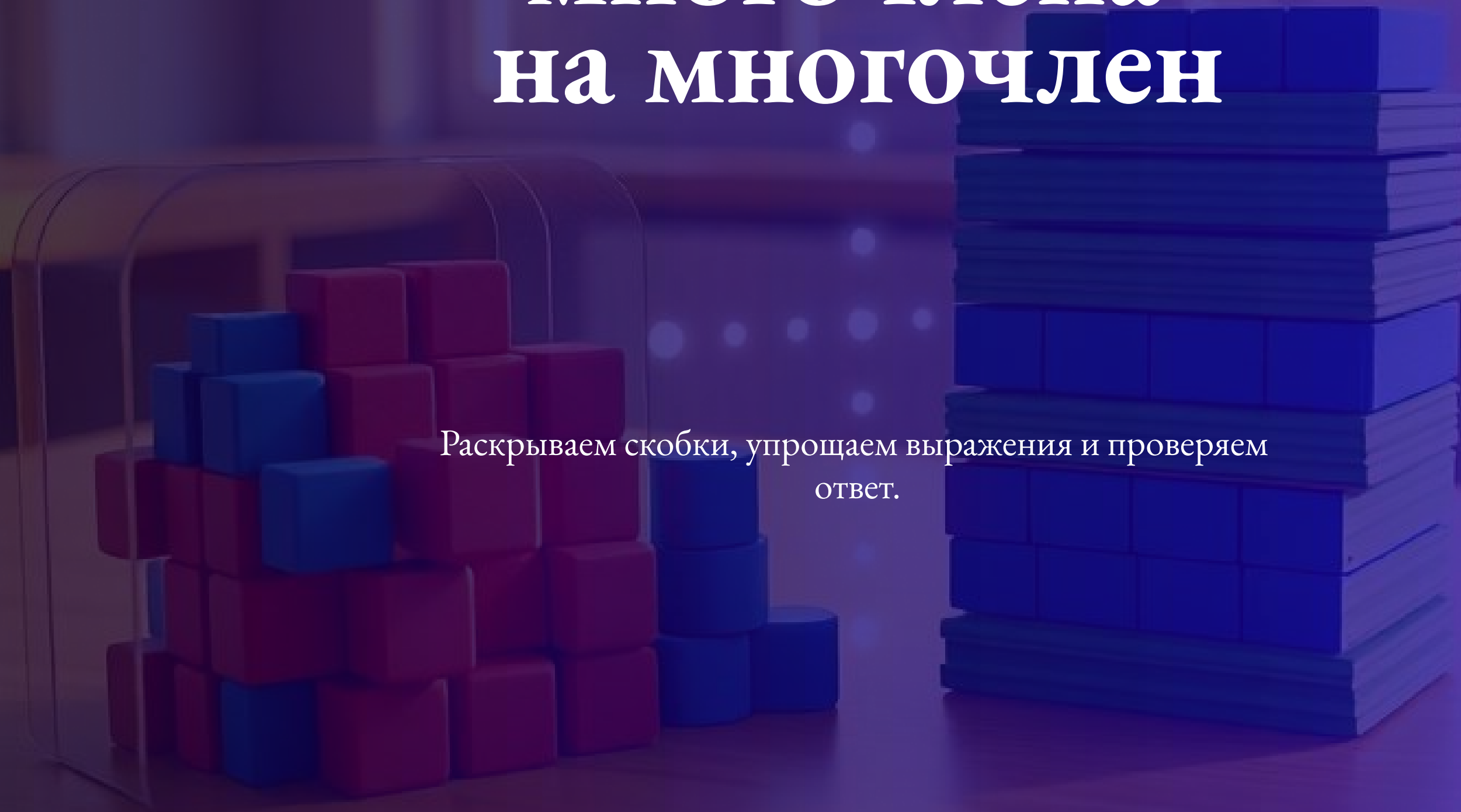


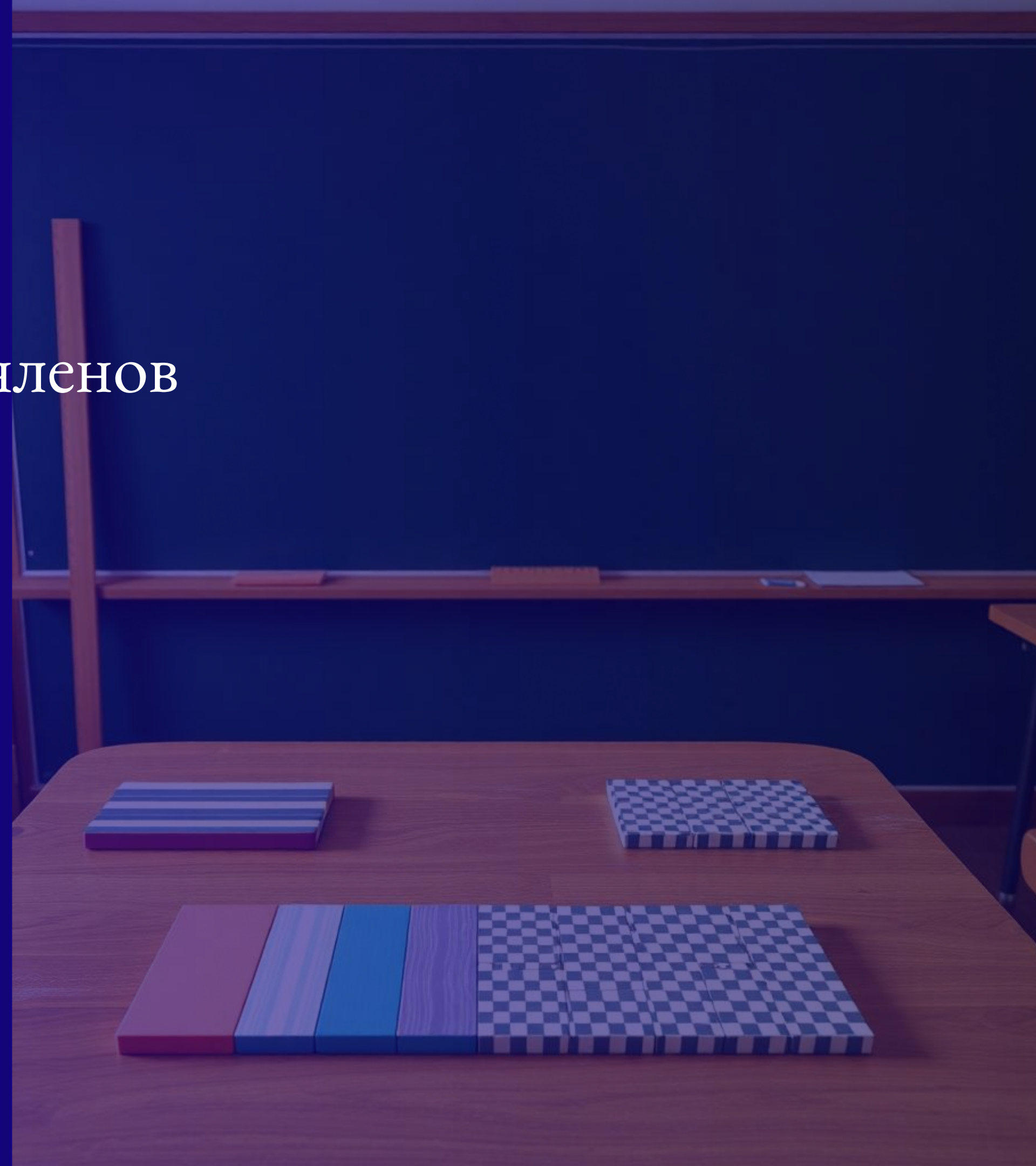
Умножение многочлена на многочлен

Раскрываем скобки, упрощаем выражения и проверяем
ответ.



Зачем изучать умножение многочленов

Эта тема помогает быстрее решать уравнения, упрощать алгебраические выражения и находить площади фигур с буквенными сторонами. В 7 классе она встречается часто и связывает правила алгебры с понятными задачами из геометрии.



Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен — это алгебраическое выражение из нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. В нём могут быть числа, буквы и степени.

Примеры записи

К многочленам относятся, например, $3x+2$, x^2-5x+4 и $2a-3b+7$. Такие записи содержат несколько частей, и каждую из них нужно учитывать при умножении.

Почему это важно

Когда многочлен умножают на другой многочлен, нельзя пропустить ни один член. Именно поэтому важно видеть структуру выражения и работать последовательно с каждым слагаемым.

Распределительное свойство — основа умножения

Главное правило

Основа темы — распределительное свойство: $a(b+c)=ab+ac$. Оно показывает, что число или выражение перед скобками должно умножиться на каждую часть в скобках.

