урока

Запомни три опоры темы: хорда соединяет точки окружности, дуга — это часть окружности, а углы помогают измерять её в градусах. Эти связи быстро приводят к правильному ответу.