

Свойства окружности: основные элементы и важные связи

Окружность: центр, радиус, диаметр и касательная.

Почему окружность встречается повсюду

Круглые предметы окружают нас каждый день: колёса, часы, монеты, тарелки и мишени. В геометрии свойства окружности помогают точно строить фигуры, находить неизвестные отрезки и распознавать важные связи на чертежах.



Основные элементы окружности

Центр

Центр окружности — это точка, от которой до любой точки окружности одинаковое расстояние. Именно она задаёт положение всей фигуры на плоскости.

Радиус

Радиусом называют отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой на ней. У одной окружности все радиусы имеют одинаковую длину.

Диаметр

Диаметр — это отрезок, который проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он состоит из двух радиусов, лежащих на одной прямой.

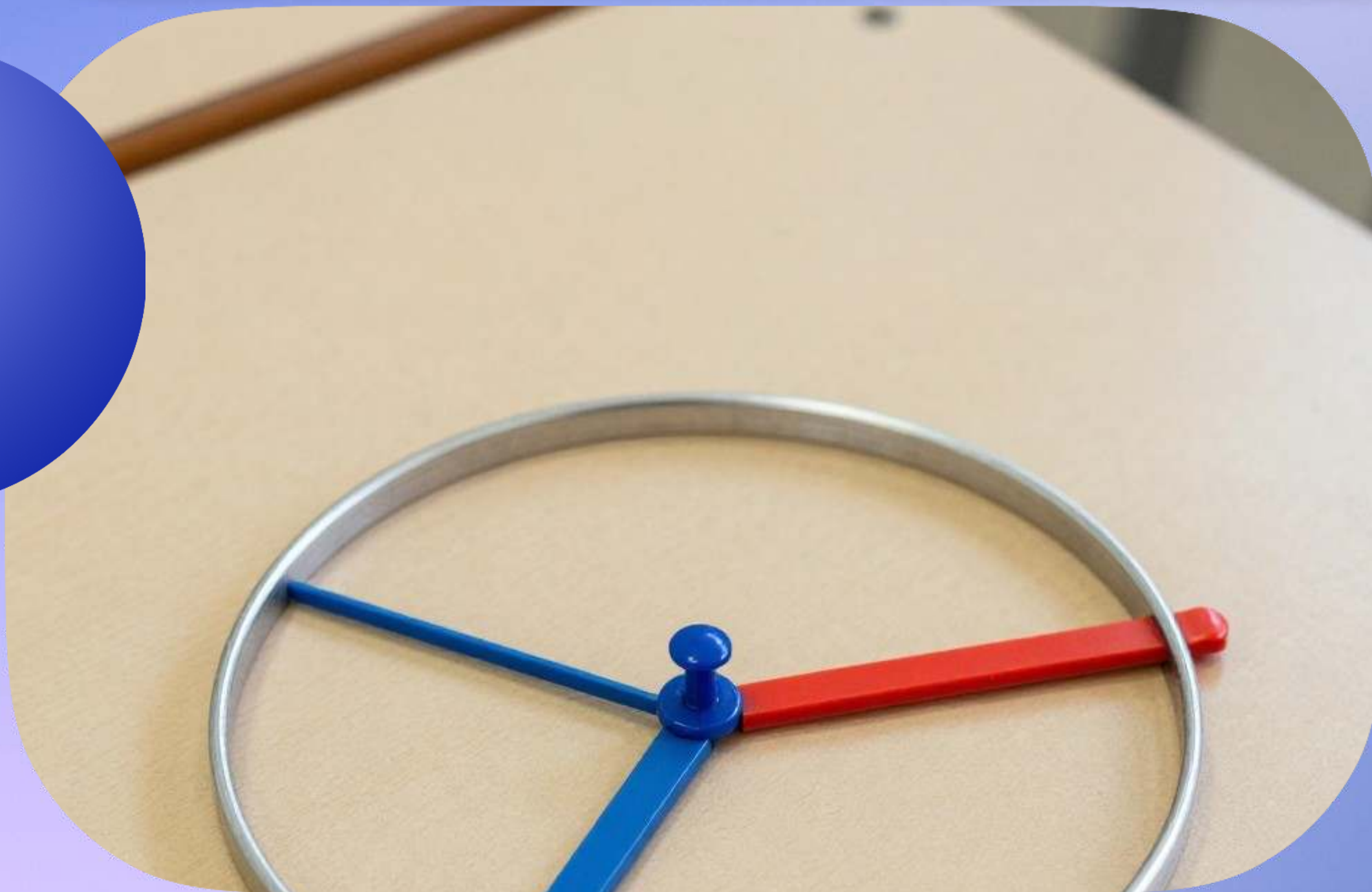
Хорда

Хорда соединяет две точки окружности, но, в отличие от диаметра, не обязана проходить через центр. Поэтому хорды могут быть разной длины.