Применение к многочленам

При умножении двух многочленов это правило используется несколько раз подряд. Каждый член первого множителя умножается на каждый член второго множителя без пропусков.

Четыре произведения

Например, в выражении $(x+2)(x+3)$ появляются четыре произведения: $x \cdot x$, $x \cdot 3$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 3$. Затем все результаты нужно аккуратно записать.

Зачем нужен порядок

Если действовать по порядку, легче не потерять члены и не перепутать знаки. Это особенно полезно в выражениях, где есть минусы и несколько слагаемых.



Алгоритм раскрытия скобок

Последовательность действий при умножении многочленов в школьной алгебре.

Умножение двучлена на двучлен

1.

Первый шаг

Сначала нужно раскрыть скобки полностью и записать все произведения по отдельности.

При умножении двух двучленов всегда получается четыре слагаемых до приведения подобных членов.

2.

Пример записи

В выражении $(x+2)(x+3)$ получаем $x^2+3x+2x+6$. Здесь видно, как каждый член первого двучлена умножается на каждый член второго.

3.

Объединение одинаковых слагаемых

После записи всех произведений складывают подобные члены. В примере $3x$ и $2x$ дают $5x$, поэтому окончательный ответ записывается как x^2+5x+6 .

4.

Вывод по способу

Сначала важно получить все произведения, а уже потом сокращать запись. Такой порядок помогает не потерять слагаемые и избежать ошибок при вычислениях.

Сколько произведений получается



Чем больше членов в множителях, тем больше отдельных произведений нужно записать перед упрощением. Это удобно видеть на сравнении разных случаев.

Число произведений равно произведению количества членов в множителях: 2×2 , 2×3 , 3×3 и 3×4 дают соответственно 4, 6, 9 и 12.

Примеры умножения многочленов

Пример	Раскрытие	Ответ
$(x+1)(x+4)$	$x^2+4x+x+4$	x^2+5x+4
$(a-2)(a+3)$	$a^2+3a-2a-6$	a^2+a-6
$(2y+5)(y-1)$	$2y^2-2y+5y-5$	$2y^2+3y-5$

В таблице показано, как раскрываются скобки и какой получается итоговый ответ после приведения подобных членов.

Знаки перед членами и приведение подобных слагаемых заметно меняют результат, поэтому каждый шаг нужно проверять отдельно.

Умножение одночлена на многочлен

1. Как действует одночлен

Одночлен умножается на каждый член многочлена отдельно. Это значит, что одно число или буквенное выражение должно пройти по всем слагаемым без пропусков.

2. Пример вычисления

В выражении $3x(x^2 - 2x + 5)$ получаем $3x^3 - 6x^2 + 15x$.
Коэффициенты перемножаются, а степени одинаковых букв при умножении складываются.

3. Значение для дальнейшей темы

Такой приём часто встречается в более длинных выражениях. Он помогает уверенно переходить к раскрытию двух скобок и выполнять преобразования без ошибок.

Площадь прямоугольника как модель умножения

Буквенные стороны

Если стороны прямоугольника равны $x+2$ и $x+5$, его площадь записывается как произведение $(x+2)(x+5)$. Это делает алгебраическое выражение связанным с реальной фигурой.

