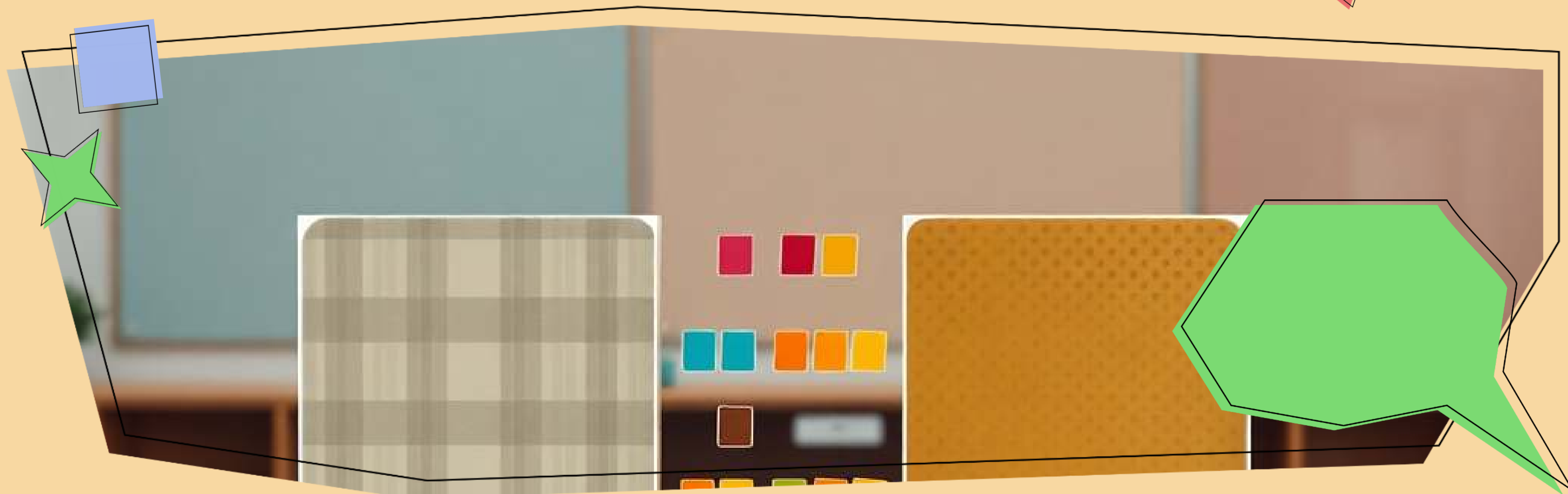
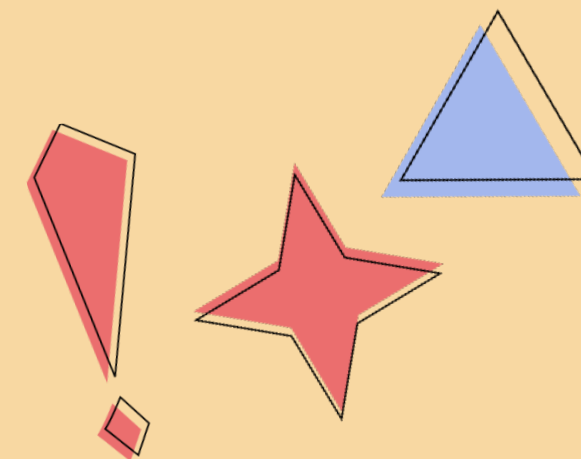




Преобразование произведения двух многочленов

Каждый член раскрывается
по распределительному закону, а затем всё
упрощается.



Зачем это нужно в 7 классе

Это умение помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и решать уравнения. Оно подготавливает к формулам сокращённого умножения и делает работу с буквенными выражениями увереннее и быстрее.



Что такое многочлен

1. Состав выражения

Многочлен образован одним или несколькими одночленами, которые соединены знаками сложения или вычитания. Он может содержать числа, буквы и степени, записанные в одной алгебраической

2. Что такое одночлен

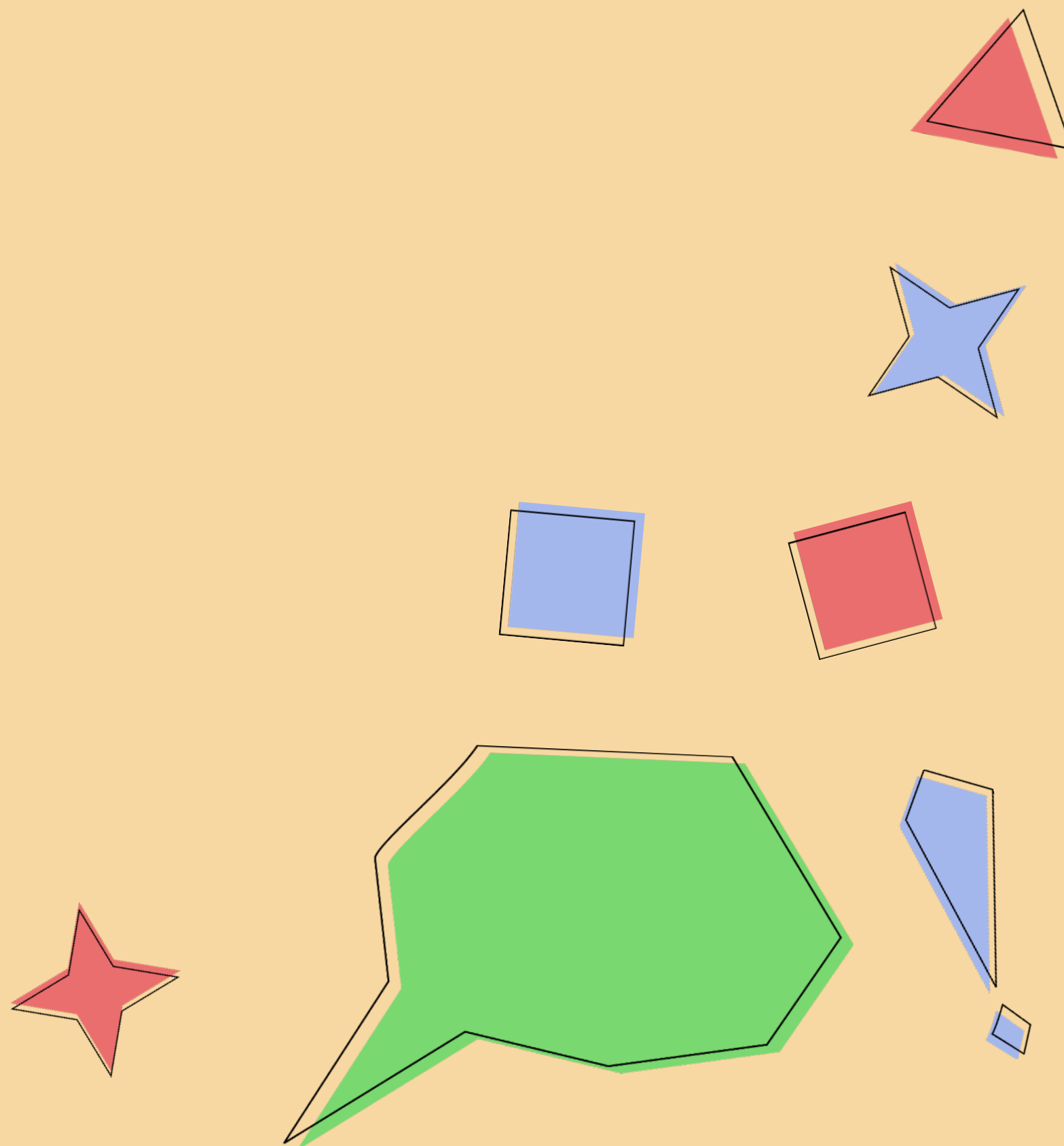
Каждый одночлен имеет коэффициент и буквенную часть, например $3x$ или $-2a$. Коэффициент показывает числовую часть, а буквенная часть определяет, какие переменные входят в выражение.

3. Примеры записи

Запись $5x^2 - 4x + 1$ является многочленом, потому что состоит из нескольких одночленов. В нём есть слагаемые с разными знаками, но они объединены в одно выражение.

4. Как находят степень

Степень многочлена определяют по самому старшему одночлену. Если в выражении есть x^3 и x^2 , то степень многочлена равна трём, потому что это наибольшая степень среди его членов.



