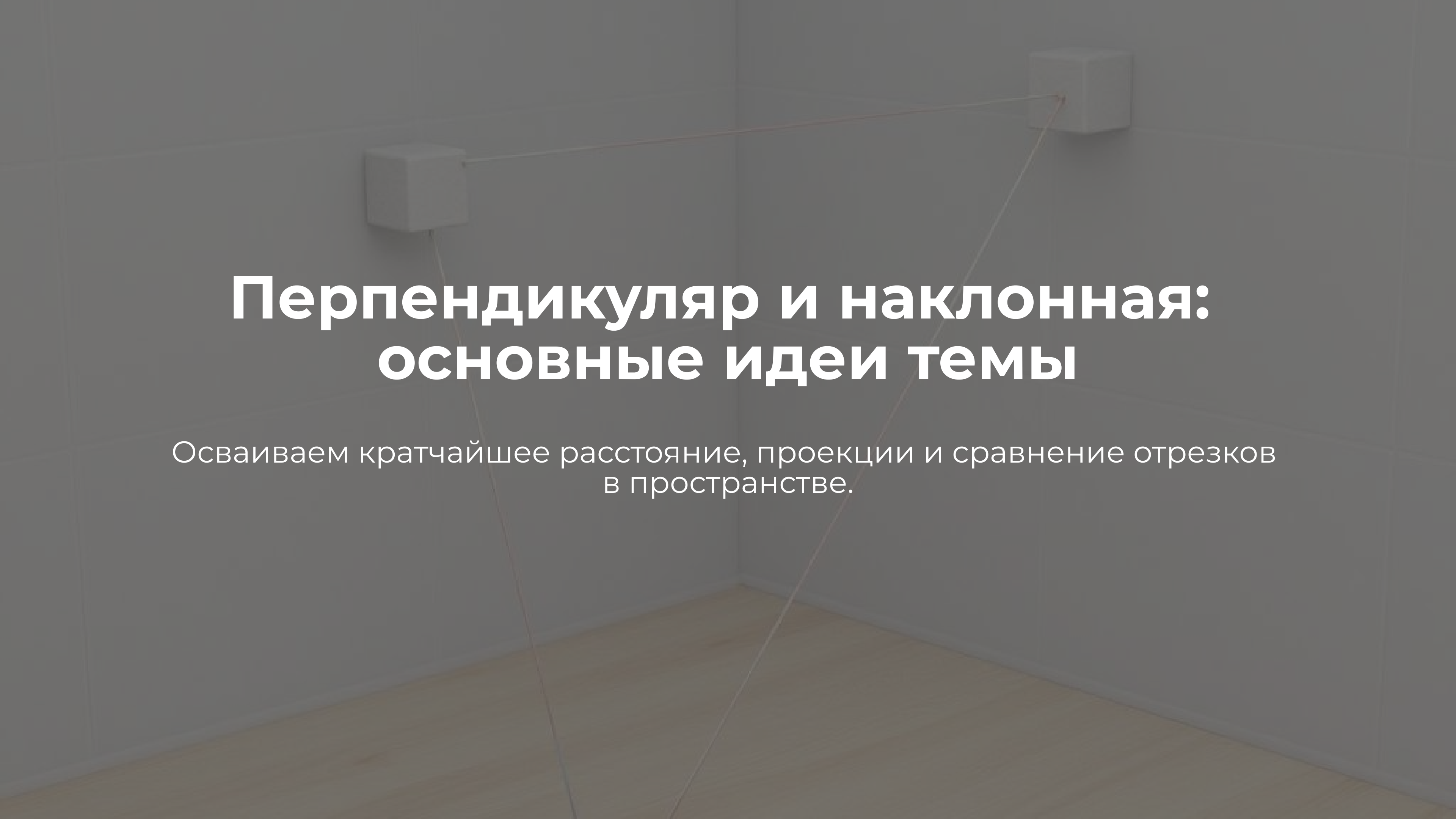


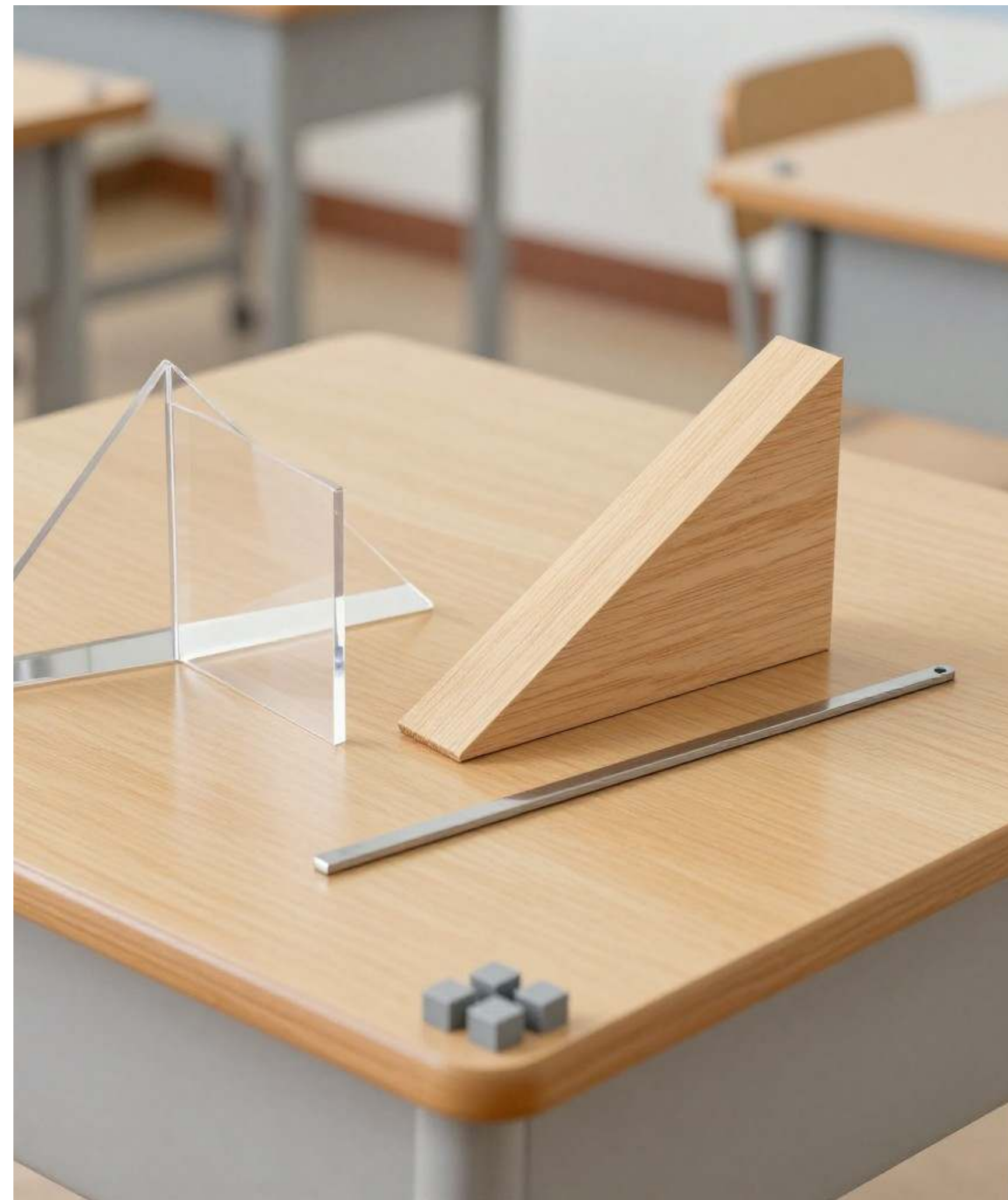


Перпендикуляр и наклонная: основные идеи темы

Осваиваем кратчайшее расстояние, проекции и сравнение отрезков
в пространстве.

Почему эта тема важна в стереометрии

Она помогает читать пространственные чертежи, находить расстояния и высоты, а также сравнивать отрезки в задачах о призмах, пирамидах, кубах и координатах.



Основные геометрические объекты

01

Плоскость

Плоскость — это бесконечная поверхность без толщины, на которой можно отмечать точки, прямые и отрезки. В задачах её часто изображают как часть листа, хотя речь идёт о пространственном объекте.

03

Перпендикуляр АН

Отрезок АН называют перпендикуляром, если он образует прямой угол с любой прямой в плоскости, проходящей через точку Н. Точка Н при этом становится основанием перпендикуляра.

3

02

Точка вне плоскости

Точка А лежит вне плоскости, если она не принадлежит этому пространственному «листу». Именно из такой точки строят перпендикуляр и наклонные к плоскости, чтобы сравнивать расстояния.

04

Наклонная АВ

Отрезок АВ соединяет точку вне плоскости с точкой В на плоскости и называется наклонной. Он не перпендикулярен плоскости, а его положение удобно анализировать через проекцию.



Как строится чертёж с перпендикуляром и наклонной

Положение точки A

Сначала отмечают точку A вне плоскости, чтобы было понятно, откуда начинаются все отрезки. Это помогает сразу увидеть, что речь идёт о пространственной, а не плоской ситуации.