Разбиение на части

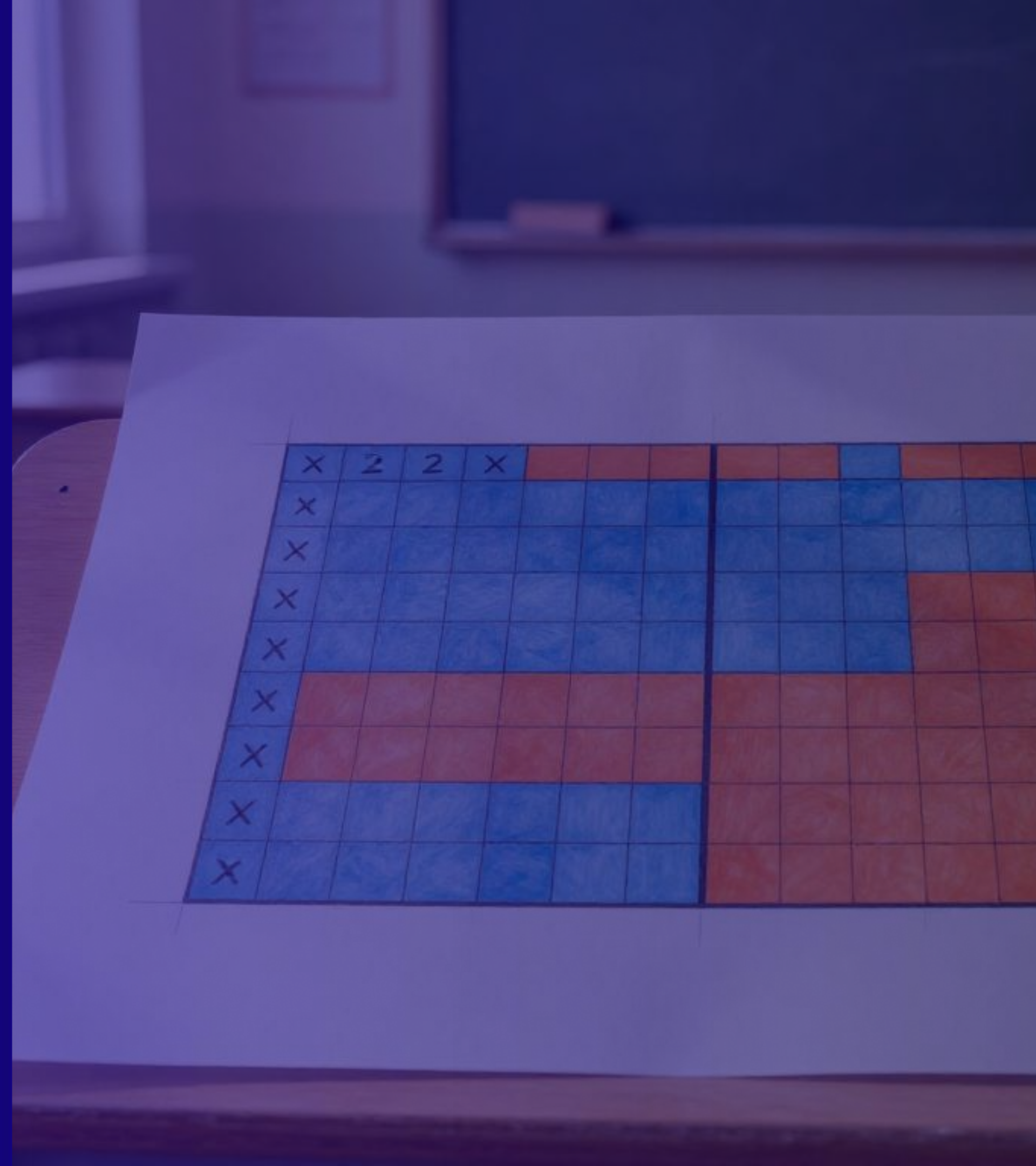
Прямоугольник удобно разделить на четыре меньших прямоугольника. Тогда становится понятно, откуда берутся x^2 , $5x$, $2x$ и 10 в окончательном ответе.

