

Площадь кругового сектора

Узнайте, как найти площадь части круга по радиусу и центральному углу.



Где в жизни и учебе встречаются сектора

Секторы видны в пицце и тортах, в веерах, на циферблатах часов и в круговых диаграммах. Полный круг — 360° , значит любой сектор — это доля целого, удобная для расчетов и задач по геометрии.



Что такое круговой сектор

Круговой сектор образуют два радиуса, выходящие из центра круга, и дуга между ними. Эти элементы «собирают» часть круга в одну фигуру.

Длину дуги и величину центрального угла обычно связывают: чем больше угол, тем «шире» сектор. Поэтому размеры фигуры растут вместе с углом.

Площадь сектора напрямую зависит от центрального угла: при увеличении α увеличивается и площадь, а при уменьшении — уменьшается. Это помогает быстро понять результаты вычислений.

Элементы кругового сектора

Базовые обозначения

У сектора есть центр круга, радиус r и центральный угол α . Эти величины задают форму сектора и определяют его «размер» относительно всего круга.

Что подписывают на рисунке

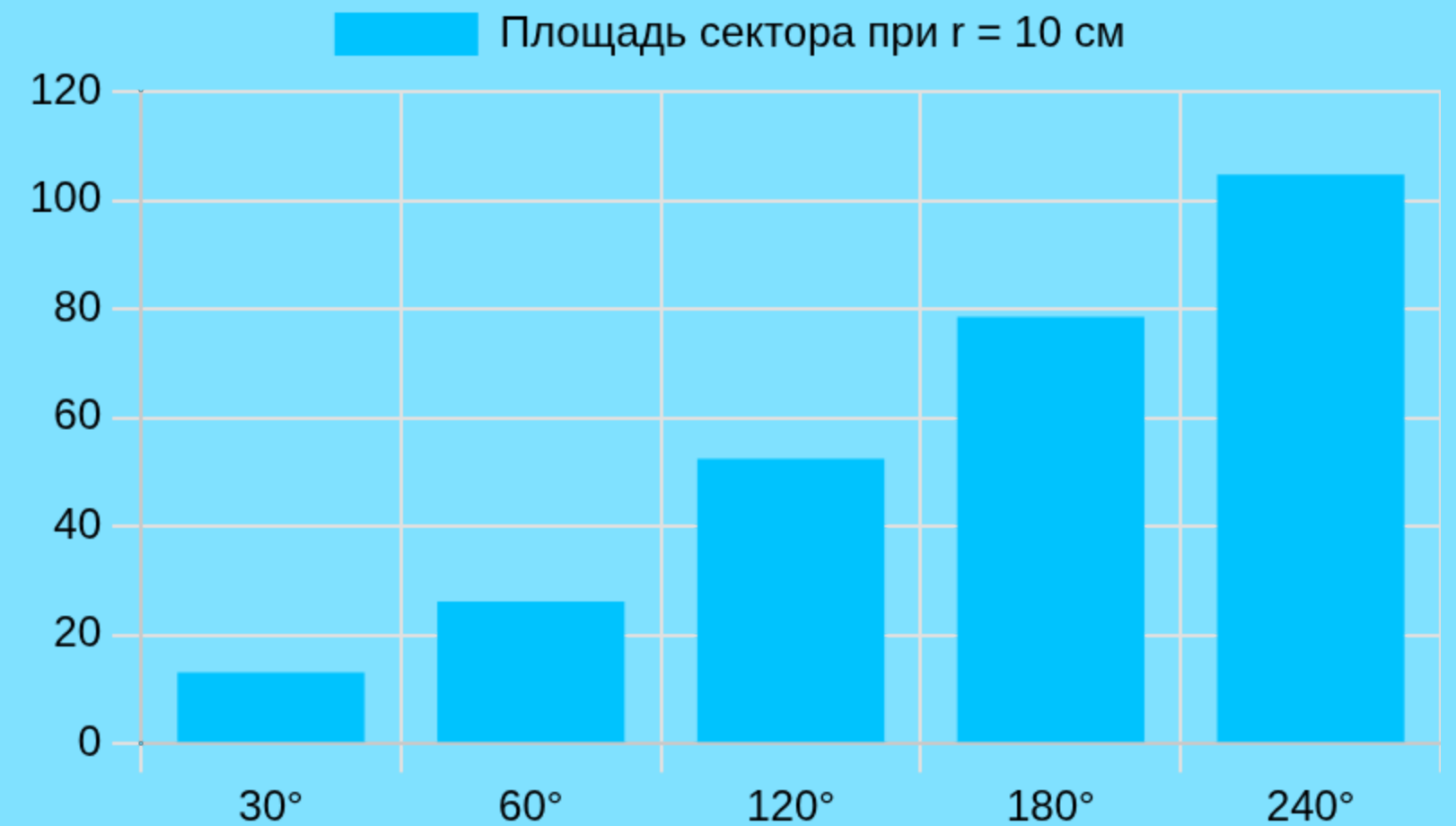
На схеме часто отмечают радиус, дугу, угол α и иногда показывают полную окружность. Такой рисунок помогает связать вид фигуры с формулой площади.