Распределительный закон умножения

Умножение на каждое слагаемое

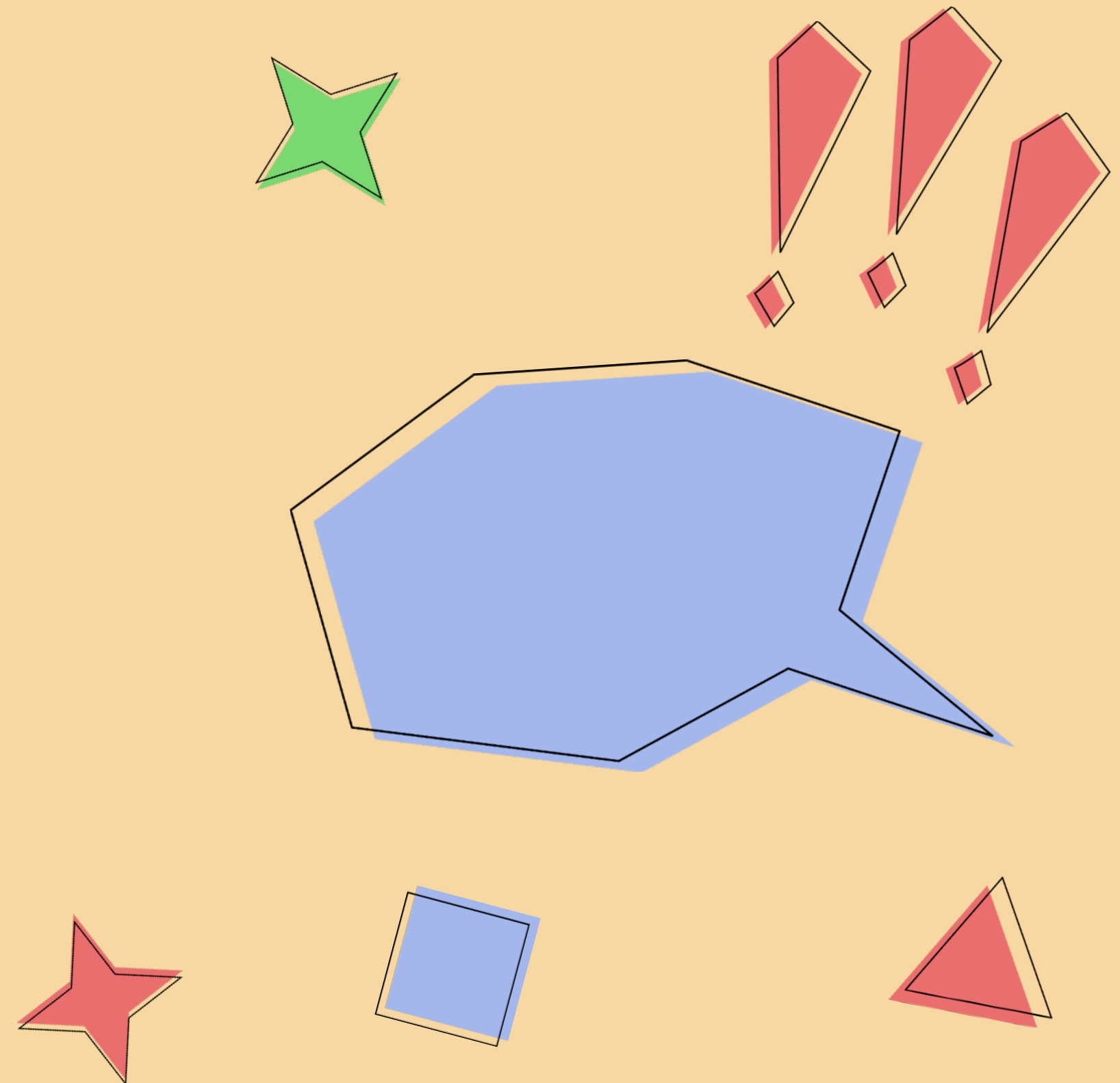
Если число или выражение стоит перед скобками, оно умножается на каждое слагаемое внутри отдельно. Поэтому $(a+b)c$ превращается в $ac+bc$ без пропуска ни одного члена.

Применение к многочленам

При умножении двух многочленов правило работает для всех членов первой и второй скобки. Каждый член одной скобки должен быть соединён с каждым членом другой.

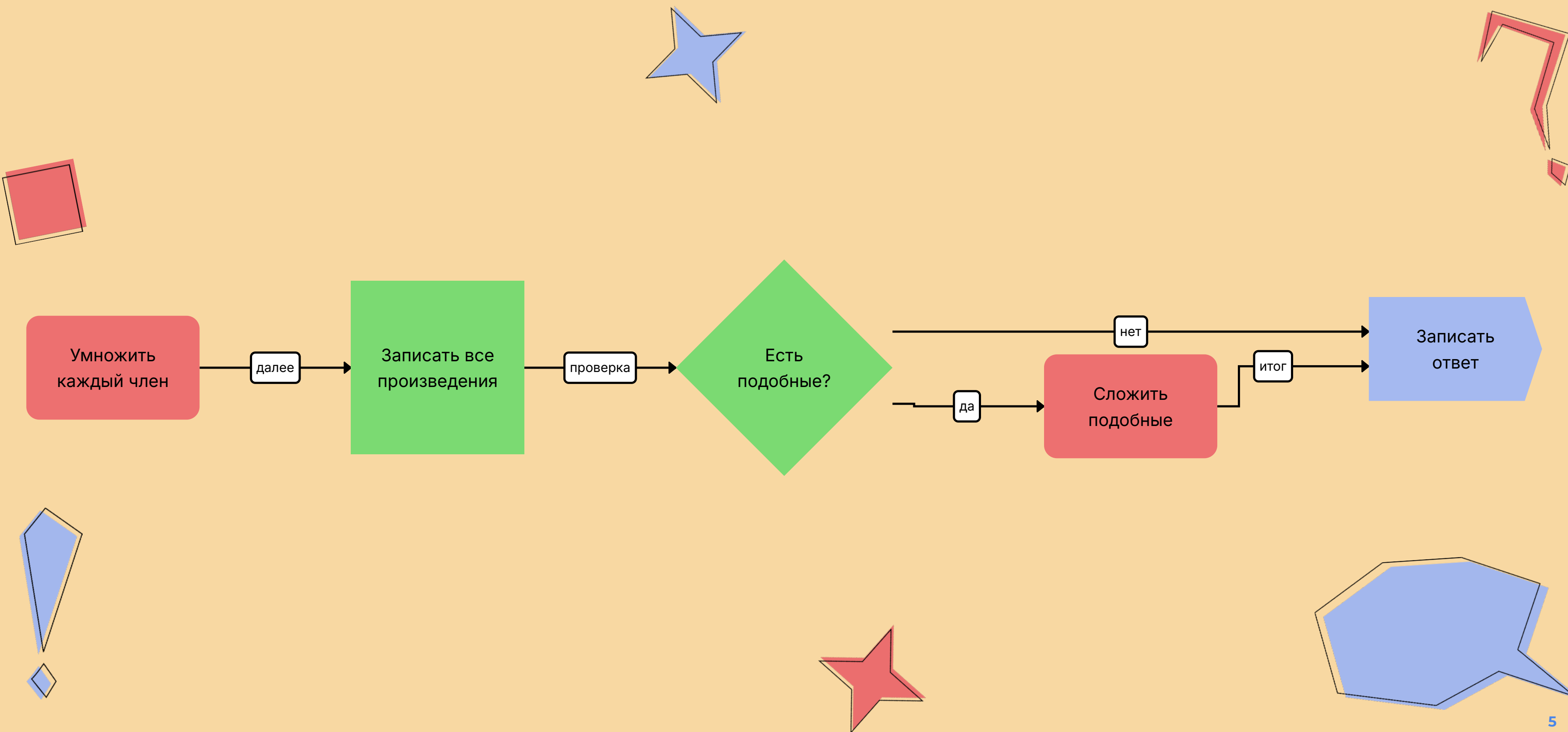
Основа дальнейших преобразований

Именно распределительный закон позволяет раскрывать скобки, получать новые многочлены и затем приводить подобные слагаемые. Без него невозможно уверенно работать с более сложными алгебраическими выражениями.