Получение результата

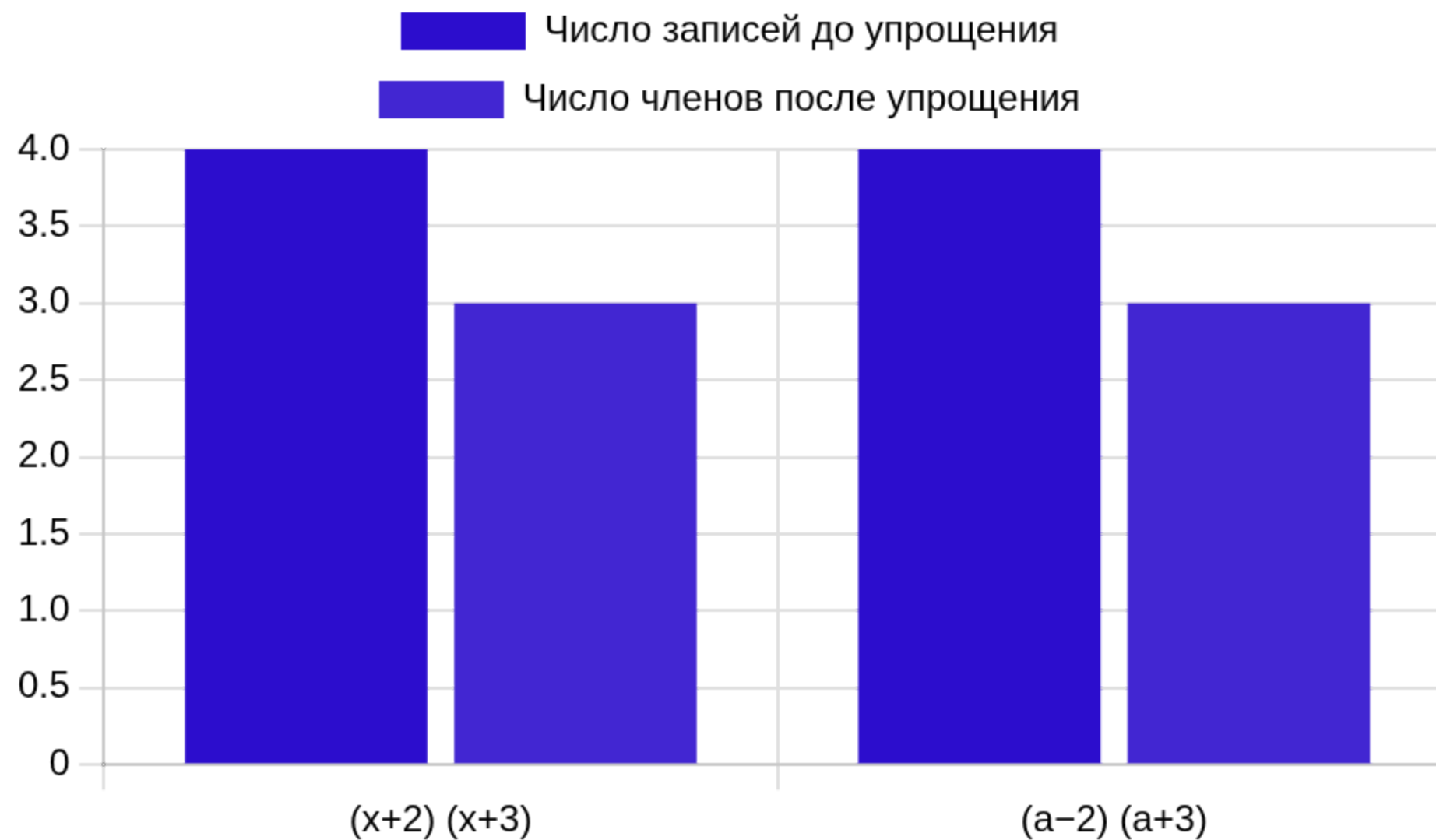
После умножения получается $x^2+7x+10$. Сложение $5x$ и $2x$ даёт $7x$, а свободный член 10 появляется из произведения двух чисел.

Почему это полезно

Геометрическая схема помогает увидеть смысл раскрытия скобок. Когда ответ связан с площадью, правило умножения запоминается легче и становится нагляднее.



Что меняется после приведения подобных членов



После объединения одинаковых слагаемых выражение становится короче, а вычисления — нагляднее и удобнее для дальнейших преобразований.

Во всех примерах число записей уменьшается с 4 до 3, значит приведение подобных членов заметно упрощает ответ.

Особенности умножения с отрицательными числами

1.

Сначала следим за знаками

Минус перед скобкой или отрицательный член меняет знак у соответствующего произведения. Поэтому при раскрытии скобок важно отдельно проверять каждое действие, а не считать «по привычке».

2.