Построение перпендикуляра

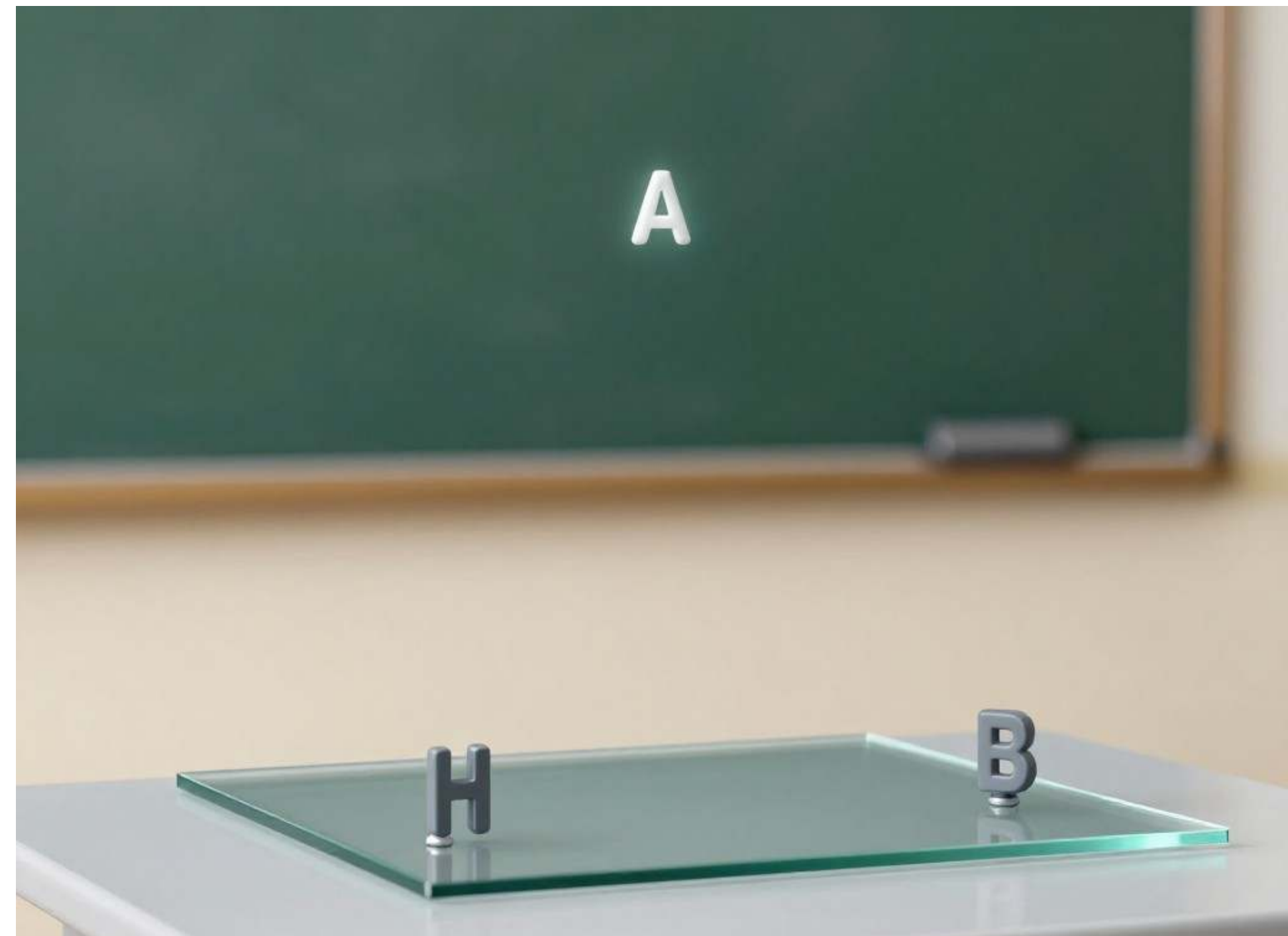
Затем проводят отрезок AN к плоскости так, чтобы он образовал прямой угол в точке N. Именно этот отрезок показывает кратчайший путь от точки A до плоскости.

Построение наклонной

После этого проводят отрезок AB к другой точке B на плоскости. Он изображается под углом к плоскости и используется вместе с перпендикуляром для расчётов.

Проекция на плоскость

Отрезок NB лежит в плоскости и является проекцией наклонной AB. На чертеже обычно отмечают прямой угол у основания, чтобы не спутать перпендикуляр с наклонной.



Перпендикуляр, наклонная и проекция: сравнение

Сравним три основных отрезка
темы и их роль в задачах.

Все три отрезка связаны между
собой и образуют один
прямоугольный треугольник
для сравнения и вычислений.

Объект	Где расположен	Роль
АН	между точкой и плоскостью	кратчайшее расстояние
AB	из точки к плоскости	основа вычислений
HB	в плоскости	проекция наклонной

1

перпендикуляр к плоскости
из данной точки существует
единственный.

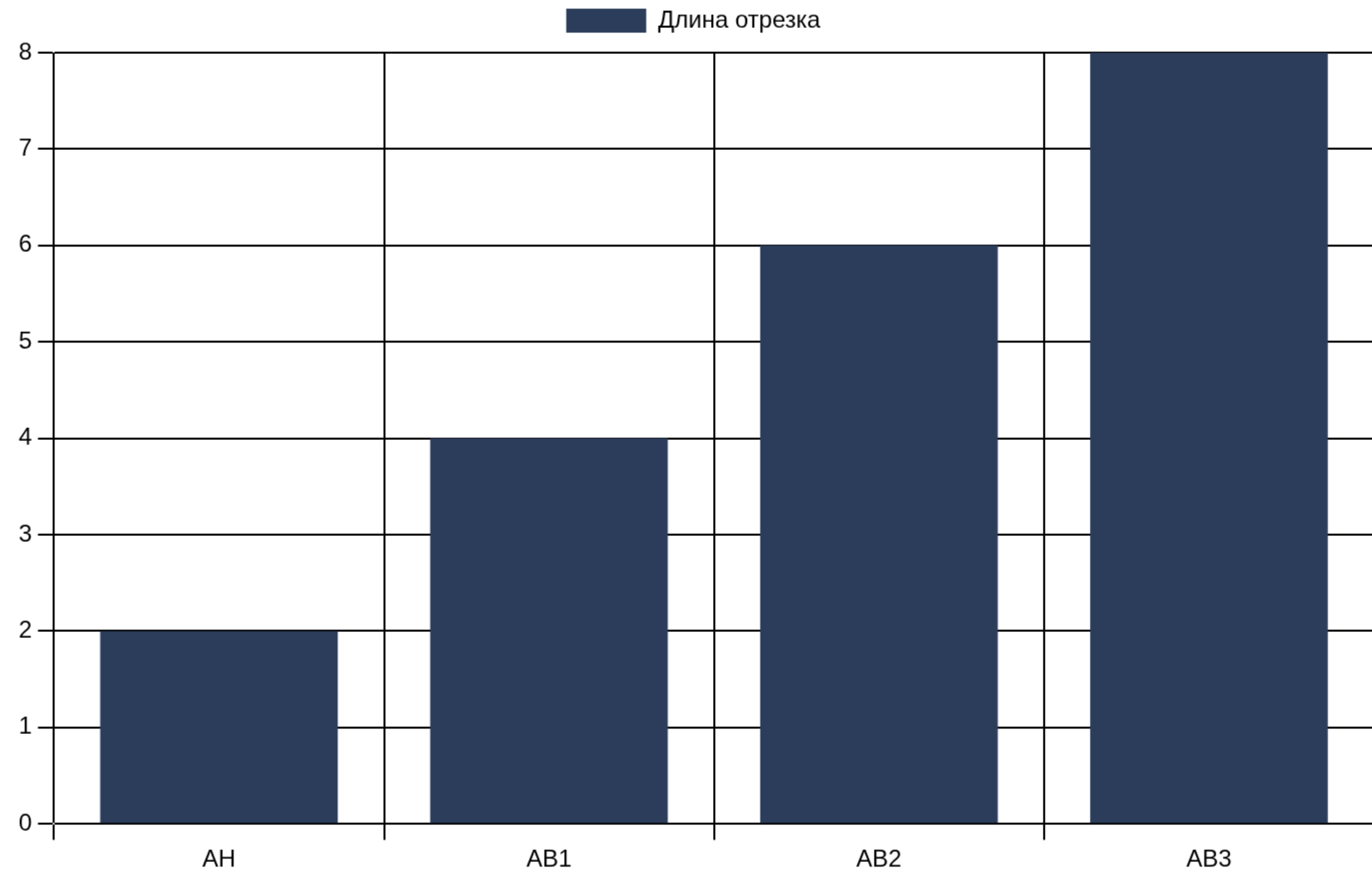
*Свойство перпендикуляра к плоскости из школьной
геометрии*

