

Относительная частота и закон больших чисел

Как случайность превращается в устойчивый результат



Почему это важно школьнику

- Эти понятия помогают понимать результаты опытов, опросов и наблюдений. Они показывают, где действует случайность, а где уже видна устойчивая закономерность в данных.





0–1

– это диапазон, в котором измеряют шанс события.

Значение вероятности показывает, насколько событие возможно: от невозможного до достоверного.

Школьный курс теории вероятностей

Определение относительной частоты

1 Что сравниваем

Относительная частота показывает, как часто событие произошло в серии опытов. Сравнивают число появлений события с общим числом испытаний, чтобы получить понятную долю результата.

2 Формула

Записывают так: $W(A)=m/n$. Здесь m — число появлений события, а n — число всех испытаний. Чем больше m относительно n , тем выше частота.

3 Пример с монетой

Если из 20 бросков монеты орёл выпал 11 раз, то относительная частота равна $11/20 = 0,55$. Это результат именно этой серии, а не постоянное свойство монеты.

4 Почему значение меняется

В другой серии с тем же опытом частота может получиться иной. На неё влияет случайный разброс, поэтому короткие и длинные серии часто дают разные ответы.



Как меняется частота при увеличении числа опытов

Даже при одинаковой монете отдельные серии могут заметно отличаться. График помогает увидеть, как колебания постепенно становятся меньше.

Чем больше испытаний, тем ближе частота к 0,5 и тем слабее влияние случайности.

Иллюстративные данные учебного опыта по бросанию монеты



Эксперимент с монетой в классе

Результат серии

В 20 бросках орёл выпал 11 раз, а решка — 9 раз.
Относительная частота орла составила 0,55, то есть чуть выше теоретического значения для честной монеты.

Сравнение с теорией

Для честной монеты вероятность орла равна 0,5. Это не означает, что каждая короткая серия даст ровно половину орлов: случайные отклонения вполне нормальны.

Вывод из опыта

Небольшое число испытаний не всегда отражает теоретическую вероятность точно. Поэтому один классный эксперимент полезен, но для более надёжного вывода нужны повторения.



Серии бросков и относительная частота орла

Броски	Орлы	Частота
10	6	0,60
20	11	0,55
50	26	0,52
100	48	0,48

— Таблица показывает, как меняется относительная частота в сериях разной длины.

При росте числа бросков значения становятся устойчивее и постепенно приближаются к 0,5.

— Учебный эксперимент по бросанию монеты

Вероятность и относительная частота: в чём разница



Вероятность

Это теоретический шанс события. Он задаётся заранее и не зависит от того, сколько раз опыт уже проводили.



Относительная частота

Это результат наблюдений в конкретной серии. Она показывает, сколько раз событие произошло среди всех испытаний.



Короткая серия

В небольшом числе опытов частота может сильно колебаться. Поэтому 0,4 или 0,6 для монеты — обычный результат одной серии.