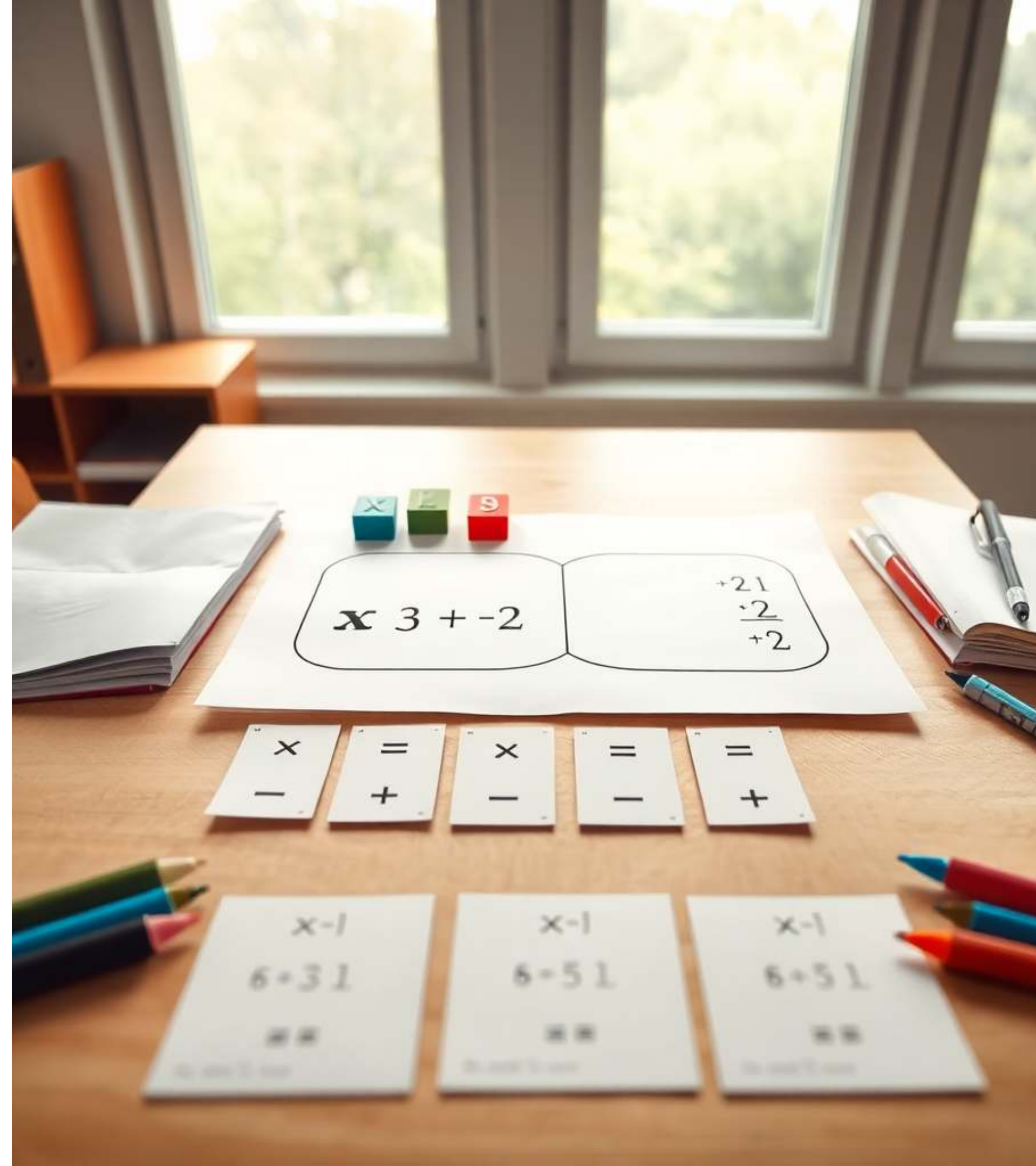
Не пропускаем ни один член

В выражении $(x-3)(x+2)$ каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. Если забыть одно произведение, итог получится неверным, даже если остальные шаги выполнены правильно.

3.

Проверяем итог

После раскрытия скобок полезно ещё раз посмотреть на знак у каждого слагаемого и на порядок записи. Это помогает вовремя заметить ошибку в третьем или четвёртом произведении.



Проверка и поиск ошибок

Последовательность контроля при раскрытии скобок и проверке результата на примерах из 7 класса.

Квадрат суммы и квадрат разности

1. Два частных случая

Квадрат суммы и квадрат разности — это удобные формулы для быстрого умножения одинаковых скобок. Они часто помогают не раскрывать произведение полностью, а сразу записывать готовый результат.

2. Как выглядят формулы

Запоминают их так: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ и $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. В обоих случаях первый и последний члены — квадраты, а средний показывает удвоенное произведение.

3. Где пригодятся

Такие выражения встречаются в задачах на преобразование формул и в вычислениях с буквами. Если знать эти правила, можно быстрее решать упражнения и меньше ошибаться в знаках.

Виды умножения выражений

Таблица показывает, сколько произведений получается до приведения подобных членов и как меняется итоговая запись.

Чем больше членов у множителей, тем больше промежуточных произведений нужно записать и затем упростить.

Вид	До приведения
Одночлен × многочлен	По числу членов
Двучлен × двучлен	4 произведения
Трёхчлен × двучлен	6 произведений
Квадрат двучлена	3 члена

Как складываются степени при умножении



При умножении буквенная часть не исчезает: она получает новую степень, а коэффициенты считаются отдельно. Это удобно видеть на коротких примерах с одной и той же буквой.