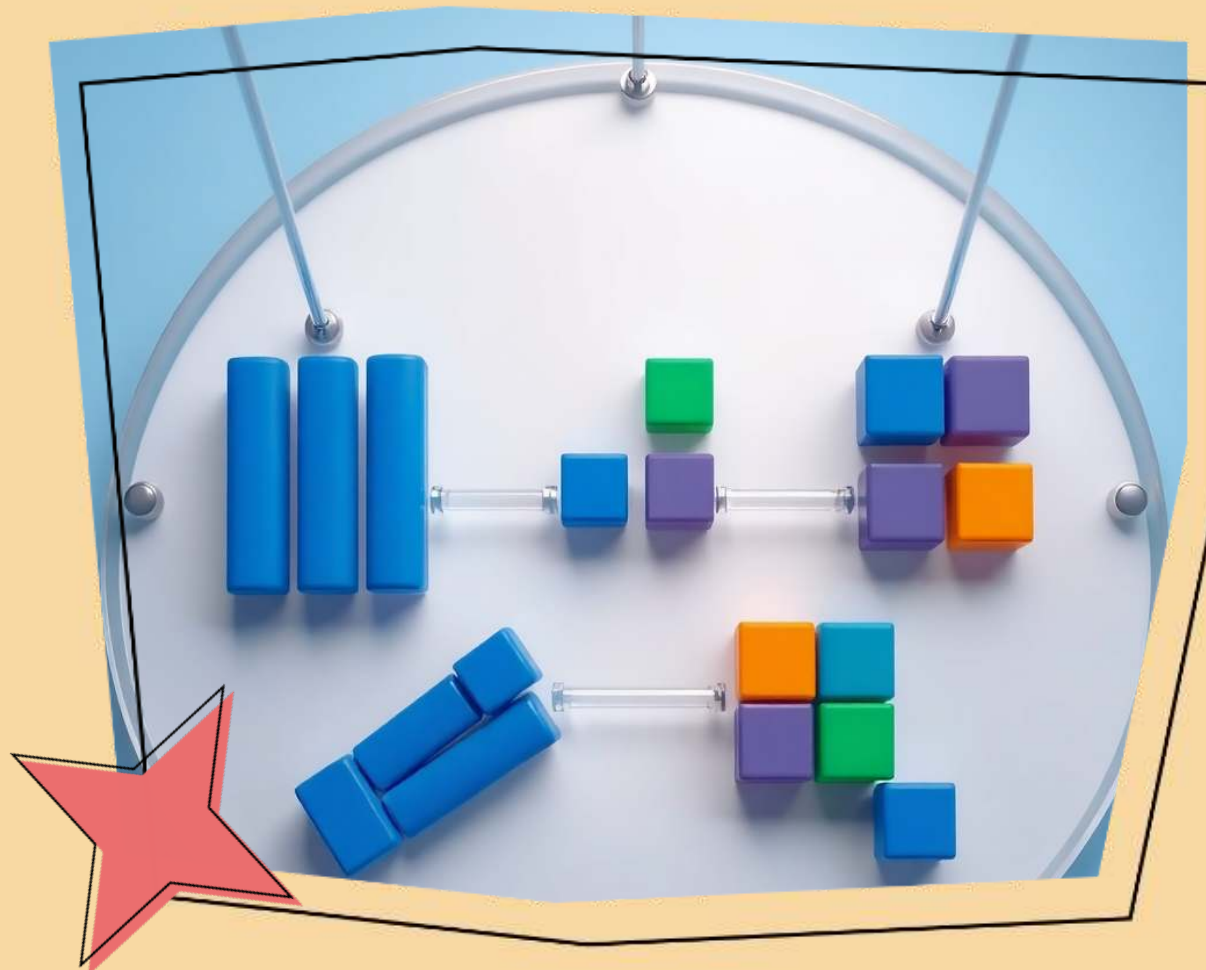


Как раскрывать скобки

Последовательность действий при умножении двух многочленов

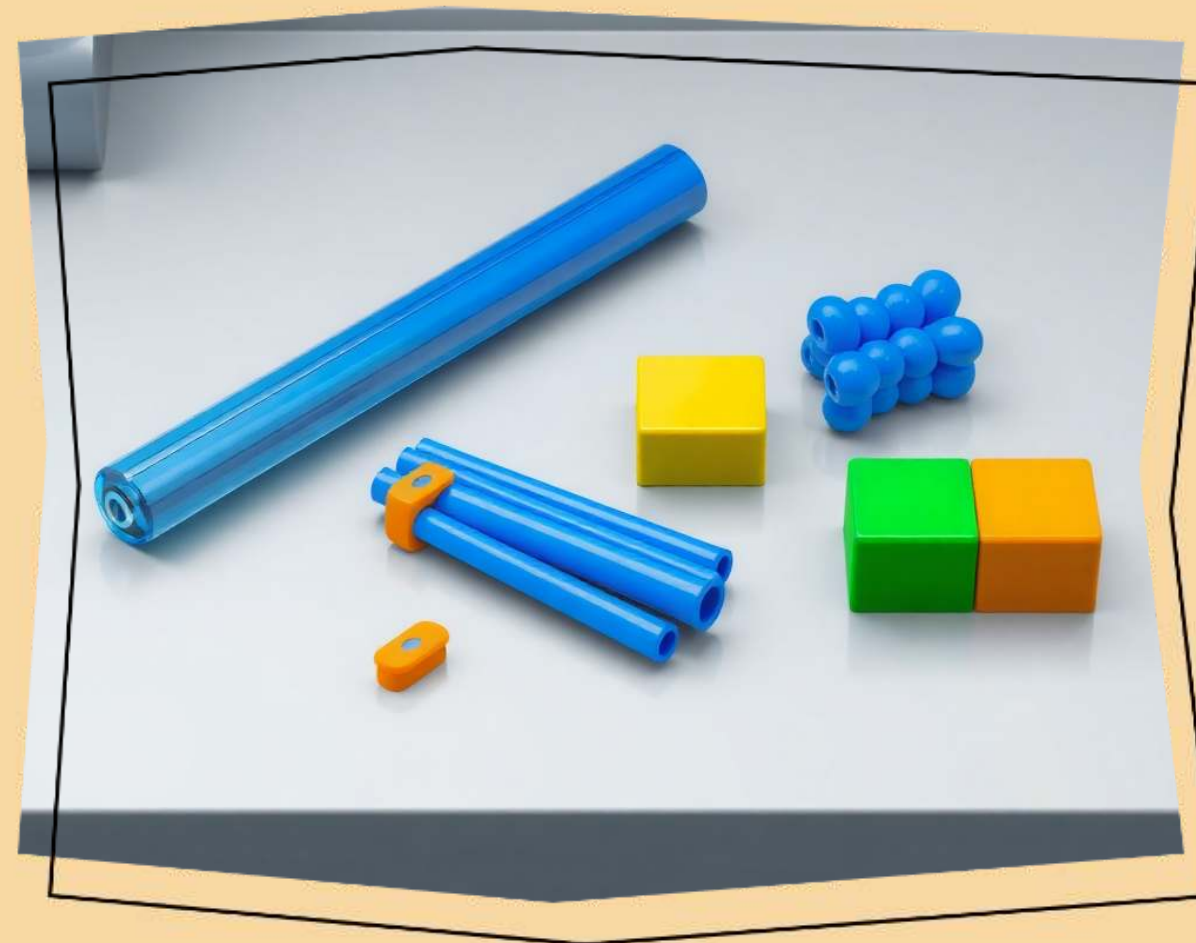


Пример: произведение двух двучленов



Первый шаг раскрытия

В выражении $(x+3)(x+2)$ каждый член первой скобки должен встретиться с каждым членом второй. Сначала появляются четыре отдельных произведения: $x \cdot x$, $x \cdot 2$, $3 \cdot x$ и $3 \cdot 2$. Это удобно показывать на схеме с линиями или стрелками.



Как получается новый многочлен

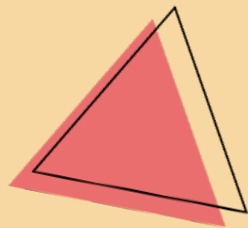
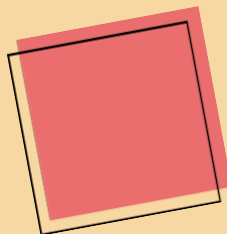
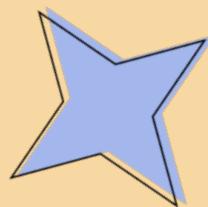
После умножения записывают x^2 , $2x$, $3x$ и 6 . Затем средние слагаемые объединяются, потому что у них одинаковая буквенная часть. В результате получается x^2+5x+6 , уже в короткой и аккуратной форме.