Как меняется площадь при росте угла

При одном и том же радиусе сектор становится больше, потому что растет доля круга, соответствующая углу.

Точки почти выстраиваются по прямой: увеличение угла приводит к пропорциональному росту площади. Значит, зависимость близка к линейной для постоянного r .



Школьная геометрия; расчёт по формуле $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$ при $r = 10$ см.

Формулы площади сектора

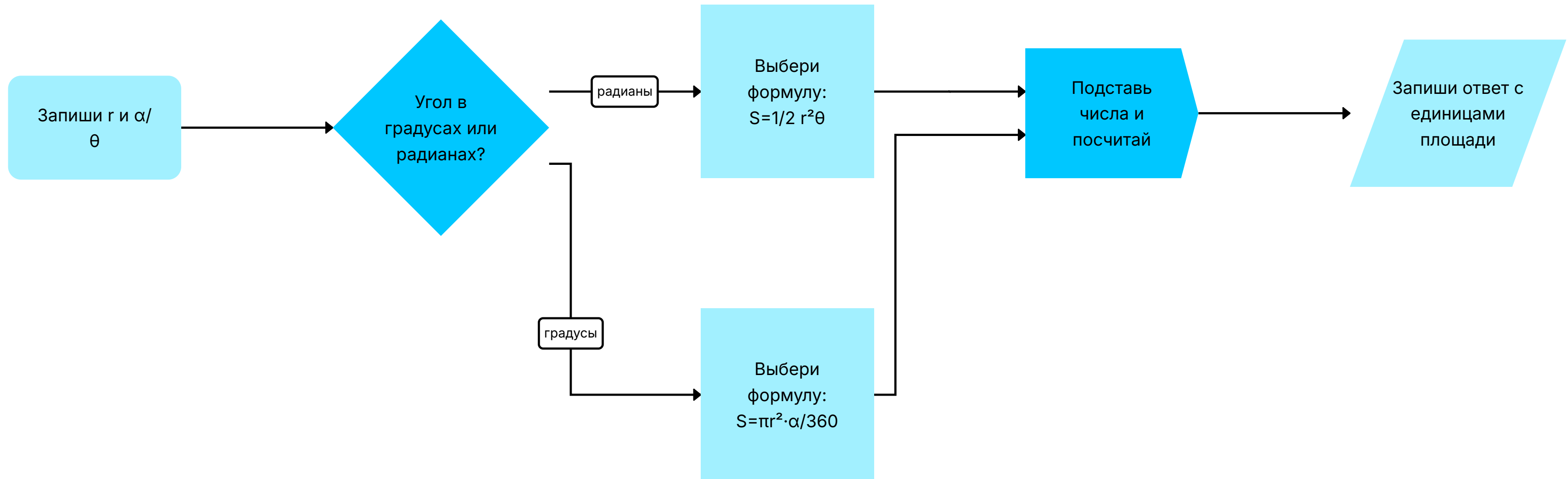
Площадь сектора можно записать двумя равносильными способами — в градусах или в радианах, в зависимости от того, как измерен центральный угол.