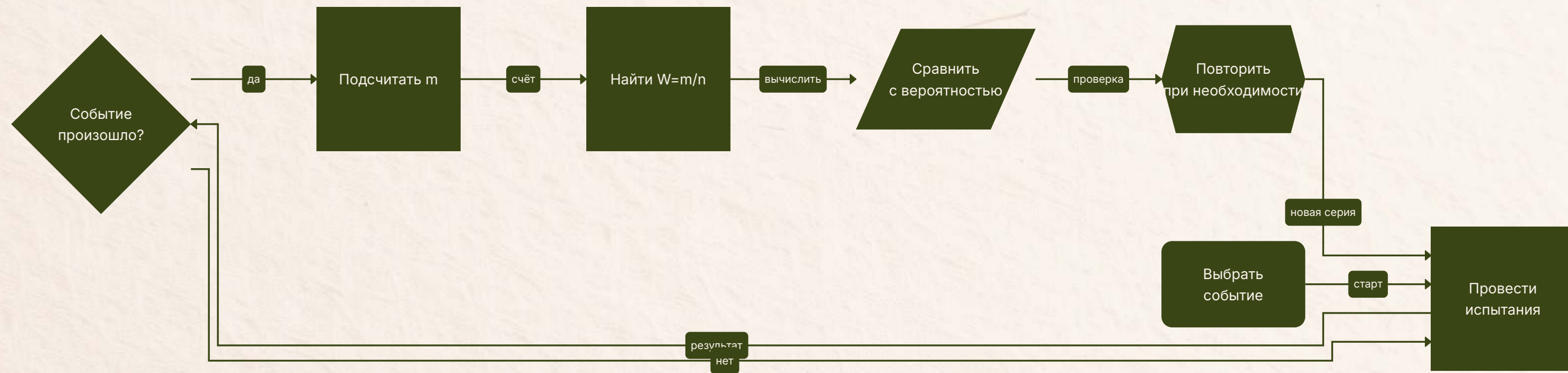


Большая серия

Когда испытаний становится больше, случайные отклонения уменьшаются. Частота начинает вести себя спокойнее и обычно приближается к вероятности.

Как находить относительную частоту

Последовательность действий для учебного опыта с монетой, кубиком или карточками



Закон больших чисел



Главная идея

Если испытаний много и условия одинаковы, относительная частота обычно становится близкой к вероятности. Это и есть основная мысль закона больших чисел.



Почему он полезен

Он объясняет, почему длинные серии дают более надёжный результат. Чем больше наблюдений, тем меньше влияет случайный разброс.



Что он не обещает

Закон не гарантирует точного совпадения в каждой серии. В одном опыте частота может быть выше или ниже вероятности — это нормально.



Где помогает

В школьных задачах закон больших чисел показывает, почему лучше опираться не на один опыт, а на множество одинаковых испытаний.

Почему большие серии дают более устойчивый результат

На малых сериях случайность заметнее, поэтому показатели сильнее «скачут» от опыта к опыту.

С ростом числа испытаний отклонение уменьшается, а оценка события становится надёжнее и спокойнее.

Учебный пример по бросанию монеты; данные для иллюстрации зависимости от числа испытаний.



Как большие серии помогают увидеть закономерность



На заводе: проверка деталей

Если проверить только одну деталь, легко ошибиться с выводом о качестве всей партии. Поэтому на производстве берут много образцов и считают долю брака. Большая серия показывает, насколько процесс стабилен и нужно ли его исправлять.



В спорте и опросах

Один матч или один ответ не отражают общую картину. Когда считают результаты многих игр или ответов учеников, заметнее становятся устойчивые тенденции. Так можно сравнить команды, классы или группы и сделать более надёжный вывод.

Области применения относительной частоты

Область	Событие	Что считают
Медицина	выздоровление	доля
Производство	брак	процент
Спорт	победа	частота

Примеры показывают, где относительная частота помогает увидеть устойчивую закономерность в данных.

Относительная частота удобна там, где нужно сравнивать группы и оценивать результат по многим наблюдениям.

Прикладная статистика; школьные примеры обработки данных.

Почему короткие серии могут вводить в заблуждение

Сильный разброс

В малой серии случайные колебания влияют на результат гораздо сильнее. Поэтому необычное значение может появиться просто из-за удачного или неудачного стечения обстоятельств, а не из-за скрытой закономерности.

Мало данных — мало уверенности

Если испытаний совсем немного, трудно отличить случайное отклонение от настоящей тенденции. Один короткий опыт не даёт надёжного ответа, потому что любое число результатов ещё слишком нестабильно.