Это свойство показывает, что кратчайшее
расстояние от точки до плоскости
определяется однозначно и всегда измеряется
длиной перпендикуляра.

Сравнение длин отрезков из одной точки

На диаграмме видно, что увеличение расстояния по плоскости приводит к росту длины наклонной при той же высоте точки А.

Перпендикуляр остаётся самым коротким отрезком, а наклонные удлиняются по мере удаления точки на плоскости.



Схематическая иллюстрация для сравнения отрезков

Проекция наклонной на плоскость



Точка пересечения

Проекция наклонной АВ — это отрезок НВ в плоскости. Он показывает, где наклонная «приходит» к плоскости и откуда начинается сравнение разных наклонных.



Связь с длиной

Если из одной точки проведены две наклонные, то их проекции помогают понять, какая из них длиннее. При одинаковой высоте большее основание даёт более длинную наклонную.

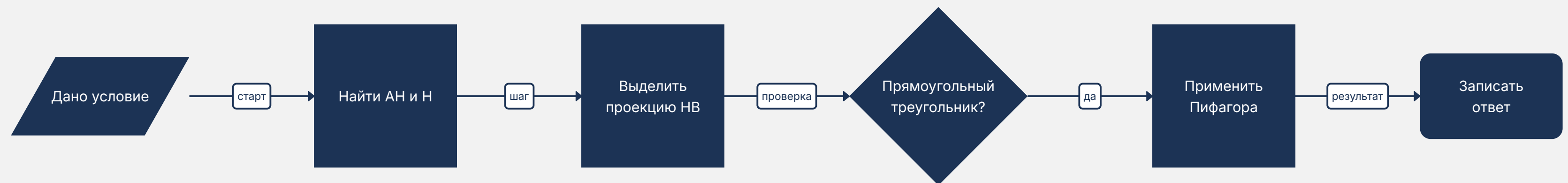


Основа вычислений

Проекция особенно важна в задачах, где нужно найти неизвестный отрезок. Вместе с перпендикуляром она образует прямоугольный треугольник, в котором удобно применять теорему Пифагора.

Алгоритм решения задач на перпендикуляр и наклонную

Последовательность действий помогает перейти от чертежа к вычислениям и сравнению отрезков.



Теорема о сравнении наклонных

1. Больше проекция — больше наклонная

Если из одной точки к одной плоскости проведены две наклонные, то длиннее та, у которой проекция на плоскость больше. Это позволяет сравнивать отрезки без полного вычисления.

3. Меньшая проекция — меньшая наклонная

Если одна проекция короче другой, то и соответствующая наклонная короче. Теорема помогает быстро делать выводы по рисунку и проверять рассуждения в задачах.

