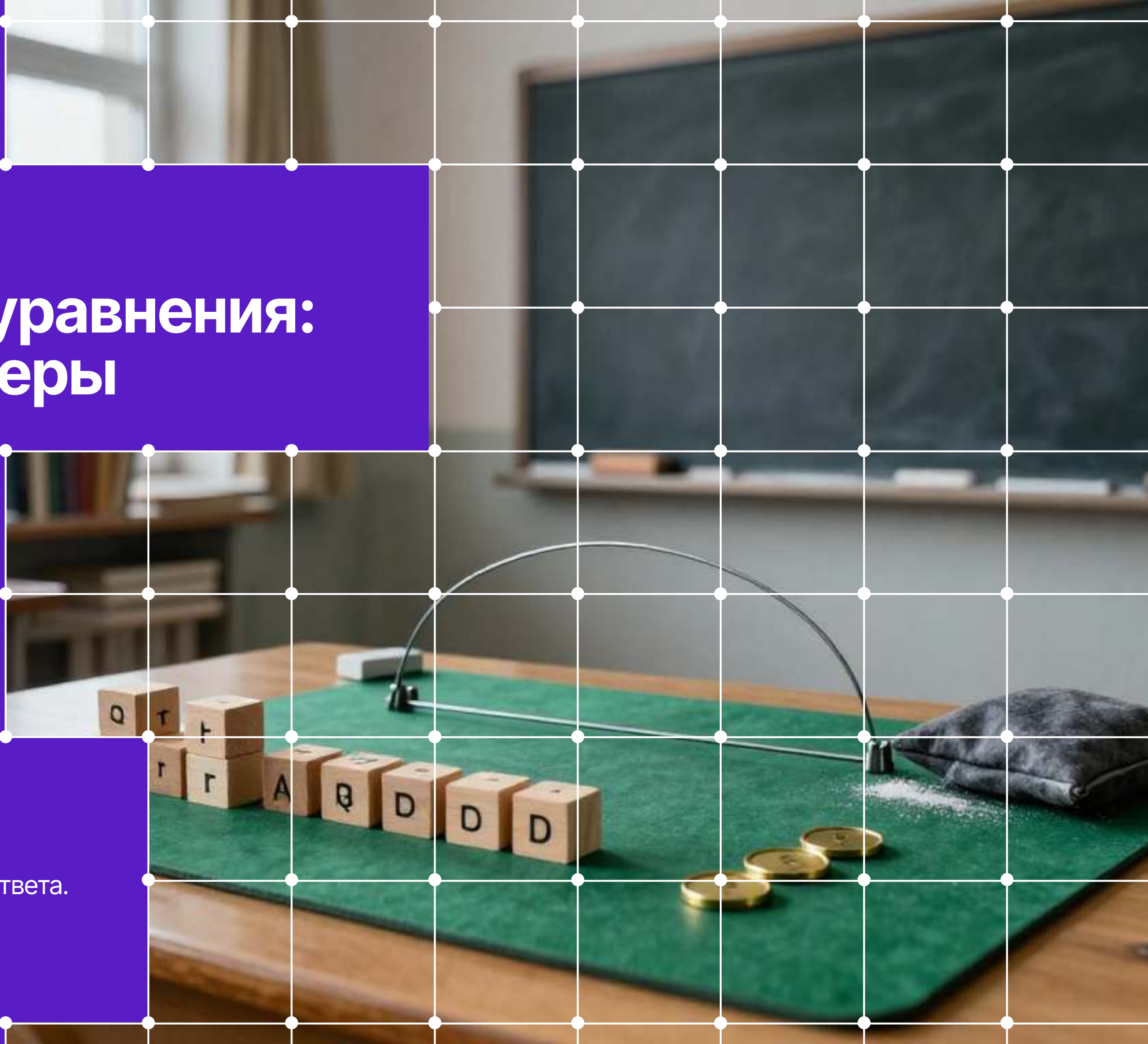


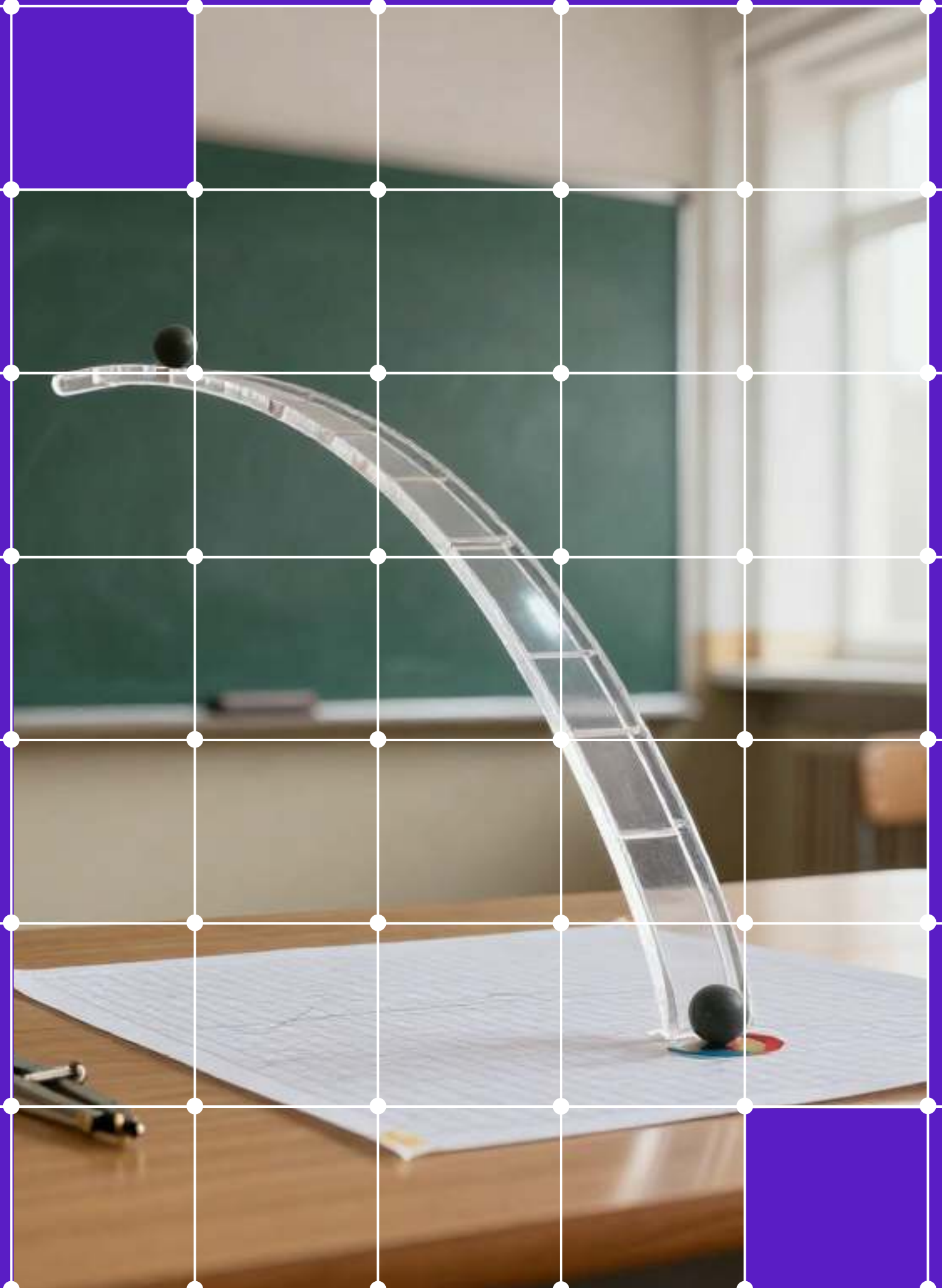
Понятие квадратного уравнения: основные идеи и примеры

Изучаем квадратные уравнения: от записи до проверки ответа.