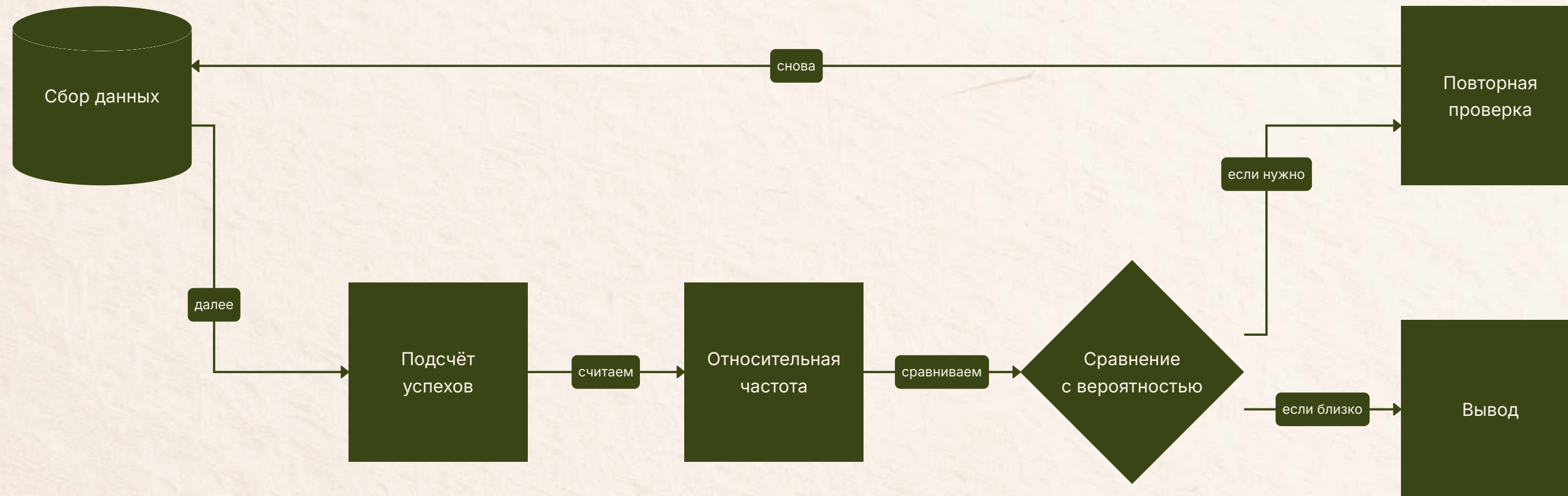
Нужны повторения

Чтобы вывод был обоснованным, опыт повторяют много раз и проводят его в одинаковых условиях. Тогда можно сравнивать не отдельный случай, а общую картину и делать более точные выводы.