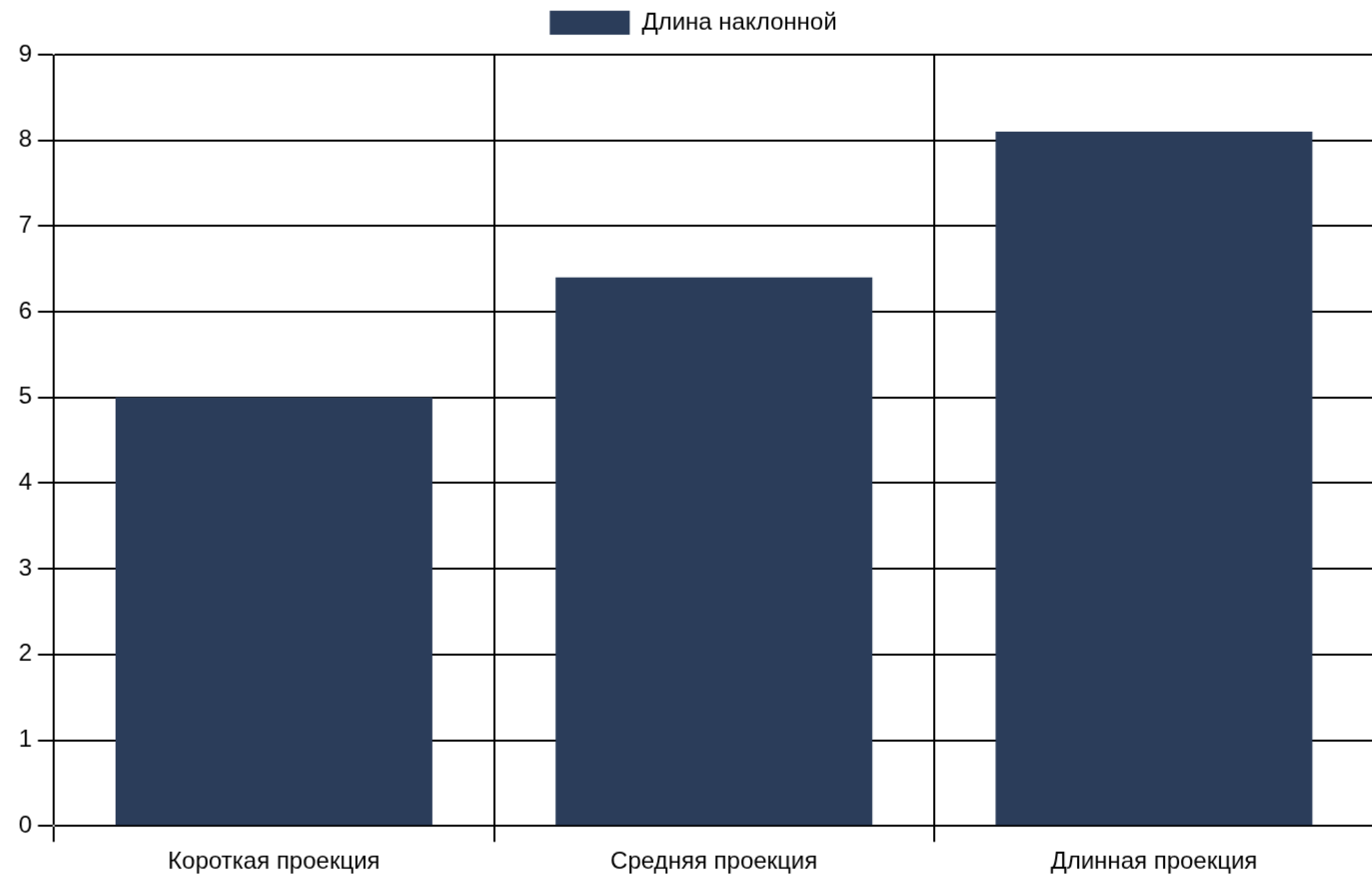
2. Равные проекции — равные наклонные

Когда проекции двух наклонных совпадают по длине, сами наклонные тоже равны. Такое правило удобно, если на чертеже сразу видно одинаковые основания в плоскости.

Как меняется длина наклонной при увеличении проекции

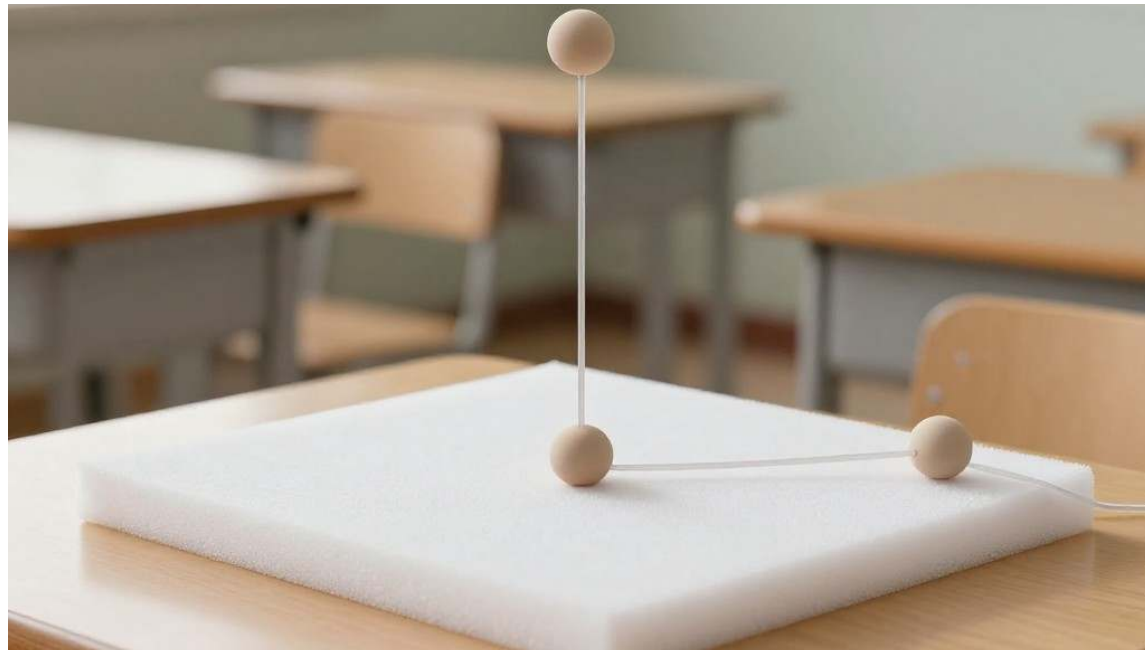
При неизменной высоте даже небольшое увеличение проекции заметно удлиняет наклонную. Это удобно видеть на одном чертеже без сложных вычислений.

Чем больше проекция при постоянном перпендикуляре, тем длиннее наклонная; зависимость монотонна, хотя и не линейна.



Иллюстративные значения, рассчитанные по формуле $AB^2 = AH^2 + HB^2$ при $AH = 4$ см.