Дуга

Дуга — часть окружности между двумя её точками. Она помогает описывать меньшие и большие участки границы окружности на чертежах.

Радиус и диаметр на схеме



Главная связь

Диаметр всегда в два раза больше радиуса. Это правило записывают формулой $d = 2r$ и используют для быстрых вычислений.

Как найти радиус

Если известен диаметр, радиус находят делением на два: $r = d/2$. Такая операция часто встречается в простых задачах и построениях.

Зачем это нужно

Знание связи между радиусом и диаметром помогает проверять рисунки, сравнивать отрезки на окружности и уверенно выполнять геометрические построения.

Сравнение элементов окружности

Диаграмма помогает быстро увидеть, какие элементы проходят через центр, а какие только соприкасаются с окружностью.

Диаметр выделяется как самый связанный с центром элемент, а касательная — как линия с одной общей точкой.

Схематическое сравнение по определениям элементов окружности, 7 класс

Главные свойства элементов окружности

Элемент	Свойство	Пример
Радиус	Все равны	От центра до точки
Диаметр	2 радиуса	Через центр
Касательная	1 точка	Перпендикуляр к радиусу

Таблица показывает, как связаны определение элемента, его главное свойство и короткий пример использования.

Радиус и диаметр тесно связаны, а касательная узнаётся по одной точке касания и прямому углу с радиусом.

Равенство радиусов и симметрия окружности

Одинаковая длина

1

Все радиусы одной окружности равны, потому что каждая её точка удалена от центра на одно и то же расстояние. Это основное свойство задаёт форму окружности.

Ось симметрии

2

Любая прямая, проходящая через центр, делит окружность на две одинаковые части. Такая прямая является осью симметрии и помогает видеть равные фрагменты фигуры.

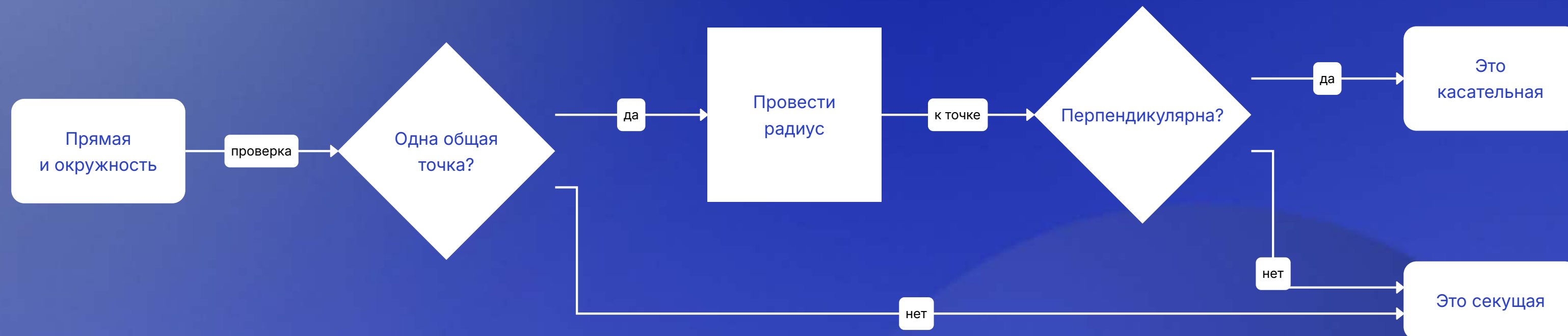
Диаметр как особый случай

3

Диаметр тоже проходит через центр, поэтому он является осью симметрии. Кроме того, среди всех хорд именно диаметр имеет наибольшую длину.

Признаки касательной к окружности

Последовательность основана на определении касательной и связи с радиусом в точке касания.



Хорды на разном расстоянии от центра

Короткая хорда у края

Когда хорда расположена далеко от центра, она получается короче. На рисунке это удобно показать двумя отрезками, лежащими на разной высоте внутри окружности. Такое сравнение помогает заметить, как меняется длина хорды при перемещении к центру.



Длинная хорда ближе к центру

Хорда, расположенная ближе к центру, оказывается длиннее. Если провести несколько хорд на одинаковом расстоянии от центра, они будут равны. Диаметр здесь выступает как самый длинный случай, потому что он проходит прямо через центр.



Как меняется длина хорды

Схематическая зависимость по свойству хорд окружности

График показывает только общую тенденцию: при приближении к центру хорда становится длиннее.

Чем меньше расстояние до центра, тем больше длина хорды; максимум соответствует диаметру.