Степени одинаковых букв складываются, поэтому $x \cdot x^2$ даёт x^3 , а числовые множители перемножаются отдельно.

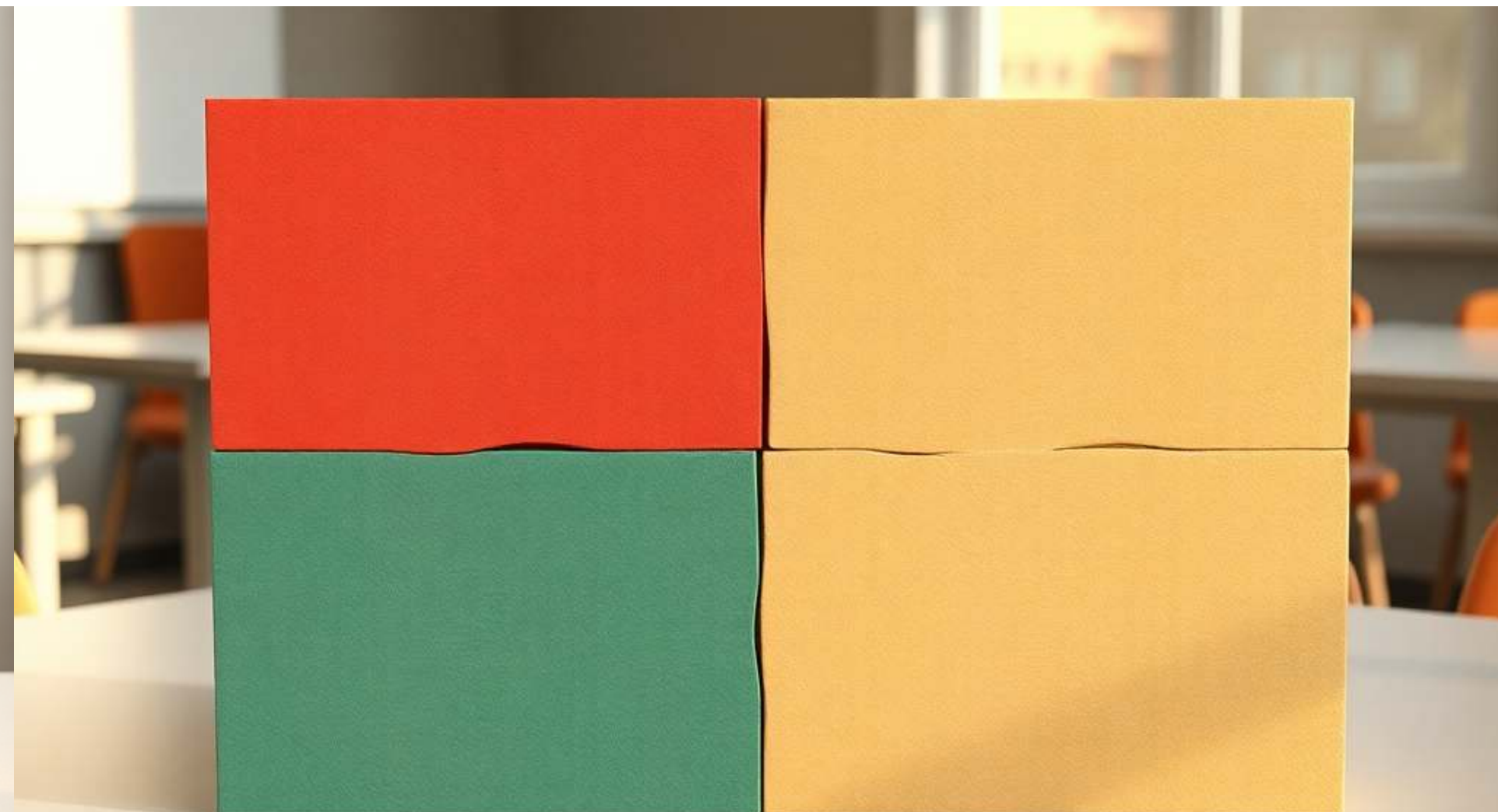
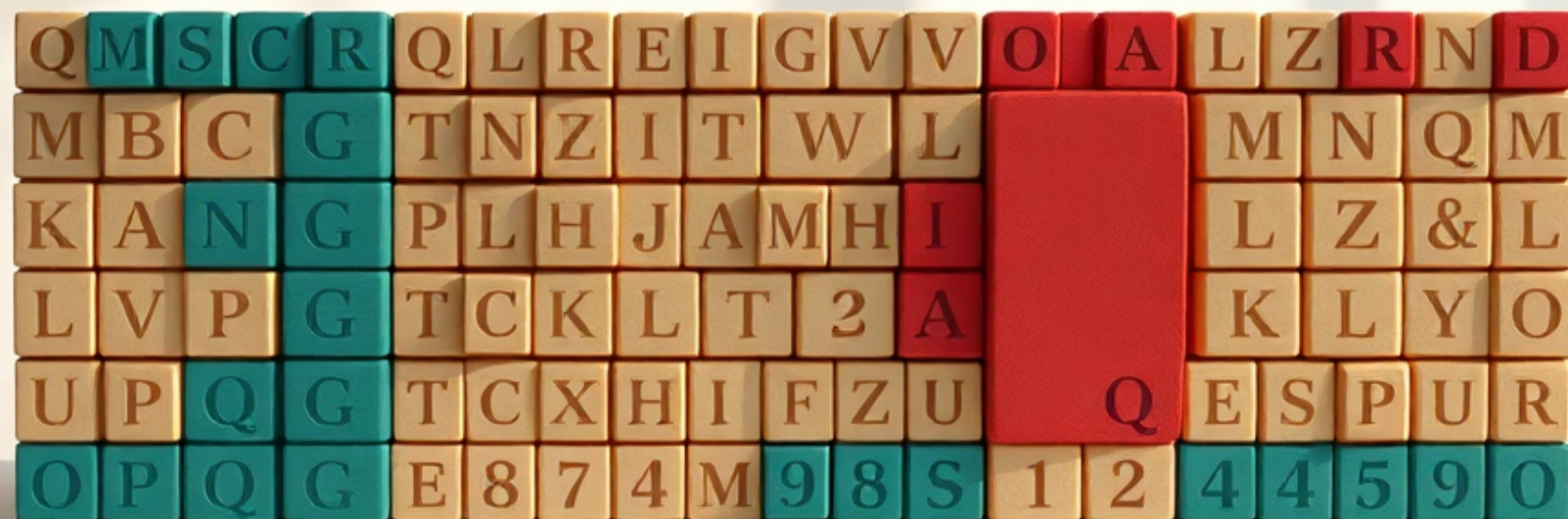
Геометрический смысл произведения