Обе формулы дают один и тот же результат, если выбрать правильные единицы измерения угла.

Угол	Формула площади	Условие
Градусы α	$S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$	α в $^\circ$
Радианы θ	$S = 1/2 r^2 \theta$	θ в рад

Алгоритм нахождения площади сектора

Порядок действий: записать данные, выбрать единицы угла, применить формулу и оформить ответ.



Когда угол задан в градусах, площадь сектора находят как долю площади полного круга: $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$. Это особенно удобно для типовых углов.

360°

***Эта величина
соответствует целому
кругу, поэтому сектор
считается как его часть.***

Формула через радианы

Если угол θ задан в радианах, используют формулу $S = 1/2 r^2 \theta$. Она напрямую связывает площадь с тем, какую часть полного круга «составляет» этот угол.

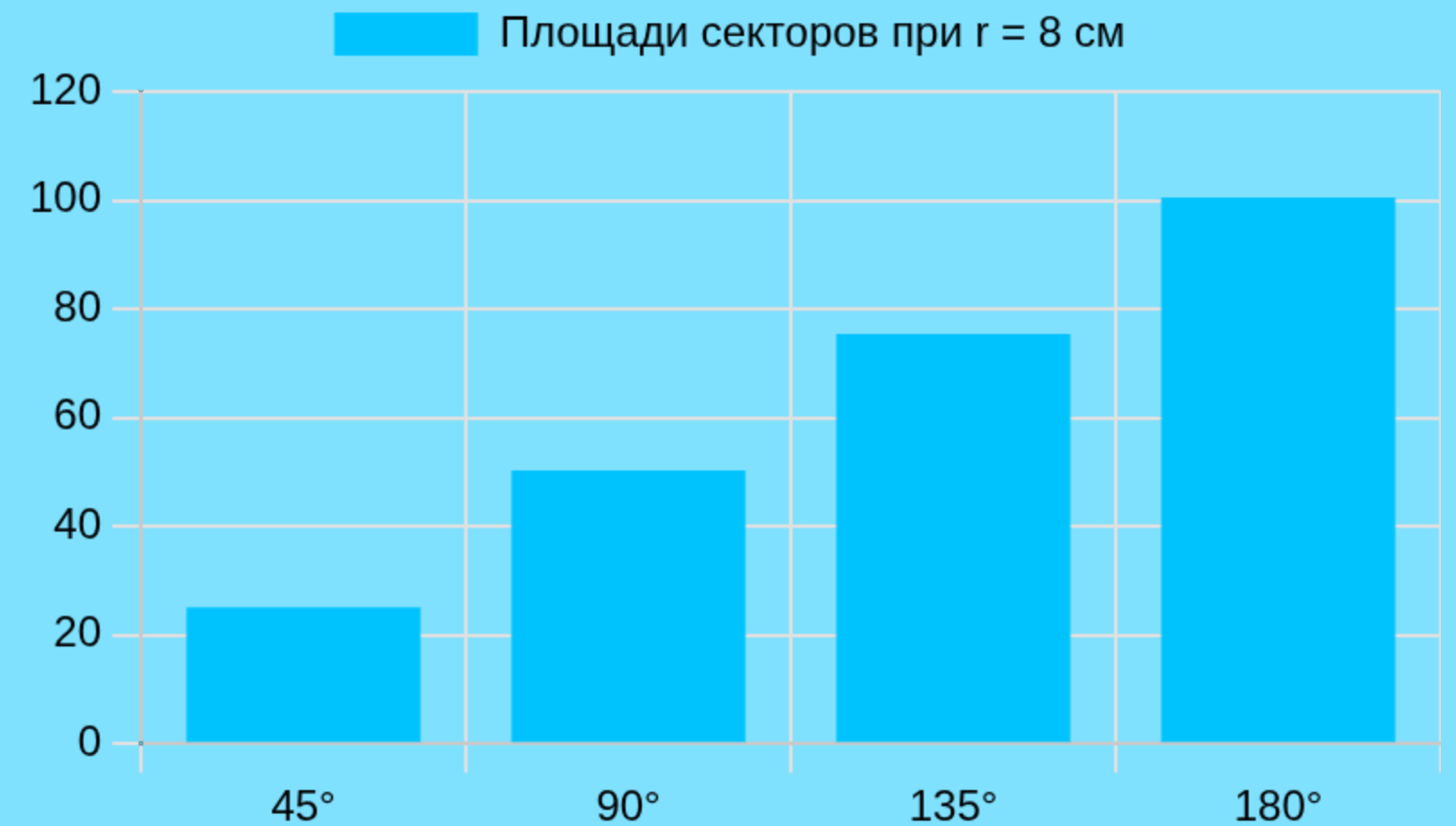
Полный круг соответствует 2π радиан. Поэтому радианная запись получается естественной: чем ближе θ к 2π , тем больше сектор.