Зачем в 8 классе нужны квадратные уравнения

Эта тема показывает, как одна переменная может быть в квадрате, помогает решать задачи по геометрии, движению и площадям, а также готовит к изучению функций и более сложных уравнений.



Общий вид квадратного уравнения

1.

Стандартная запись

Квадратное уравнение записывают в виде $ax^2 + bx + c = 0$, где x — неизвестное, а a , b и c — коэффициенты, которые задают его форму и решения.

2.

Главный коэффициент

Коэффициент a называют старшим. Он обязательно должен быть ненулевым, иначе выражение перестаёт быть квадратным и превращается в уравнение другого вида.

3.

Роль остальных членов

Члены bx и c могут отсутствовать. Тогда получается неполное квадратное уравнение, которое иногда решается заметно проще, чем полное.

4.

Что важно запомнить

Именно наличие члена x^2 делает уравнение квадратным. Если степень неизвестного меньше двух, это уже не квадратное уравнение.

Коэффициенты квадратного уравнения и их значение

Коэффициент	Значение	Пример
a	Старший; задаёт квадрат	2
b	При x; влияет на корни	-3
c	Свободный член; пересечение с Oy	5
a, b,c	$2x^2 - 3x + 5 = 0$	2, -3, 5

Таблица показывает, как каждый коэффициент влияет на уравнение и график.

Коэффициент a отличает квадратное уравнение от линейного, а b и c помогают определить его поведение и решения.

Уравнение $2x^2 - 3x + 5 = 0$

График квадратной функции и связь с уравнением

Парабола

График функции $y = ax^2 + bx + c$ называется параболой. По его форме можно сразу увидеть, как ведёт себя квадратное уравнение.