Что важно заметить

В таком примере видно главное правило: сначала не упрощают, а находят все произведения. Только потом выполняют приведение подобных слагаемых. Именно этот порядок помогает не пропустить ни одного члена и не потерять знак.

Шаги на простом примере

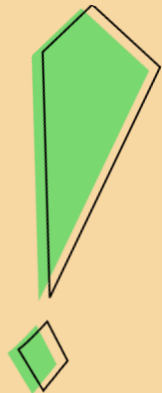
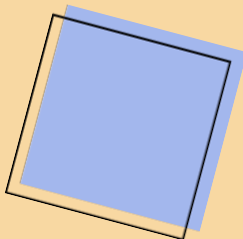
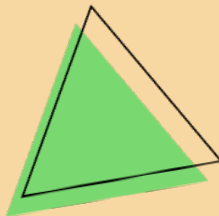


Шаг	Действие	Результат
1	$x \cdot x$	x^2
2	$x \cdot 2$	$2x$
3	$3 \cdot x$	$3x$
4	$3 \cdot 2$	6

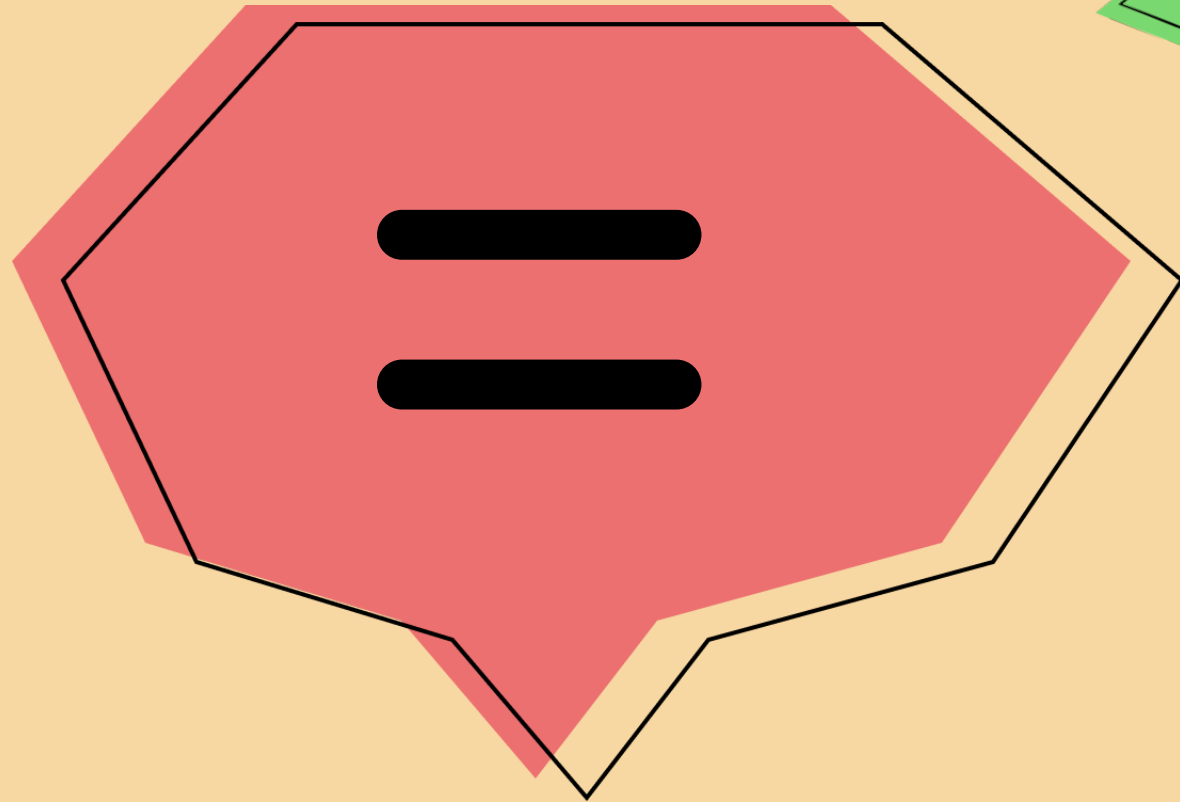
Разберём произведение $(x+3)(x+2)$ по отдельным действиям и посмотрим, как из четырёх произведений получается один многочлен.

Сначала записывают все произведения, а затем складывают подобные слагаемые: $2x$ и $3x$ дают $5x$.