Эта формула часто встречается в более старших классах. Несмотря на непривычные единицы, вычисления остаются простыми: умножить на θ и половину r^2 .

Сравнение площадей для одного радиуса

При одном и том же радиусе изменения происходят из-за доли круга, соответствующей центральному углу.

Чем больше угол, тем больше площадь сектора. На графике видно устойчивое увеличение: от 45° к 180° площадь растёт почти в четыре раза.



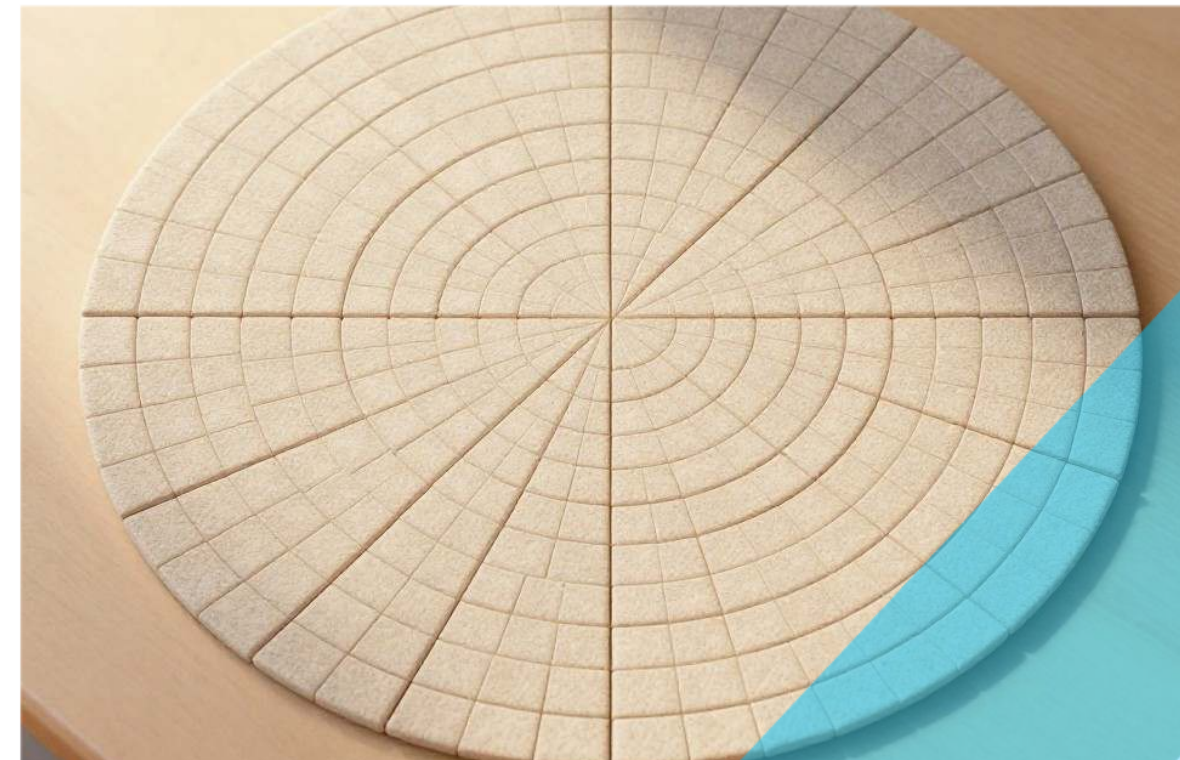
Школьная геометрия; расчёт по формуле $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$ при $r = 8$ см.