Как перейти от опыта к выводу

Схема обработки школьного эксперимента или простого статистического наблюдения

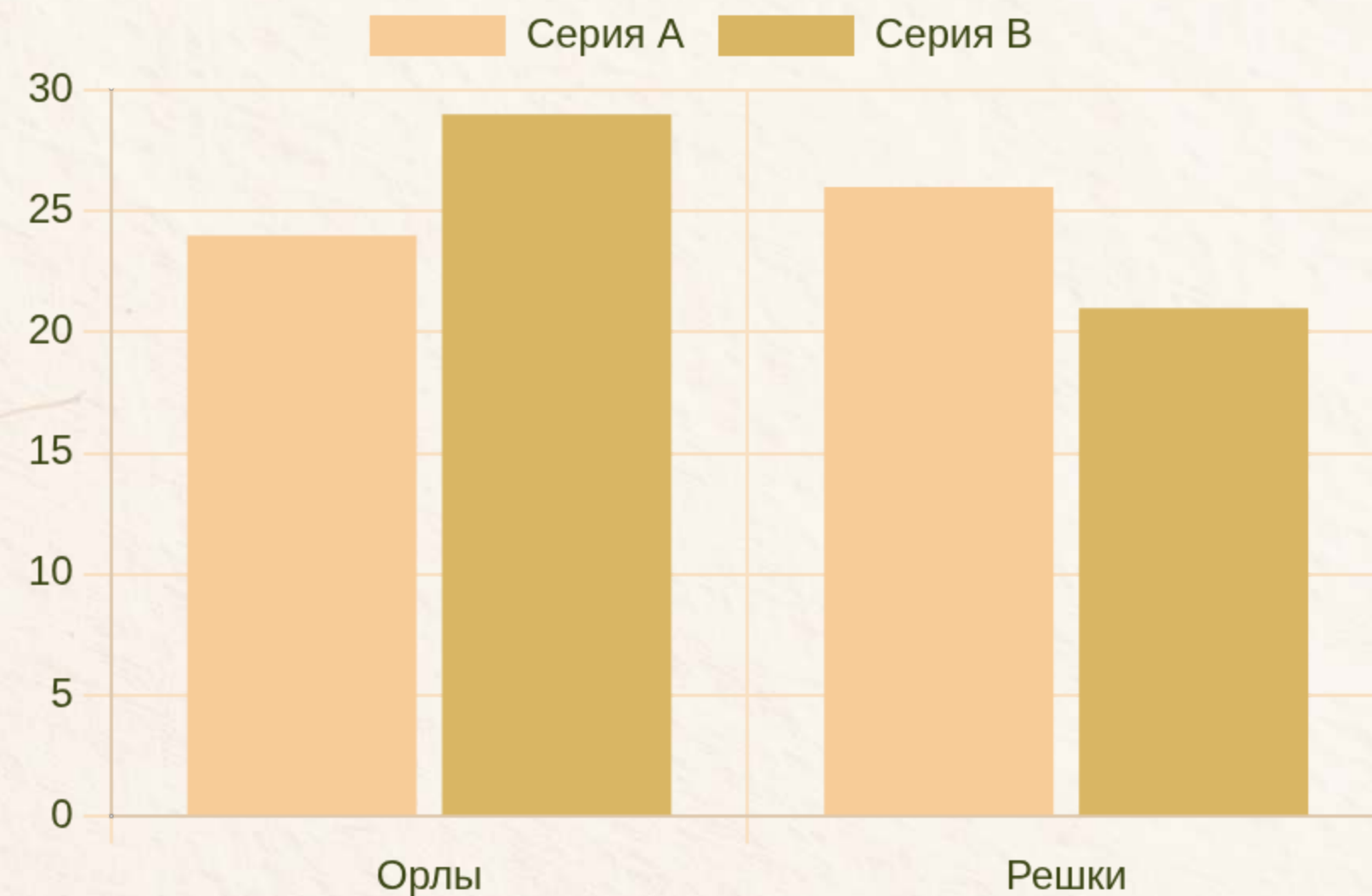


Сравнение двух серий одинакового опыта

Обе серии проведены в одинаковых условиях, но результаты всё равно различаются: случайность сильнее влияет на короткий промежуток.

Разница между сериями показывает, что отдельный опыт не даёт точной картины; важнее повторение и общий итог.

Учебный эксперимент: две серии по 50 бросков монеты.



Когда закон больших чисел работает, а когда нет

1 Нужны независимые испытания

Закон действует, когда опыты не влияют друг на друга. Если каждый новый результат зависит от предыдущего, частота может вести себя иначе и приближение к вероятности становится менее надёжным.

2 Условия должны быть одинаковыми

Сравнивать частоты можно только тогда, когда испытания проводятся в одних и тех же условиях. Если меняется способ проведения опыта, результат уже не отражает одну и ту же ситуацию.

3 Один опыт не решает всё

По одному броску или одному матчу нельзя делать общий вывод. Закон больших чисел говорит о тенденции, которая заметна только после многих повторений и большого числа наблюдений.

4 Не гарантирует точный исход

Даже при очень длинной серии конкретный следующий результат остаётся случайным. Закон не предсказывает отдельный бросок, а лишь показывает, к чему обычно приближается частота.

5 Полезен для оценки данных

Этот закон помогает понимать, почему длинные серии дают более устойчивую оценку вероятности. Он нужен не для гадания, а для более разумного анализа наблюдений и экспериментов.

Где встречается относительная частота в жизни

Школьные опросы

Если узнать мнение только нескольких учеников, картина может быть случайной. Когда отвечают многие, относительная частота показывает, какой вариант выбирают чаще всего, и помогает увидеть мнение класса точнее.

Оценки и результаты игр

По доле пятёрок, побед или точных попаданий можно сравнивать команды и группы. Такие данные удобны, когда нужно увидеть не один результат, а общую тенденцию за несколько попыток.

Погода и наблюдения

Считают, как часто идут дожди, бывает солнце или меняется температура. Большое число наблюдений помогает заметить повторяемость и понять, что в погоде является случайным, а что — устойчивым.

Контроль качества

На производстве относительная частота брака показывает, насколько часто встречаются дефектные изделия. Если проверяют много деталей, вывод о качестве партии становится намного надёжнее, чем по одной детали.



Памятка по основным понятиям

Понятие	Смысл	Пример
Относительная частота	доля событий	монета
Вероятность	теоретический шанс	кубик
Закон больших чисел	приближение частоты	опрос

— Короткая таблица помогает быстро вспомнить смысл трёх главных понятий урока и увидеть их связь.

Вероятность задаёт ожидание, относительная частота показывает результат опыта, а закон больших чисел связывает их при росте числа испытаний.

— Школьный курс вероятностей.

Что важно запомнить

Относительная частота описывает результат опыта, вероятность — ожидаемый шанс, а закон больших чисел объясняет, почему при большом числе испытаний случайные колебания постепенно становятся меньше.