Прямоугольный треугольник в основе вычислений



Треугольник, который всё объясняет

Когда из точки вне плоскости опускают перпендикуляр, а затем проводят наклонную, между этими отрезками сразу возникает прямоугольный треугольник. Именно он превращает объёмный рисунок в понятную схему для вычислений и сравнения длин.



Два катета и одна гипотенуза

В треугольнике $АНВ$ отрезок $АН$ играет роль одного катета, $НВ$ — второго катета, а $АВ$ становится гипотенузой. Поэтому длина наклонной находится не по рисунку, а по строгому правилу прямоугольного треугольника.



Почему Пифагор нужен в пространстве

Хотя задача выглядит пространственной, расчёт часто сводится к знакомой формуле. Если известны перпендикуляр и проекция, можно найти наклонную; если известны наклонная и перпендикуляр, легко восстановить проекцию.

Основные обозначения и формулы темы

Обозначение	Название	Смысл	Свойство
АН	перпендикуляр	кратчайшее расстояние	90° к плоскости
АВ	наклонная	отрезок к плоскости	длиннее АН
НВ	проекция	лежит в плоскости	помогает сравнивать

Краткая таблица помогает быстро сопоставить элементы чертежа с их смыслом и вычислительной ролью.

Все ключевые вычисления сводятся к треугольнику АНВ и формуле Пифагора.

Типичные ошибки в задачах по теме

- **Путаница точек**

Часто путают основание перпендикуляра H с точкой B , куда приходит наклонная. Из-за этого неверно отмечают проекцию и теряют смысл всей схемы на чертеже.

- **Неверное распознавание отрезка**

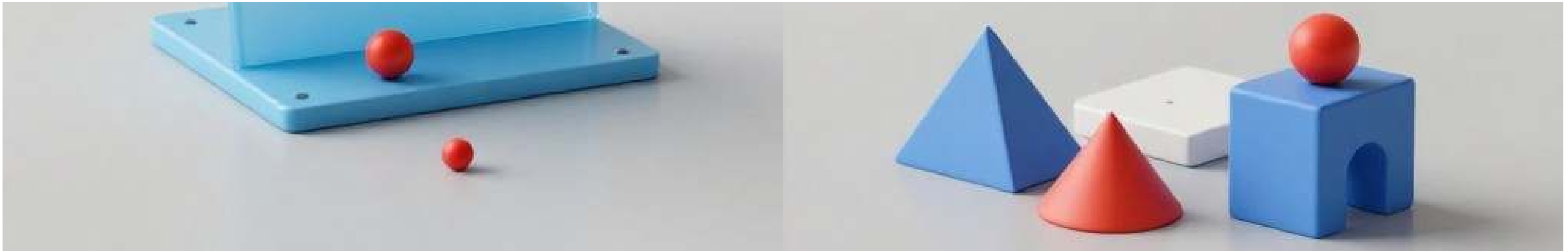
Если наклонная на рисунке выглядит почти вертикальной, её иногда ошибочно считают перпендикуляром. Но важен не внешний вид, а точное положение относительно плоскости.

- **Проекция вне плоскости**

Ещё одна ошибка — изображать проекцию рядом с плоскостью, а не внутри неё. На самом деле HV всегда лежит в плоскости и соединяет H с B .

- **Неправильная формула**

В вычислениях иногда подставляют перпендикуляр и наклонную как катеты. Это неверно: гипотенуза здесь — наклонная, а катетами являются перпендикуляр и его проекция.