Как сектор превращается в площадь: пример с пиццей



Кусок пиццы на 60° — это доля круга

Представьте пиццу диаметром 36 см: радиус равен 18 см. Если один кусок соответствует центральному углу 60° , то он занимает 60 из 360 градусов полного круга. Поэтому его площадь считается как площадь сектора.



Считаем по формуле: выходит 54π см²

Для сектора с радиусом 18 см и углом 60° получаем $S = 54\pi$ см². Это число примерно равно 169,6 см². Такой пересчет помогает понять, что геометрия работает с привычными предметами, а не только с рисунками.

Частые значения углов и доля круга

Угол	Доля круга	Эквивалент
30°	1/12	$S = (1/12) \cdot \pi r^2$
45°	1/8	$S = (1/8) \cdot \pi r^2$
60°	1/6	$S = (1/6) \cdot \pi r^2$
90°	1/4	$S = (1/4) \cdot \pi r^2$
120°	1/3	$S = (1/3) \cdot \pi r^2$
180°	1/2	$S = (1/2) \cdot \pi r^2$

Удобные соответствия между углом и долей полного круга помогают быстро оценить результат и проверить себя: площадь сектора всегда равна выбранной доле площади круга при том же радиусе.

Чем больше центральный угол, тем больше доля круга и площадь сектора. Эти дроби удобно использовать как «контрольный ориентир» перед окончательными вычислениями.

Формула площади сектора $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$.

Сектор и сегмент: не перепутать



Сектор — между двумя радиусами

Сектор образуют два радиуса и дуга между ними. Его площадь ищут как часть площади полного круга: она прямо зависит от центрального угла.