Раскрытие скобок в произведении $(x+3)(x+2)$

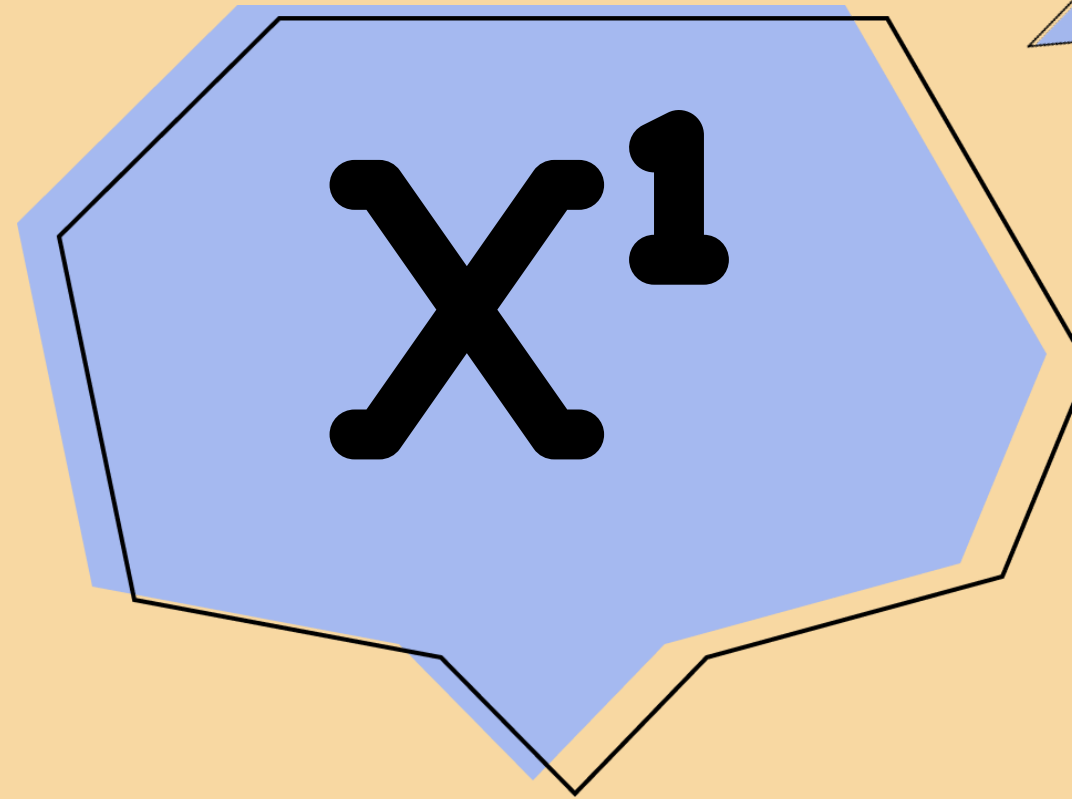


Почему появляются подобные слагаемые



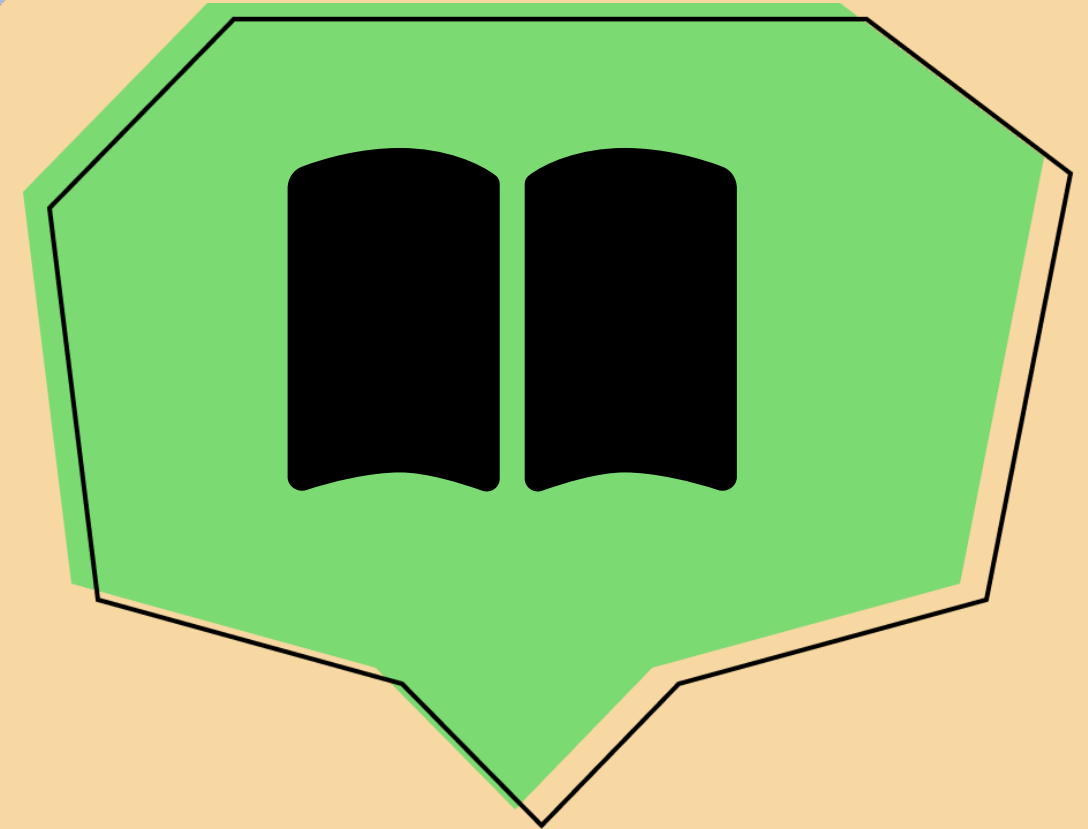
Одинаковая буквенная часть

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть, например $2x$ и $3x$. Поэтому их можно складывать, как обычные числа, не меняя переменную.



Одинаковая степень

Слагаемые $4a^2$ и $-a^2$ тоже считаются подобными, потому что в них совпадает буквенная часть и степень. Меняется только коэффициент, который можно объединить.



Короткий и ясный ответ

После приведения подобных слагаемых выражение становится короче и легче читается. Это особенно важно в задачах, где много буквенных членов и нужно быстро увидеть результат.

Какие произведения входят в ответ

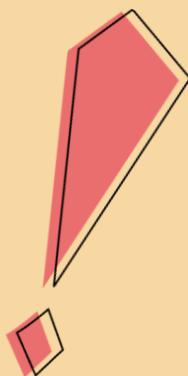
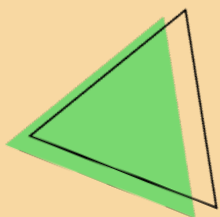


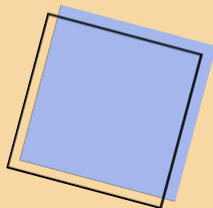
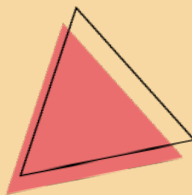
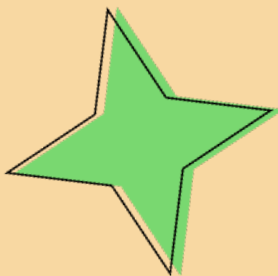
Диаграмма показывает четыре равные части раскрытия скобок и помогает увидеть, какие слагаемые потом объединяются.

Два средних слагаемых с одинаковой буквой складываются в $5x$, поэтому итоговое выражение становится короче.

x^2 $2x$ $3x$ 6



Разложение $(x+3)(x+2)$ по распределительному закону



Произведение двучлена и трёхчлена

1.

Сначала первый член

Член x из первой скобки умножают на каждый член второй скобки: $x \cdot x^2$, $x \cdot (-x)$ и $x \cdot 4$. Так получают три первых произведения, связанных с первой частью выражения.

2.

Потом второй член

Член 2 из первой скобки тоже умножают на все три члена второй: $2 \cdot x^2$, $2 \cdot (-x)$ и $2 \cdot 4$. Всего выходит шесть произведений, как и должно быть.

3.

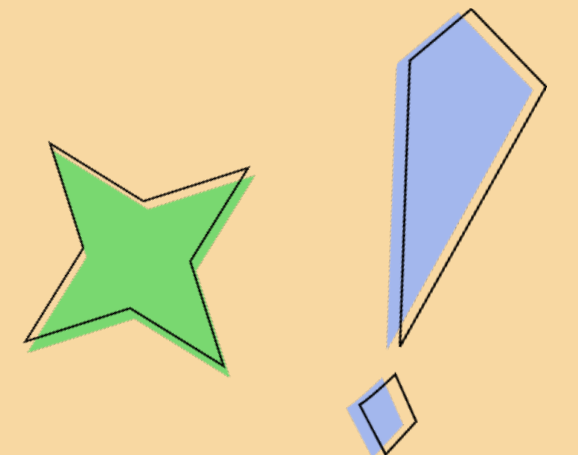
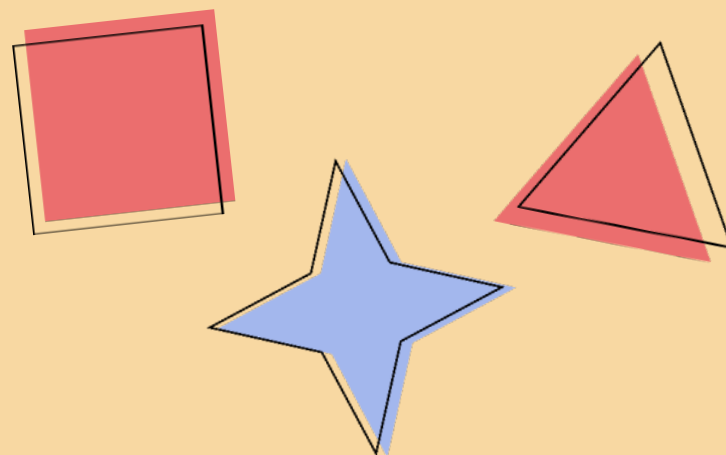
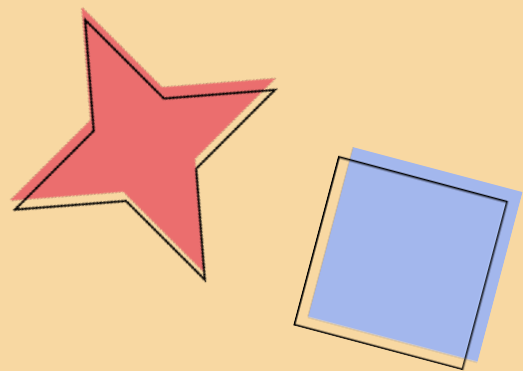
Запись без пропусков

Все результаты сначала записывают подряд, не объединяя и не сокращая их. Такой порядок помогает не потерять ни один член и сразу увидеть, какие слагаемые можно сложить.

4.

Упрощение ответа

После записи всех произведений приводят подобные слагаемые и располагают ответ в удобном порядке. Это делает выражение короче и показывает, как работает умножение многочленов с разным числом членов.



Пример с отрицательными числами

Раскрываем по парам

Сначала каждый член первого множителя умножаем на каждый член второго: $2a \cdot a$, $2a \cdot 5$, $-1 \cdot a$ и $-1 \cdot 5$. Так получаем все четыре произведения без пропусков.

Следим за знаками

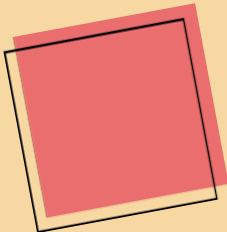
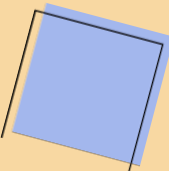
Отрицательный член -1 меняет знаки в двух последних произведениях: $-1 \cdot a$ даёт $-a$, а $-1 \cdot 5$ даёт -5 . Именно знаки помогают правильно собрать итоговый многочлен.