Прямоугольник из буквенных сторон

Если стороны прямоугольника выражены буквами, его площадь можно найти умножением. Например, $(x+1)(x+4)$ показывает не абстрактную запись, а площадь фигуры с двумя составными сторонами. Так становится понятно, откуда берутся все слагаемые в ответе.

Разбиение на части

Такой прямоугольник удобно разделить на четыре маленьких прямоугольника. Один даёт x^2 , два — части с x , а последний — обычное число 4. Геометрическая схема помогает увидеть связь между рисунком и алгебраическим выражением.



Пошаговый разбор примера

1.

Записываем все произведения

В выражении $(2x-1)(x+4)$ каждый член первой скобки умножаем на каждый член второй. Получаем четыре произведения: $2x \cdot x$, $2x \cdot 4$, $-1 \cdot x$ и $-1 \cdot 4$.

2.

Выполняем умножение

После вычислений выходит $2x^2 + 8x - x - 4$. Здесь важно не потерять минус и правильно умножить коэффициенты, а также помнить, что $x \cdot x$ даёт x^2 .

3.

Объединяем подобные члены

Слагаемые $8x$ и $-x$ складываются в $7x$, поэтому ответ становится $2x^2 + 7x - 4$. На этом шаге выражение уже записано короче и аккуратнее.

4.

Соблюдаем порядок записи

В школьной записи сначала пишут член с наибольшей степенью, затем линейный и свободный. Такой порядок делает ответ понятным и помогает быстро сравнить его с другими решениями.

Где встречается умножение многочленов



Эта тема нужна не только на уроках алгебры: она помогает читать формулы, понимать записи с буквами и работать с задачами на фигуры.

Чаще всего умножение многочленов связано с геометрией и раскрытием скобок, но применяется и в уравнениях, и в формулах.

Умение раскрывать скобки — полезный инструмент

Когда вы уверенно умножаете многочлены, уравнения и формулы становятся проще. Главное — не пропускать члены, внимательно следить за знаками и всегда проверять получившийся ответ.