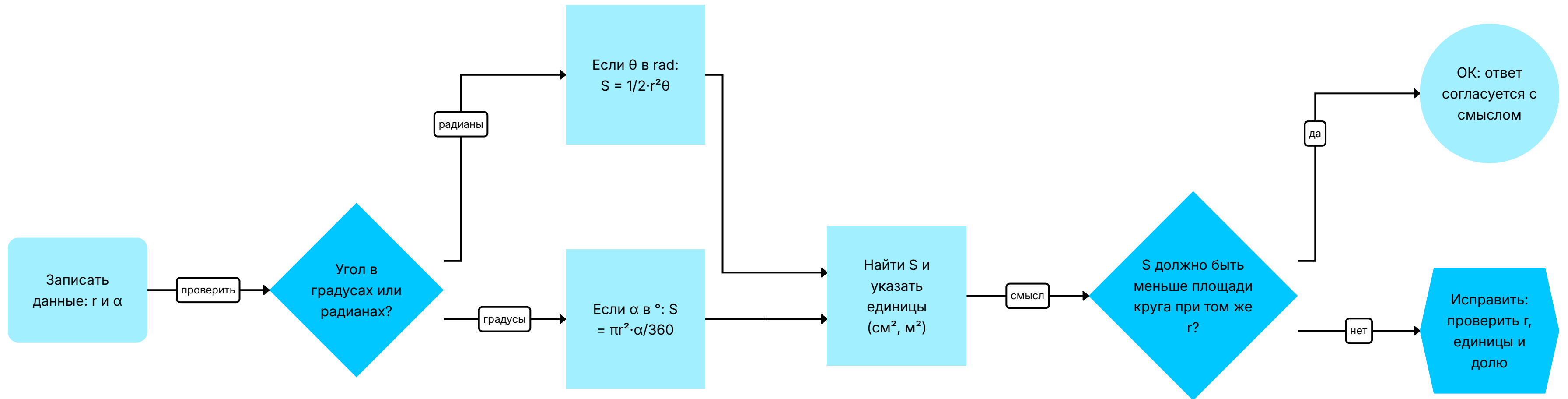


Сегмент — между хордой и дугой

Сегмент ограничен хордой и дугой. Хотя фигуры похожи на рисунке, площадь сегмента считается по другим правилам, поэтому формулы сектора применять нельзя.

Типичные ошибки и проверка ответа

Схема для самопроверки при вычислении площади сектора (сравнение с площадью полного круга при том же радиусе).



Где площадь сектора нужна на практике



Чертежи и разметка

При проектировании часто встречаются «кусочки» круга: сектора на планах, элементы орнамента, разметка зон. Площадь сектора помогает точно рассчитать нужную часть поверхности.



Клумбы и формы участков

Сектора используют, когда клумбу или дорожку делают дугообразной формы: например, часть круга нужного радиуса. Тогда по углу находят площадь, чтобы правильно подобрать материалы и границы.



Круговые диаграммы

На круговых диаграммах каждому показателю соответствует сектор. Зная радиус «круга» на рисунке, можно находить площадь сектора и сравнивать части графика.