Направление ветвей

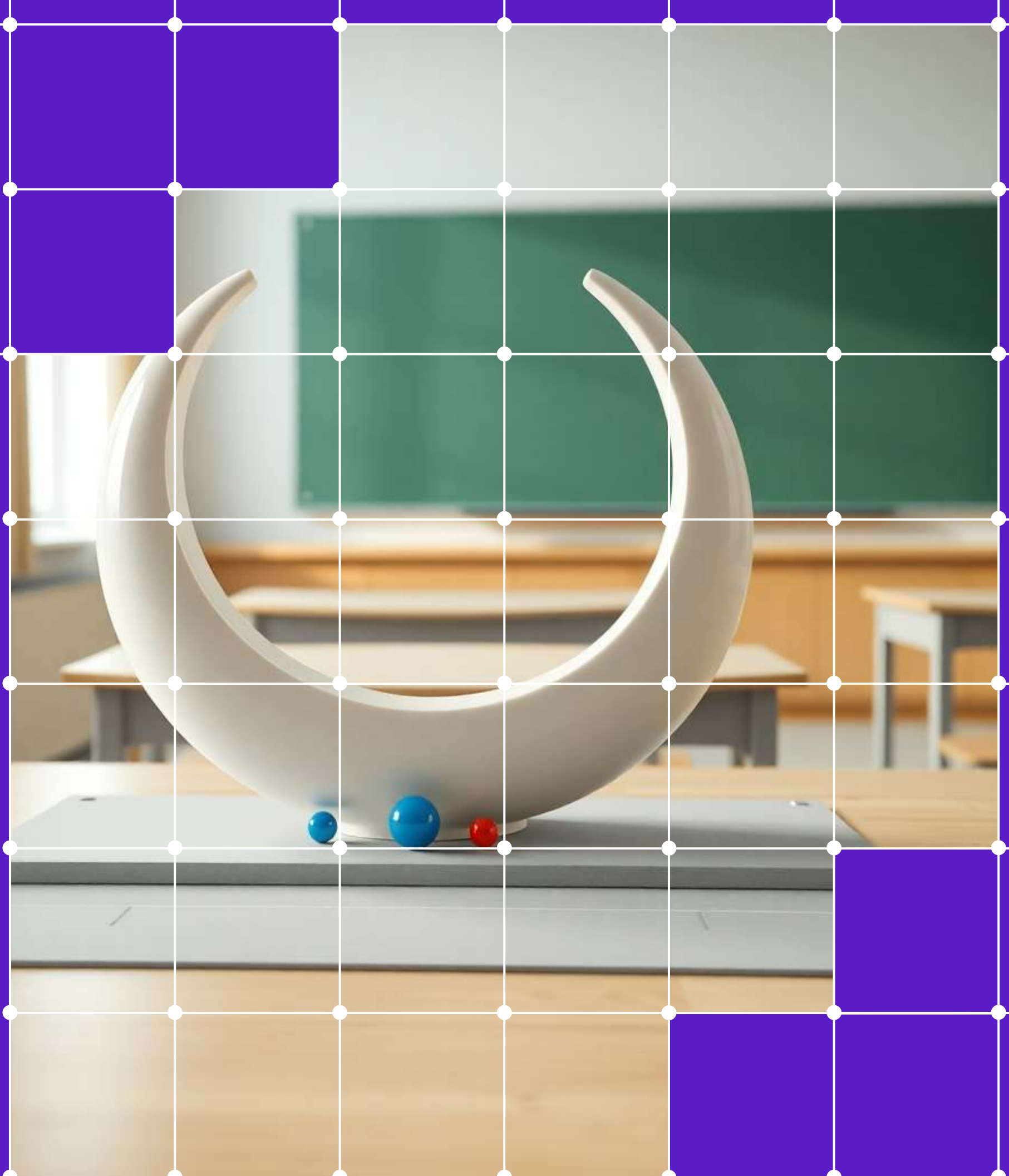
Если $a > 0$, ветви параболы направлены вверх. Если $a < 0$, они направлены вниз, и график выглядит как перевёрнутая дуга.

Связь с корнями

Точки, где парабола пересекает ось Ox , показывают решения уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Эти точки и есть корни.

Что видно на рисунке

На изображении отмечены вершина параболы и две точки пересечения с осью x , чтобы легче понять, как график связан с ответами уравнения.



Что называют корнями квадратного уравнения

Определение

Корни — это такие значения x , при которых левая часть уравнения становится равной нулю. Иначе говоря, они делают уравнение верным.

Сколько их бывает

Квадратное уравнение может иметь два корня, один корень или не иметь действительных корней. Всё зависит от его коэффициентов.

Связь с графиком

Если парабола пересекает ось Ox , корни есть. Если касается оси в одной точке, корень один. Если не пересекает, действительных корней нет.

Сколько решений бывает у квадратного уравнения

Число корней удобно сравнивать по знаку дискриминанта: это быстрый способ понять, сколько ответов нужно искать.

Положительный дискриминант означает два корня, нулевой — один, отрицательный — отсутствие действительных корней.