Собираем ответ

После приведения подобных слагаемых $10a$ и $-a$ объединяются в $9a$. Поэтому результат записывается как $2a^2 + 9a - 5$, а порядок действий остаётся одинаковым для любых чисел и букв.

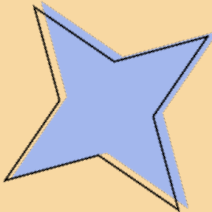
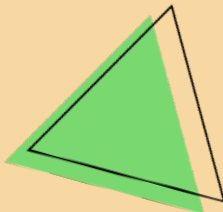


Типичные ошибки при умножении многочленов



Ошибка	Как не допустить
Пропуск члена	Проверять все пары
Неверный знак	Сверять умножение
Ошибки в подобн.	Складывать аккуратно
Потеря степени	Следить за $x \cdot x$

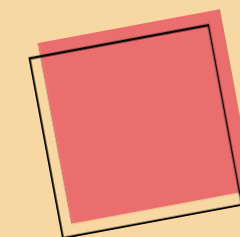
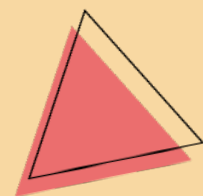
Анализ типичных ошибок при раскрытии скобок в школьной алгебре



В таблице показаны самые частые ошибки и то, на что стоит обращать внимание при проверке ответа.

Чаще всего ошибки связаны не со сложностью примера, а с невнимательностью: пропуском произведений, знаками и приведением подобных слагаемых.

Роль знаков в ответе



Плюс и плюс

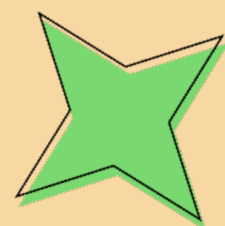
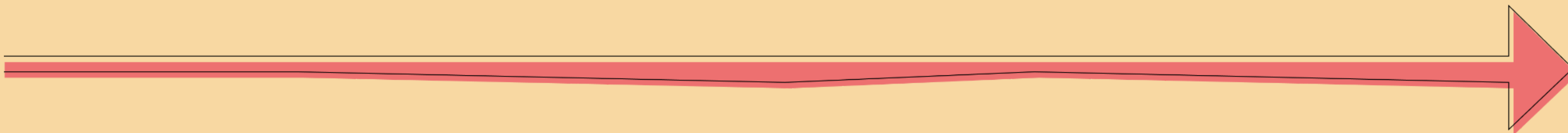
Когда перемножаются два положительных множителя, знак результата остаётся положительным. Это удобно заметить сразу и использовать при раскрытии первых произведений.

Разные знаки

Если один множитель положительный, а другой отрицательный, произведение получается отрицательным. Поэтому в ответе появляются члены с минусом.

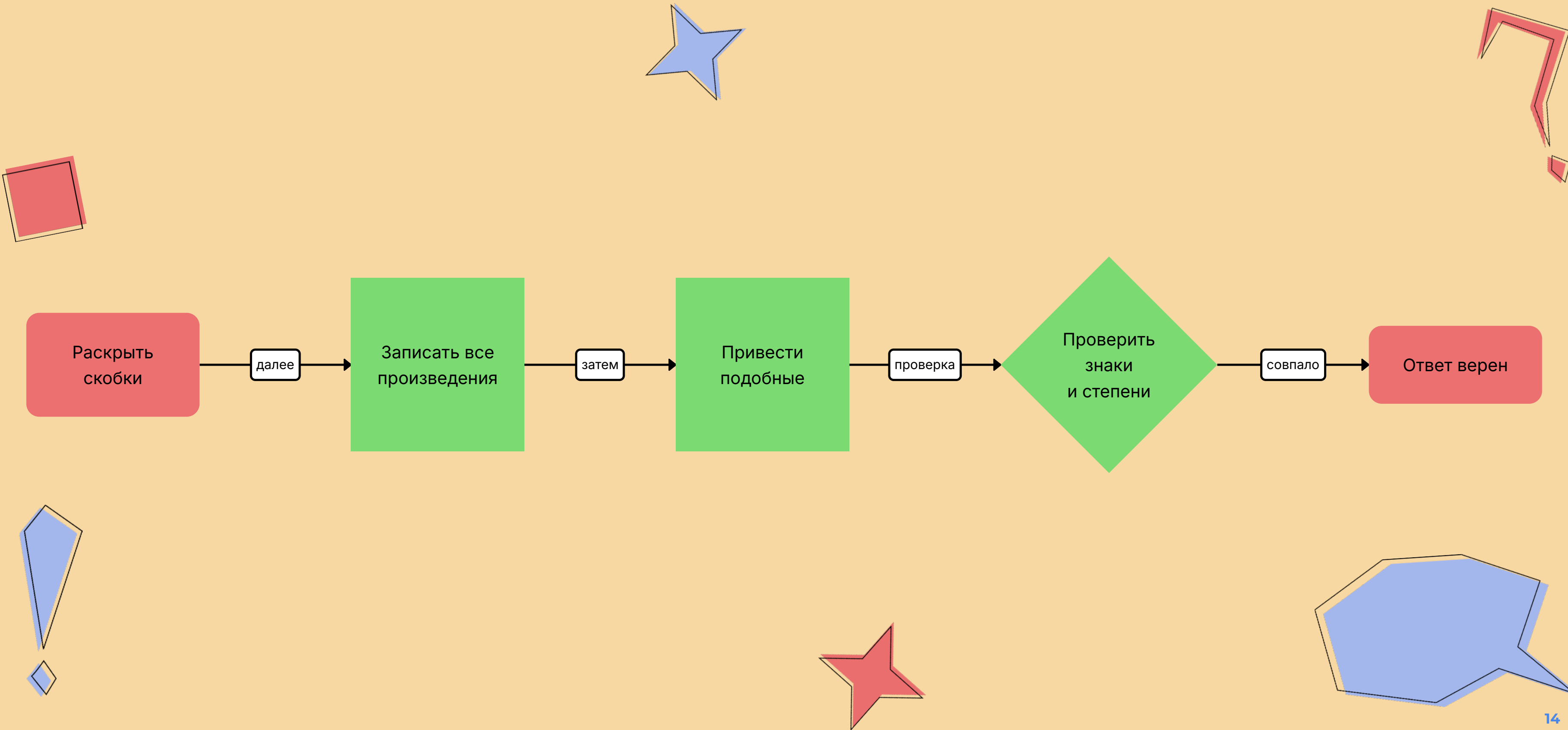
Минус и минус

При умножении двух отрицательных чисел знак становится положительным. Из-за этого некоторые члены в ответе неожиданно меняют знак и требуют внимательной проверки.

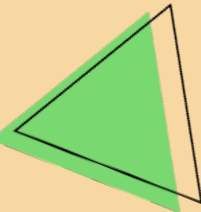


Проверка правильности преобразования

Последовательность действий при самопроверке ответа после раскрытия скобок.