Дуга и центральный угол

Что такое дуга

Дуга — это часть окружности между двумя точками на ней. Она может быть маленькой или большой, а её размер зависит от того, насколько далеко расположены концы дуги друг от друга.

Центральный угол

Центральный угол образован двумя радиусами, выходящими из центра к концам дуги. Его вершина всегда находится в центре окружности, поэтому такой угол напрямую связан с соответствующей дугой.

Связь размеров

Чем больше центральный угол, тем больше дуга, на которую он опирается. Если угол равен 180° , то дуга становится полуокружностью и занимает ровно половину всей окружности.



Соотношения между углами и дугами

Вид угла	Связь с дугой	Значение
Центральный	Равен дуге	= дуге
Вписанный	Половина дуги	$\frac{1}{2}$ дуги
На полуокружность	Опирается на диаметр	90°

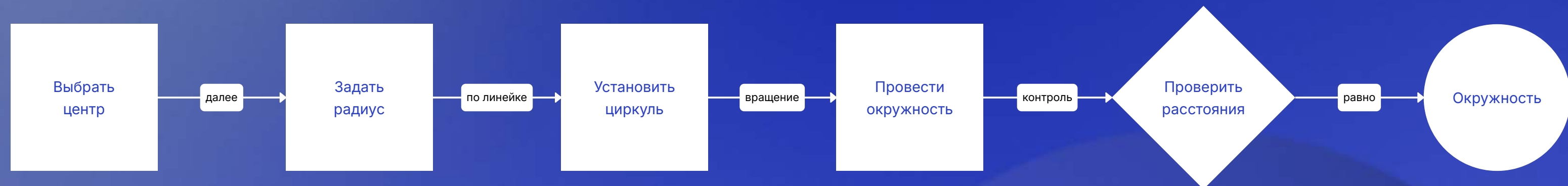
Школьные свойства окружности и углов, тема 7 класса

Таблица показывает, как положение вершины угла влияет на его связь с дугой и позволяет быстро вспоминать основные правила темы.

Если вершина угла в центре, угол равен дуге; если вершина на окружности, угол вдвое меньше дуги. Полуокружность всегда даёт прямой угол.

Построение окружности циркулем

Последовательность основана на определении окружности как множества точек, равноудалённых от центра.



Взаимное положение двух окружностей

1 Сравните центры

Сначала находят расстояние между центрами окружностей. Именно оно подсказывает, будут ли фигуры иметь общие точки, касаться или полностью разъединяться.

2 Учтите радиусы

Затем сравнивают это расстояние с суммой и разностью радиусов. По этим значениям определяют, пересекаются ли окружности, касаются ли они или одна лежит внутри другой.

3 Равные и совпадающие

Если центры совпадают и радиусы одинаковы, окружности полностью совпадают. В этом случае их общих точек бесконечно много, а не одна и не две.

4 Вывод по точкам

Когда расстояние между центрами больше суммы радиусов, общих точек нет. Если оно подходит к сумме или разности радиусов, окружности имеют одну общую точку.