Пример из жизни: столб и верёвка



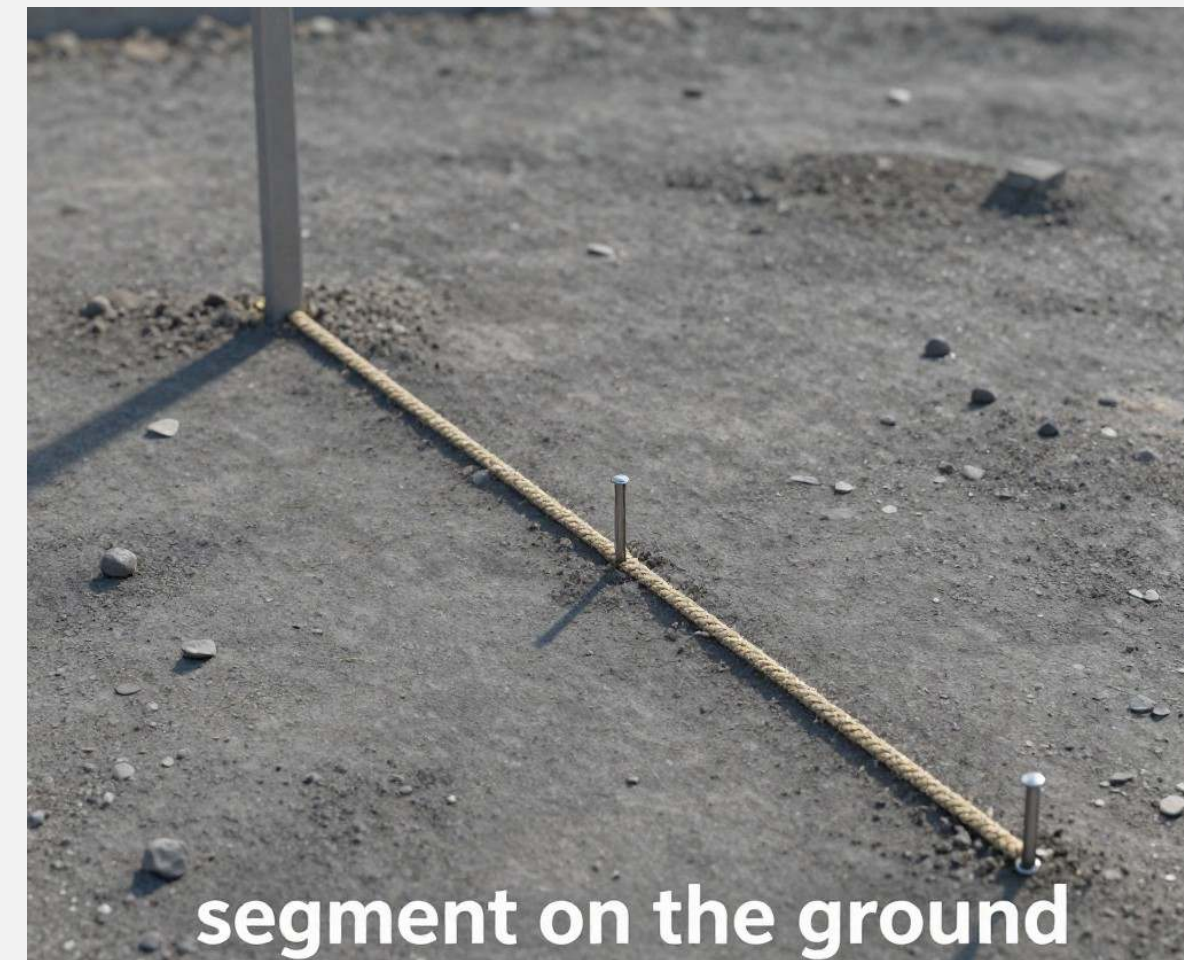
Вертикальный столб

Представьте столб, стоящий строго вертикально на земле. Его высота похожа на перпендикуляр к плоскости: он показывает самый короткий путь от вершины к поверхности земли и не зависит от направления вправо или влево.



Натянутая верёвка

Если от вершины столба натянуть верёвку к точке на земле, получится наклонная. Она соединяет точку вне плоскости с точкой на плоскости и всегда длиннее вертикального отрезка, потому что идёт по диагонали.



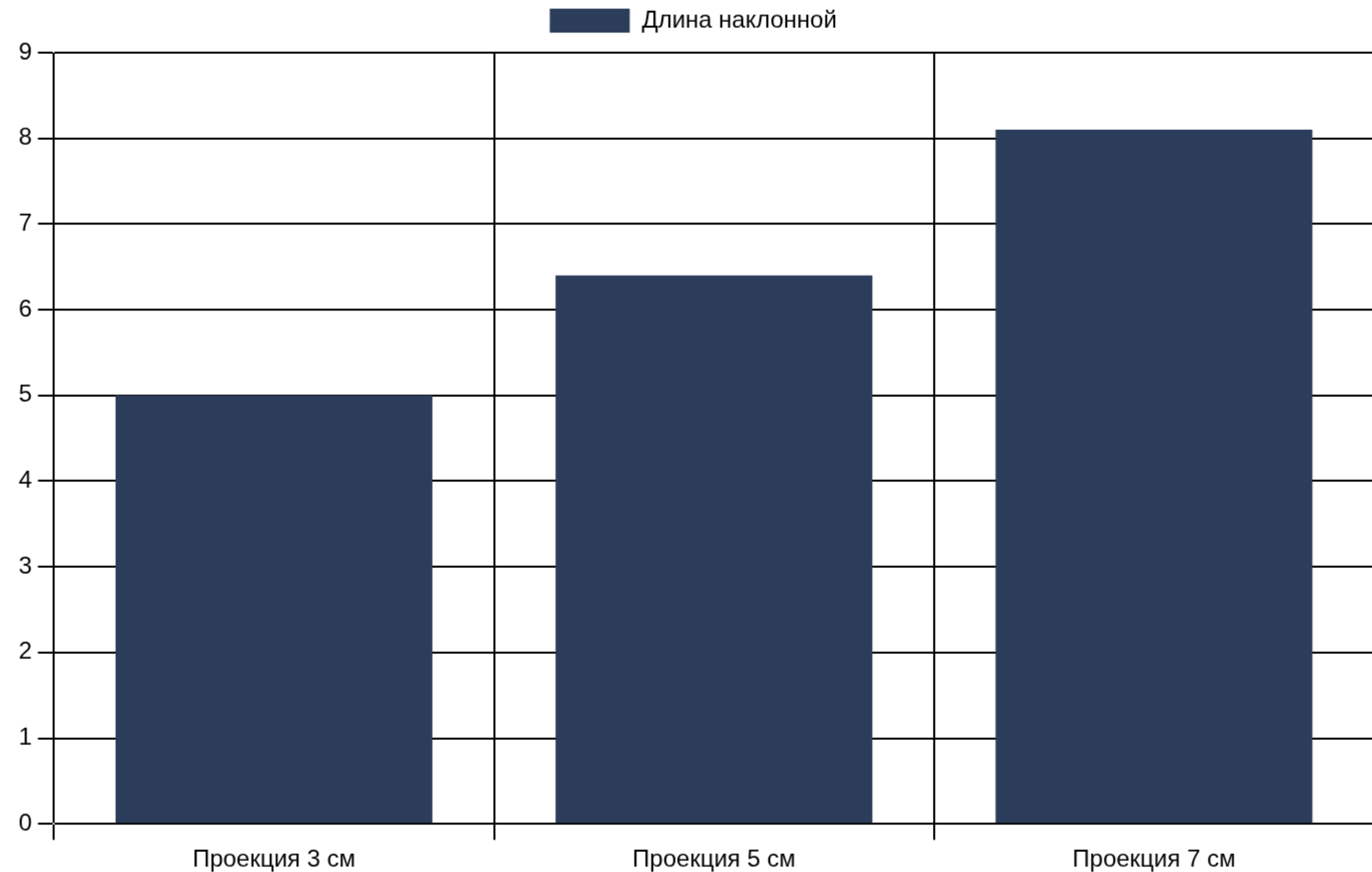
Отрезок по земле

Участок земли между основанием столба и точкой крепления верёвки — это проекция наклонной. Он помогает понять, насколько далеко точка на земле находится от столба, и объясняет, почему длина верёвки меняется.