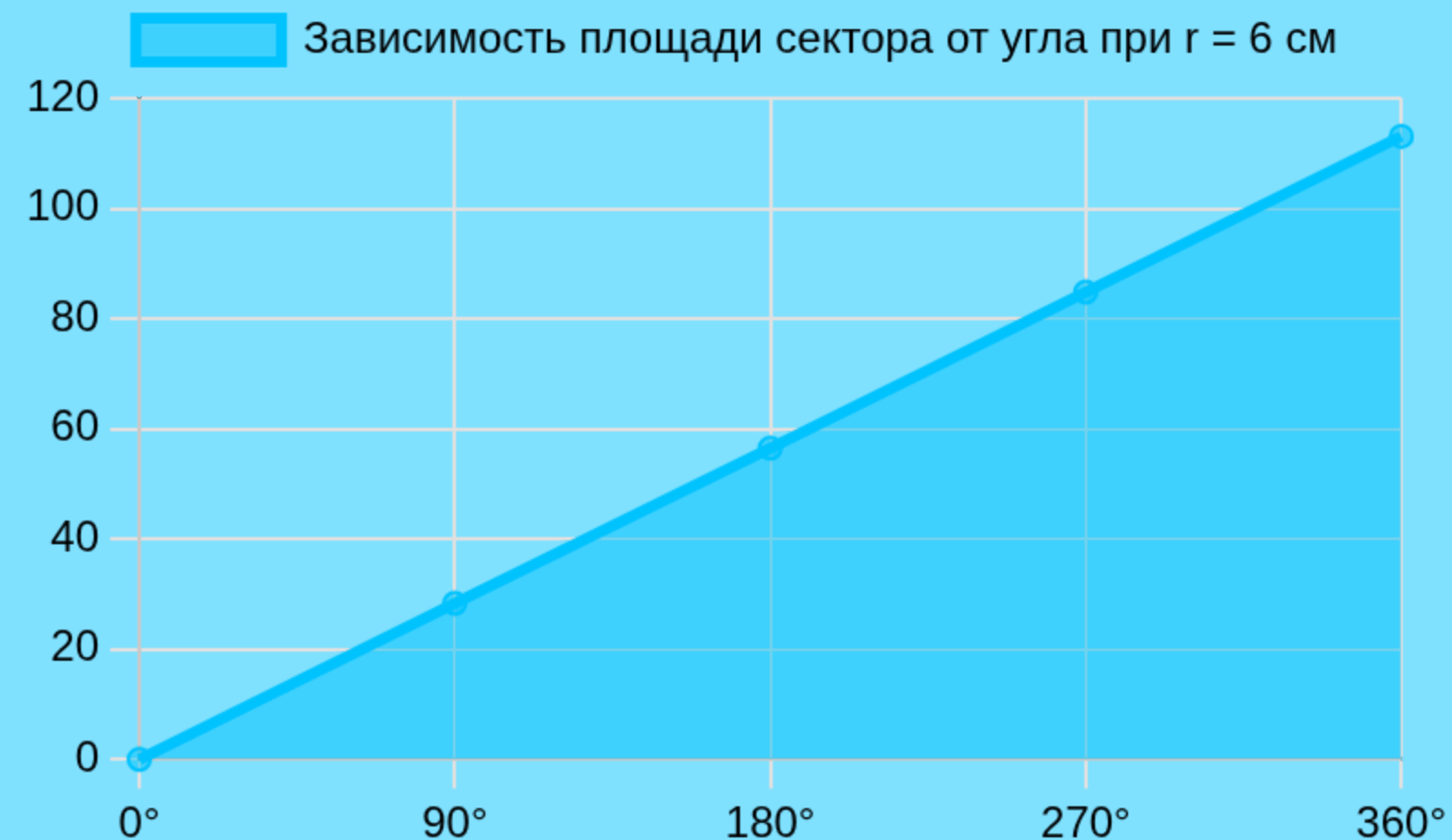
Задачи про движение по окружности

В физике и геометрии часто рассматривают, как объект за время проходит часть окружности. Центральный угол связывает расстояние по дуге и «размер» сектора на схеме.

Площадь сектора при постоянном радиусе

При фиксированном радиусе площадь меняется почти строго пропорционально углу: увеличение угла в 2 раза увеличивает площадь во столько же раз.

График подтверждает ключевую идею: чем больше центральный угол, тем больше доля круга. При 360° сектор превращается в полный круг.



Вычислено по формуле $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$ для $r = 6$ см (значения округлены до десятых).

Задача на нахождение угла

Если известны площадь сектора и радиус, центральный угол можно восстановить из пропорции. Например, при $r = 10$ см и $S = 78,5$ см² получаем угол 90° , потому что 90° — четверть полного круга.

Чтобы не ошибиться, удобно сначала выписать формулу через долю круга, а затем подставить числа. На рисунке выделяют радиусы и дугу, отмечая ту часть, где известна площадь.



Три коротких примера

В таблице показаны примеры вычислений по формуле площади сектора. Все результаты округлены до десятых — чтобы было удобно сравнивать и проверять ответы.

Разные радиусы и углы дают разные «доли круга». Даже для быстрых упражнений видно: увеличение угла при том же радиусе растит площадь.

Дано	Вычисление	Ответ
$r = 7 \text{ см}, 90^\circ$	$S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$	38,5 см ²
$r = 12 \text{ см}, 60^\circ$	$S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$	75,4 см ²
$r = 5 \text{ см}, 144^\circ$	$S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360$	31,4 см ²

Расчёты по формуле площади сектора через градусы $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$.

Ключевые выводы

Площадь кругового сектора зависит от радиуса в квадрате: если радиус увеличить в 2 раза, площадь возрастёт в 4 раза при том же угле.

Формулы через градусы и радианы дают одинаковый результат, если внимательно использовать нужные единицы измерения угла и соблюдать запись θ в радианах.

Площадь также зависит от центрального угла: сектор — это часть полного круга, и её доля равна $\alpha/360^\circ$ (или $\theta/(2\pi)$ в радианах).

Эта тема связана с площадью круга, дробями и пропорциями. Умение проверять ответ по смыслу помогает избежать типичных ошибок в вычислениях.

Площадь сектора найдётся уверенно

Круговой сектор — часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой. Его площадь вычисляют как долю площади круга или по формуле $S = 1/2 \cdot r^2 \theta$. Важно не перепутать радиус с диаметром и градусы с радианами; проверка по смыслу делает ответ надёжным.