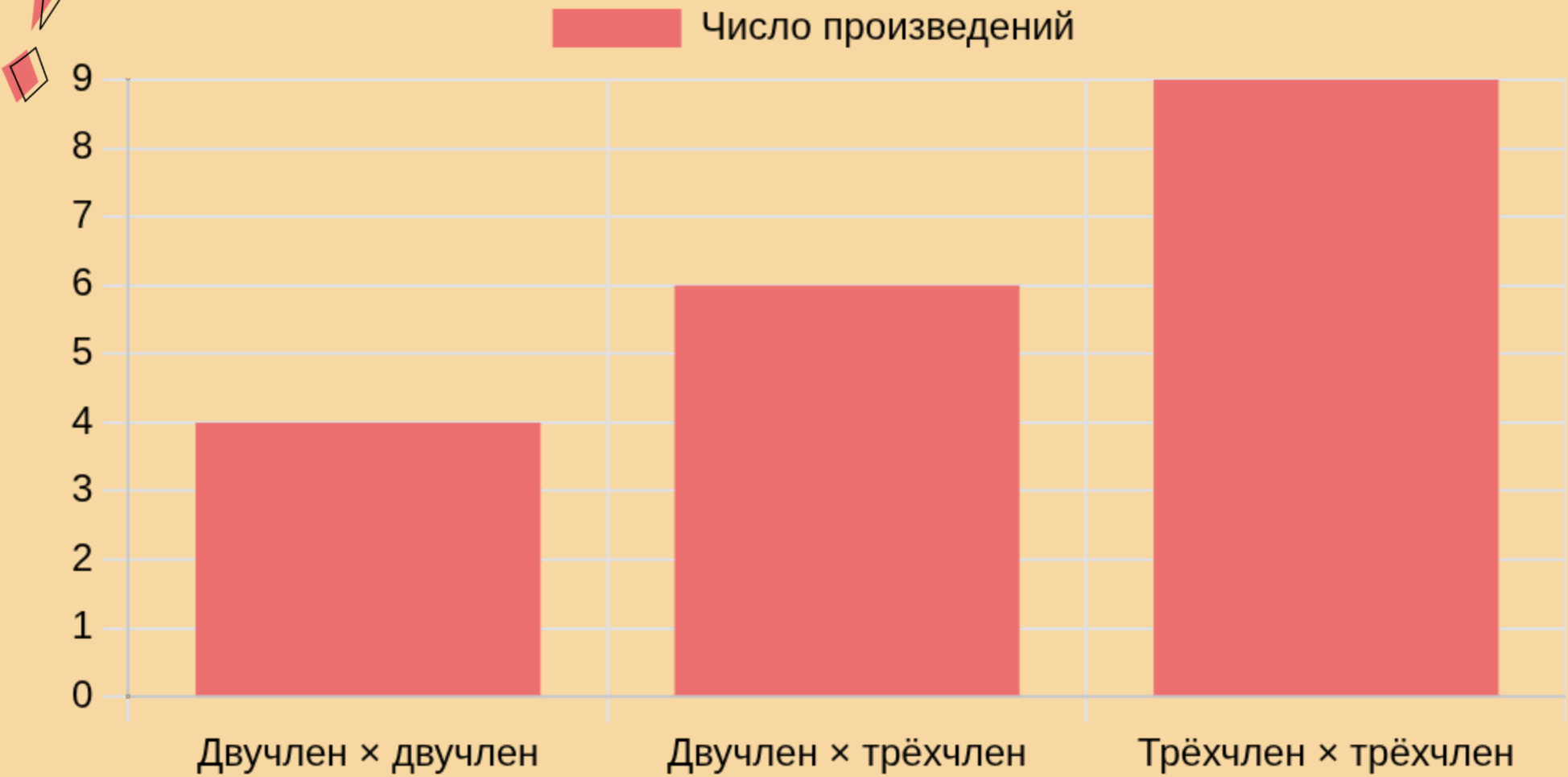
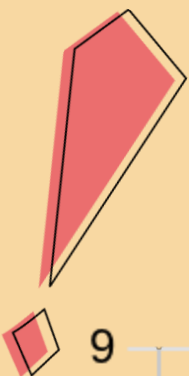
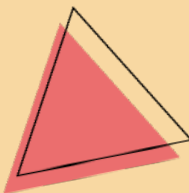
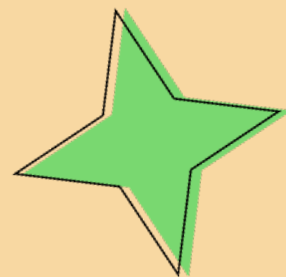


Сколько произведений получается

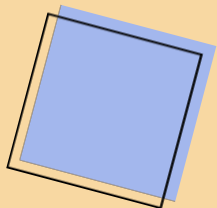


Количество отдельных умножений растёт вместе с числом членов в скобках, поэтому более длинные выражения требуют большей внимательности.

Чем больше слагаемых в множителях, тем больше промежуточных произведений нужно записать и проверить.



Теоретическое правило умножения многочленов; школьный курс алгебры



Как меняется степень многочлена

1. Степени складываются

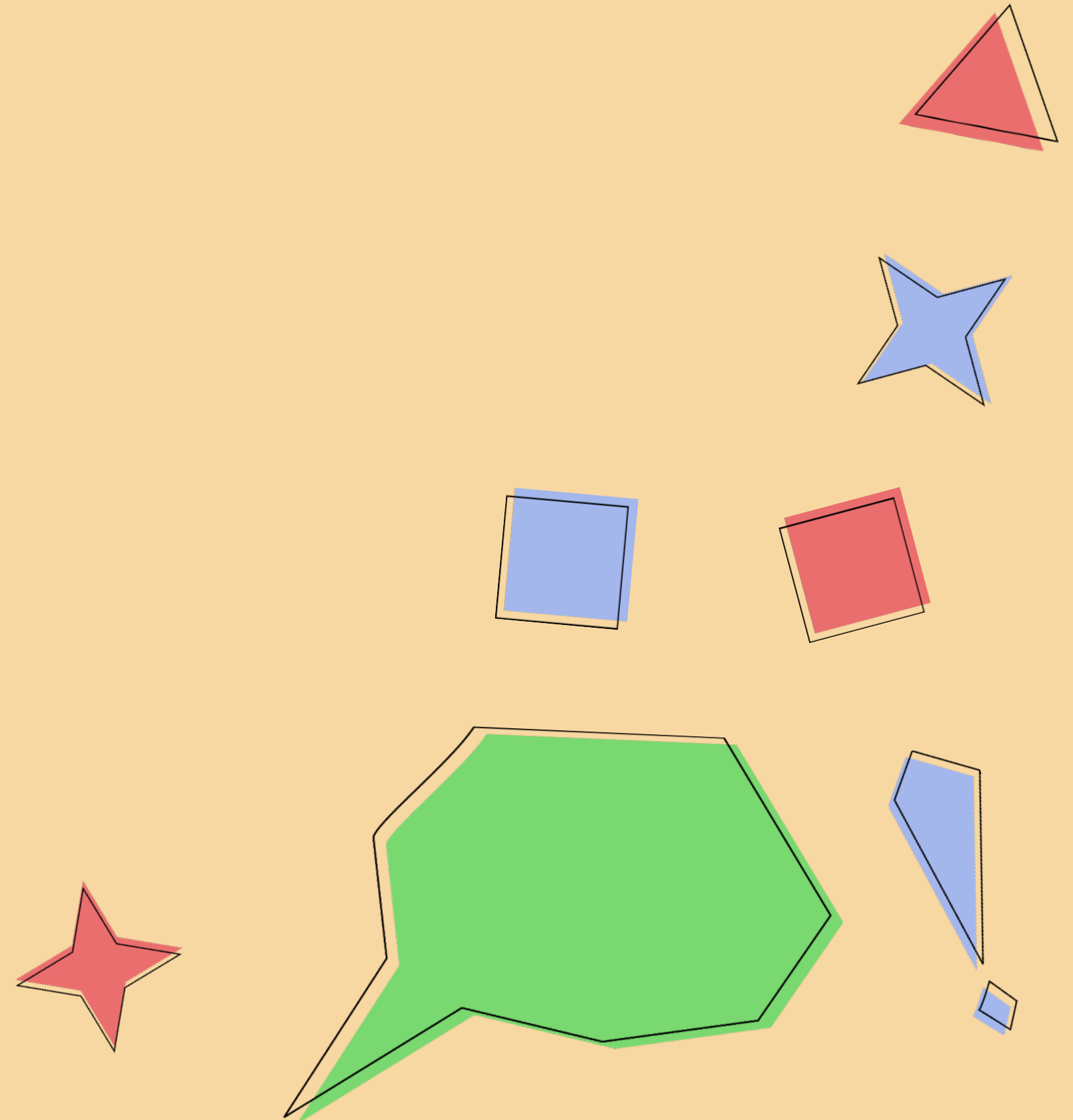
При умножении одночленов показатели степеней прибавляются: $x \cdot x$ даёт x^2 , а $x^2 \cdot x$ даёт x^3 . Это правило помогает быстро понять, какой будет старший член.

2. Смотрим на старшие члены

Наибольшая степень результата определяется именно самыми высокими степенями в множителях. Остальные члены влияют на середину и свободный член, но не задают максимум.

3. Проверяем заранее

Если в каждом множителе есть старший член, можно заранее предположить степень ответа. Такой приём помогает замечать ошибки ещё до полного упрощения выражения.



Связь с площадью прямоугольника

Геометрический смысл

Если длина прямоугольника равна $x+3$, а ширина $x+2$, то его площадь можно найти как произведение этих выражений. Алгебра здесь описывает обычную геометрию.