Три ситуации с одинаковым перпендикуляром

Во всех трёх случаях высота одинакова, поэтому различие возникает только из-за проекции. Это делает сравнение особенно наглядным.

При неизменном перпендикуляре увеличение проекции всегда увеличивает наклонную, что видно по росту значений на диаграмме.



Иллюстративные значения, рассчитанные по формуле $AB^2 = AN^2 + NB^2$ при $AN = 4$ см.

Где применяется тема в задачах

Куб и призма



Перпендикуляр помогает находить расстояние от точки до грани, а наклонные используются для вычисления диагоналей, рёбер и неизвестных отрезков в объёмных фигурах.

Пирамида



В задачах о пирамиде часто нужно найти высоту, боковое ребро или расстояние до основания. Здесь особенно полезно уметь видеть прямоугольный треугольник внутри чертежа.

Построения и сравнение



Тема встречается в заданиях на построение перпендикуляра, нахождение проекций и сравнение отрезков. Такие задачи учат внимательно читать рисунок и выбирать нужные точки.

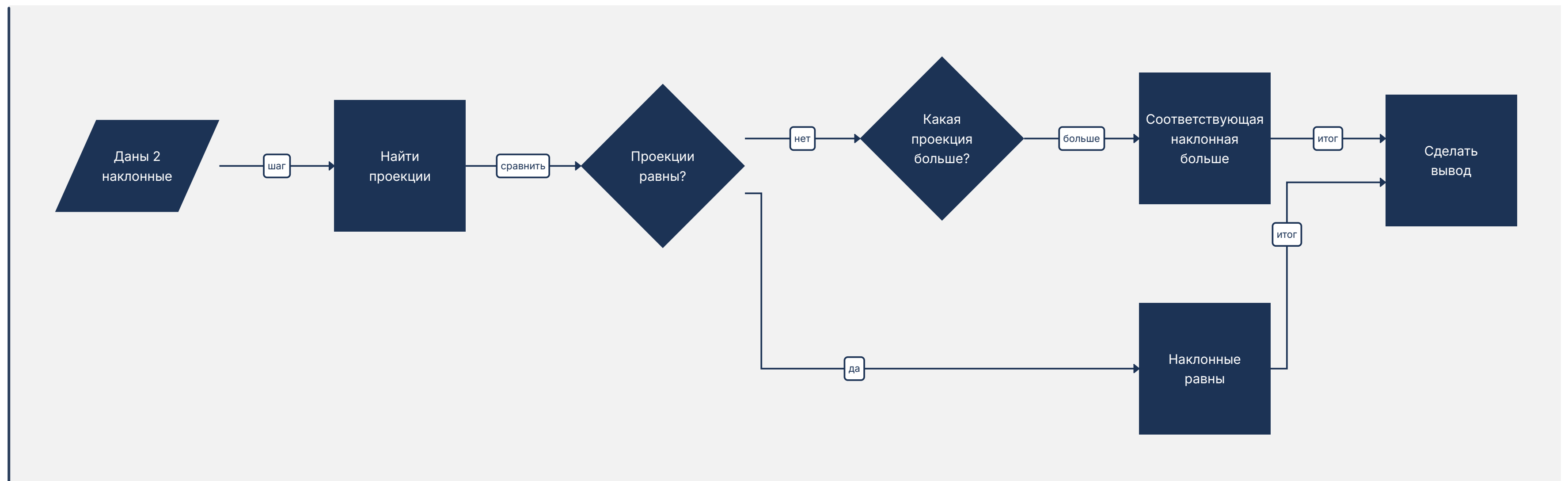
Координаты и вычисления



На чертежах с координатной сеткой тема помогает находить расстояния и проверять длины отрезков. Пространственная задача при этом часто сводится к известной формуле Пифагора.

Алгоритм сравнения двух наклонных

Сравнение строится через их проекции на одну и ту же плоскость



Опорные факты для запоминания

01

Перпендикуляр — самый короткий

Если точка не лежит в плоскости, перпендикуляр к ней даёт кратчайшее расстояние. Именно поэтому его длина считается основной мерой расстояния от точки до плоскости.

02

Наклонная длиннее

Любая наклонная, проведённая из той же точки к той же плоскости, длиннее перпендикуляра. Чем дальше точка на плоскости, тем длиннее получается отрезок.

03

Проекция помогает сравнивать

Проекция наклонной лежит в плоскости и показывает, насколько далеко лежит её конец от основания перпендикуляра. По проекциям удобно сравнивать сами наклонные.

04

Пифагор в треугольнике АНВ

В прямоугольном треугольнике АНВ наклонная находится по формуле $AB^2 = AN^2 + NB^2$. Это главное вычислительное правило всей темы.

Перпендикуляр и наклонная: что важно помнить

Тема учит видеть в пространственном чертеже прямоугольный треугольник, сравнивать отрезки и применять теорему Пифагора. Это основа для задач на расстояния, высоты и диагонали.