Квадратные уравнения, школьный курс алгебры

D

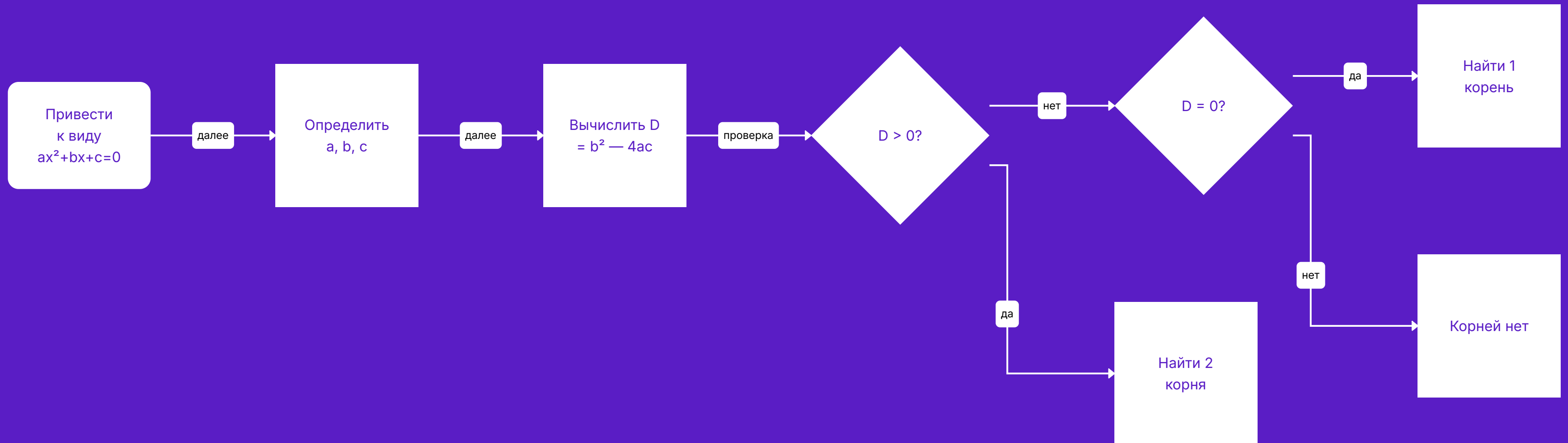
вычисляют по формуле $b^2 - 4ac$.

Школьная формула дискриминанта для квадратного уравнения

Дискриминант помогает быстро понять, сколько действительных корней имеет квадратное уравнение, не находя их сразу.

Как решать квадратное уравнение

Последовательность действий основана на общем виде уравнения и знаке дискриминанта.



Формулы для нахождения корней

1. Если $D > 0$

Когда дискриминант положительный, уравнение имеет два разных корня. Их находят по формулам $x_1 = (-b + \sqrt{D}) / (2a)$ и $x_2 = (-b - \sqrt{D}) / (2a)$.

2. Если $D = 0$

Когда дискриминант равен нулю, корень один, но он повторяется дважды. Для его нахождения используют формулу $x = -b / (2a)$.

3. Зачем нужны формулы

Эти выражения позволяют получить точный ответ для любого квадратного уравнения, если a не равно нулю, и не пропустить ни один корень.

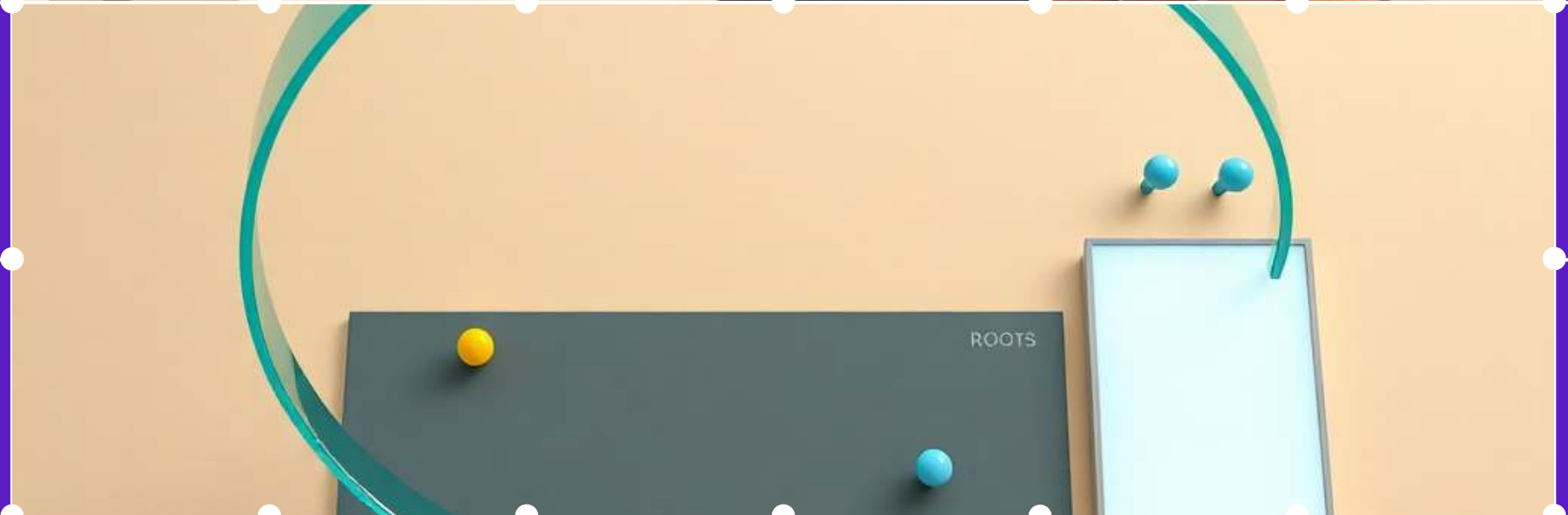
Пример полного решения квадратного уравнения