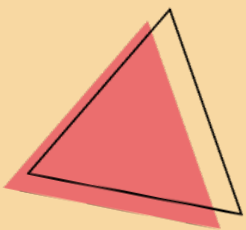
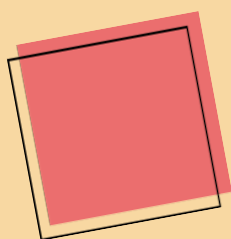
Четыре части площади

Прямоугольник удобно разбить на четыре меньших участка: $x \cdot x$, $x \cdot 2$, $3 \cdot x$ и $3 \cdot 2$. Каждый участок соответствует одному произведению при раскрытии скобок.

Общий результат

После сложения получаем x^2+5x+6 . Такой пример показывает, что умножение многочленов не только вычисление, но и способ описать фигуру через части её площади.

Формулы, которые получаются при раскрытии скобок

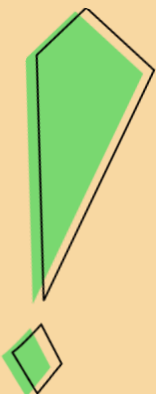
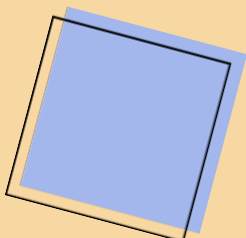
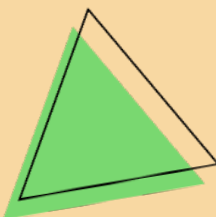


Формула	Результат
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2

Эти формулы удобно запомнить: они часто помогают быстрее преобразовывать выражения и проверять собственные вычисления.

Формулы позволяют сразу записывать ответ без полного перемножения всех членов и служат удобной проверкой при раскрытии скобок.

Формулы сокращённого умножения, школьный курс алгебры



Практика на уроке алгебры

1.

Раскрытие скобок

Учащиеся тренируются умножать каждый член на каждый и записывать все произведения без пропусков. Это основа для уверенной работы с любыми многочленами.

2.

Упрощение выражений

После раскрытия скобок нужно аккуратно собрать подобные слагаемые. На этом этапе особенно важно не спутать буквы, степени и знаки.

3.

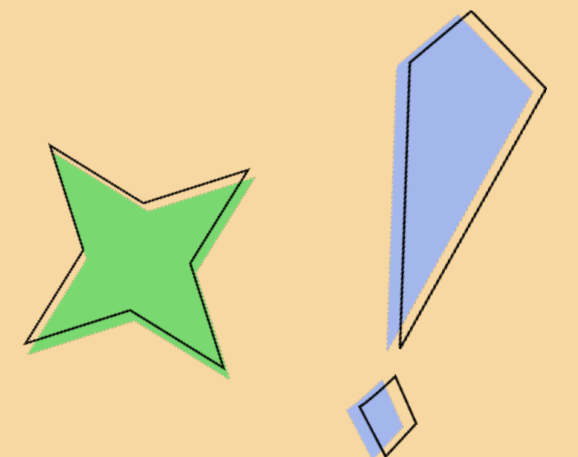
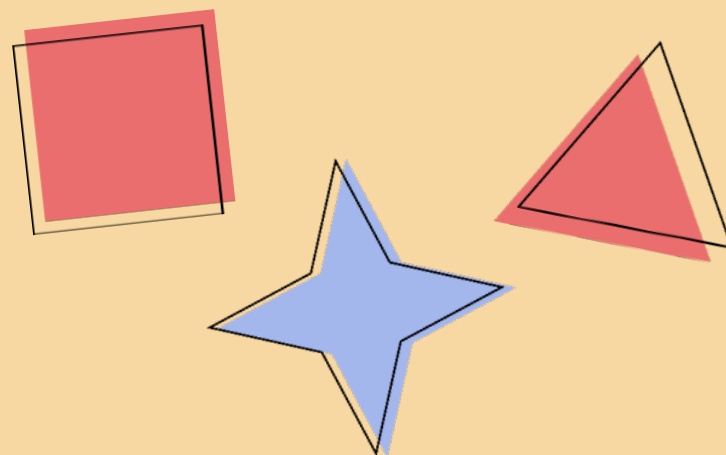
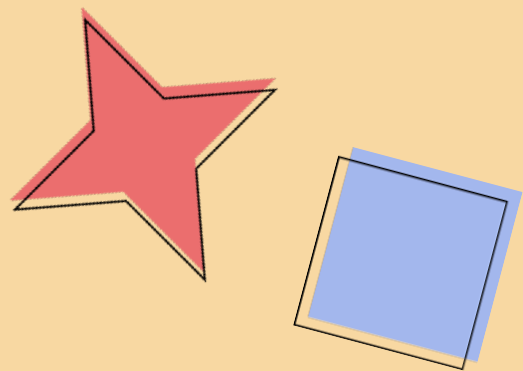
Поиск ошибок

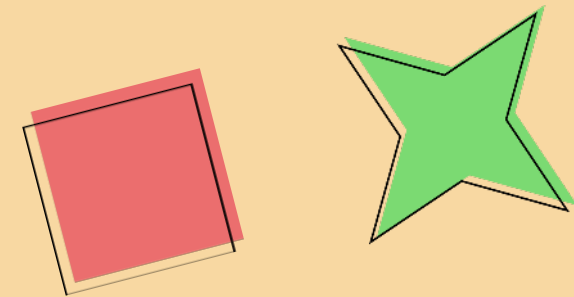
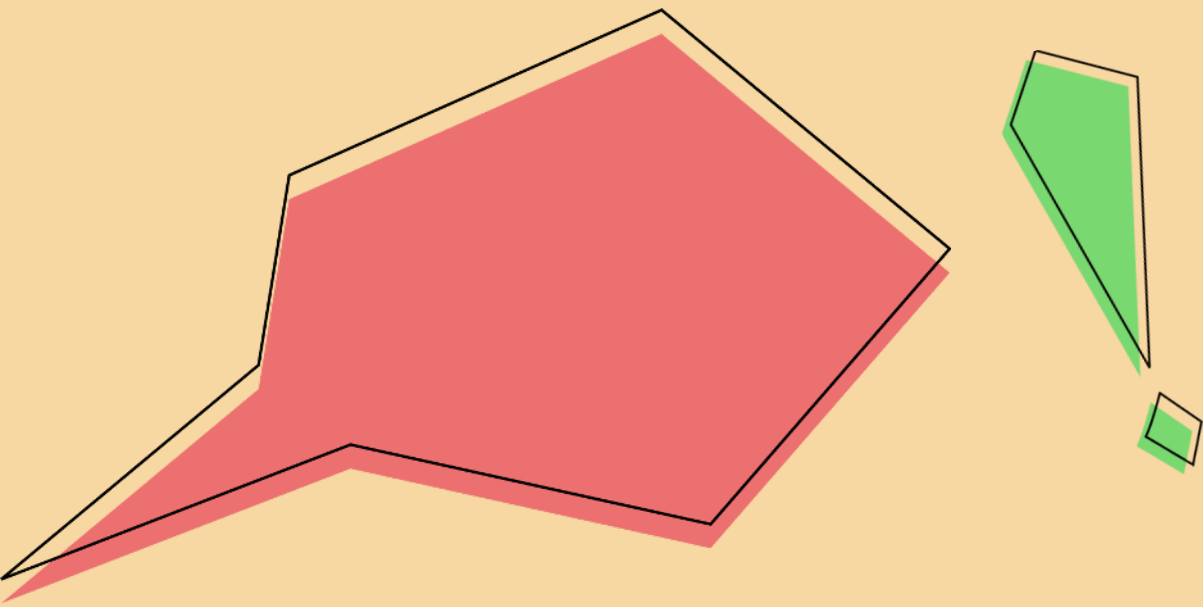
В готовых решениях часто предлагают найти неверный шаг. Такие задания учат замечать пропущенные произведения, неправильные знаки и неверно сложенные члены.

4.

Более сложные примеры

Затем встречаются выражения, где в одной из скобок три и более члена. В них требуется больше действий, но правило умножения остаётся тем же.





Пора подвести итог

Преобразование произведения многочленов строится на одном простом правиле: каждый член умножается на каждый. Если внимательно следить за знаками, степенями и подобными слагаемыми, ответ получается быстро и правильно.