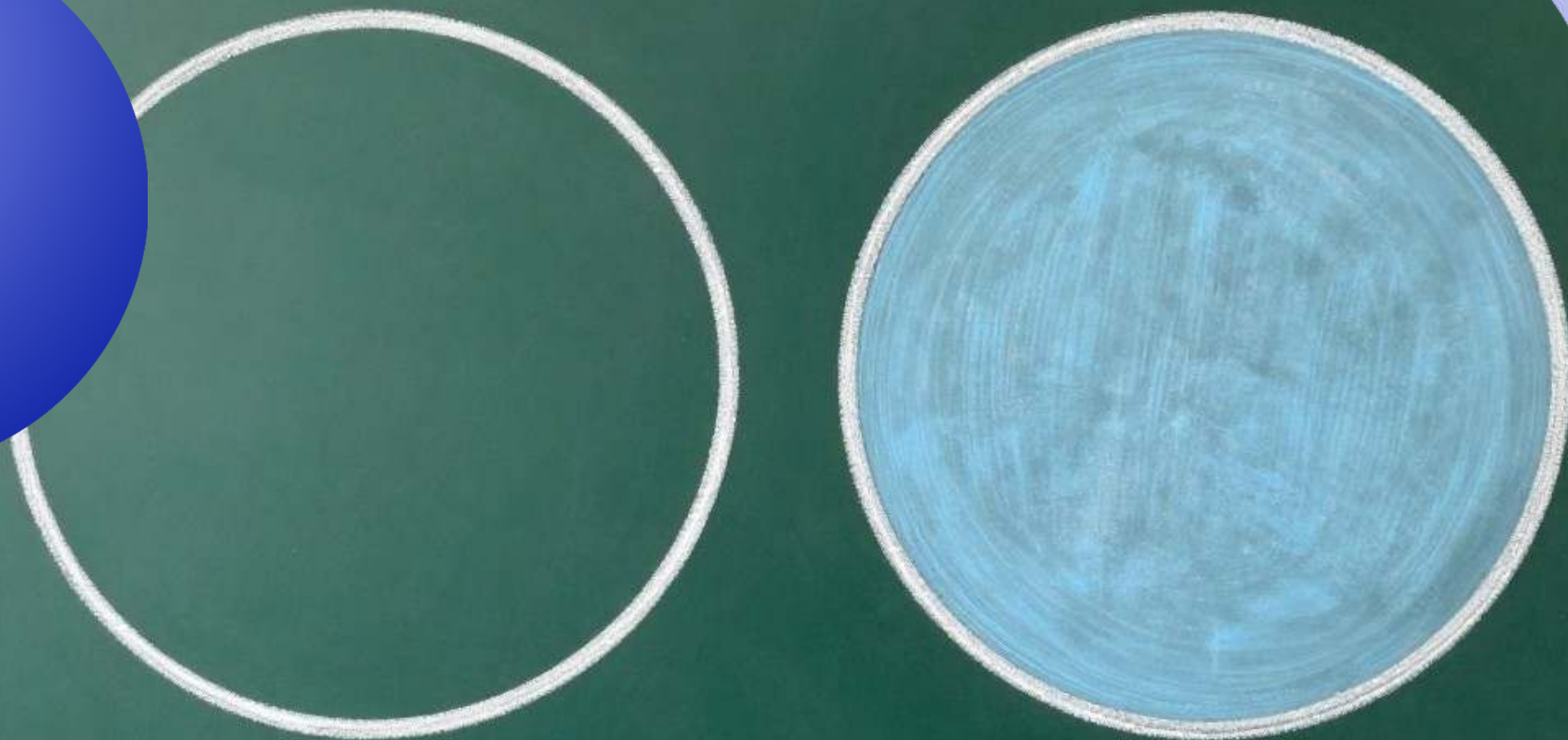


Типы взаимного положения двух окружностей

Схема помогает быстро сопоставлять случаи и не путать касание с пересечением, особенно когда на чертеже трудно сразу увидеть число общих точек.

Число общих точек полностью зависит от расстояния между центрами и радиусов. Для проверки нужно сначала оценить геометрию расположения, а затем выбрать нужный случай.

Круг и окружность: в чём разница



Окружность как линия

Окружность — это граница фигуры, то есть замкнутая линия. У неё можно измерять длину, но нельзя говорить о площади, потому что это не часть плоскости.

Круг как область

Круг включает все точки внутри окружности и саму границу. Для круга находят площадь, а в задачах важно не путать его с линией окружности, чтобы верно выбрать формулу.

Практические применения свойств окружности



Колёса

Форма колеса удобна тем, что все точки обода находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это обеспечивает равномерное движение и делает окружность очень важной в технике.



Чертёж и построения

Циркуль помогает строить окружности с заданным радиусом, а в чертежах свойства хорды и касательной позволяют точно изображать детали, дуги и плавные переходы линий.



Часы

На циферблате окружность помогает равномерно распределить деления и стрелки. Центральный угол удобно показывает, какую часть круга проходит минутная или часовая стрелка.



Спортивные мишени

Круговые мишени, разметка и зоны на площадках используют окружности для точного деления пространства. Здесь особенно важны центр, радиус и симметрия.



Архитектура

В архитектуре окружности встречаются в арках, куполах и декоративных элементах. Геометрические свойства помогают сохранять правильную форму и точно рассчитывать размеры деталей.

Что измеряют у окружности

Школьная геометрия; формула $C = 2\pi r$

На практике чаще всего сначала измеряют радиус или диаметр, а затем находят остальные величины по формулам и свойствам окружности.

Радиус и диаметр задают размеры фигуры, а длина окружности вычисляется через радиус. Дуга зависит от части окружности и связана с углом.

Формулы и факты для запоминания

Факт	Запись	Смысл
Диаметр	$d=2r$	вдвое больше
Радиусы	равны	одинаковы
Касательная	$\perp$ радиусу	прямой угол
Диаметр	самая длинная хорда	максимум
Вписанный угол	$\frac{1}{2}$ центрального	угол и дуга

Таблица собрана как короткая памятка: в ней есть самые нужные свойства, которые часто используются в задачах на окружность.

Эти факты связывают измерения, углы и линии в одну систему. Если помнить их вместе, легче решать задачи и проверять чертежи без ошибок.

Основные свойства окружности, курс геометрии 7 класса

Итоги изучения свойств окружности

Сегодня мы увидели, что окружность — это не просто линия, а целая система связей между точками, отрезками и углами. Эти знания помогают строить, измерять и уверенно решать задачи.