Шаг за шагом к ответу

Начинаем с уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$ и определяем коэффициенты: $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$. Затем находим дискриминант: $D = 25 - 24 = 1$. Положительный результат означает два действительных корня.

Корни и график рядом

По формуле получаем $x_1 = 3$ и $x_2 = 2$. На рисунке видно, как парабола пересекает ось Ox именно в этих точках. Такое совпадение помогает сразу связать вычисления с геометрическим образом уравнения.



Неполные квадратные уравнения

1.

1. Нет свободного члена

Если уравнение имеет вид $ax^2 + bx = 0$, можно вынести x за скобки. После этого задача сводится к более простым уравнениям, без вычисления дискриминанта.

2.

2. Нет линейного члена

В уравнении $ax^2 + c = 0$ сначала выделяют x^2 , а затем извлекают корень. Такой способ особенно удобен, когда выражение можно быстро преобразовать и проверить.

3.

3. Осталось только x^2

Уравнение $ax^2 = 0$ решается сразу: достаточно разделить обе части на a . В результате получается единственный корень $x = 0$, если a не равно нулю.

Виды квадратных уравнений

Вид	Признак	Способ
$ax^2+bx+c=0$	полное	дискриминант
$ax^2+bx=0$	без c	вынос x
$ax^2+c=0$	без b	корни
$x^2+bx+c=0$	a=1	Виет

Школьный курс алгебры, тема «Квадратные уравнения»

Таблица помогает быстро отличать основные виды квадратных уравнений и выбирать подходящий способ решения.

Вид уравнения показывает, нужен ли дискриминант или можно использовать более короткий способ решения.

1

**означает, что старший
коэффициент равен единице,
и запись уравнения
становится короче.**

Определение приведённого квадратного уравнения из школьного курса алгебры

Когда $a = 1$, формулы остаются теми же, но вычисления записываются проще и быстрее. Это удобно при решении примеров и проверке ответов.

Связь с теоремой Виета

Сумма корней

Для уравнения $x^2 + bx + c = 0$ сумма корней равна $-b$. Это позволяет быстро проверить, правильно ли найдены два решения, не выполняя повторно все вычисления.

Произведение корней

Произведение корней равно c , поэтому можно сразу сопоставить найденные числа с свободным членом. Такой способ особенно полезен в простых уравнениях с целыми корнями.

Быстрая проверка

Если уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$ имеет корни 2 и 3, то их сумма и произведение совпадают с условиями теоремы Виета. Это делает ответ надежнее.

Как знак дискриминанта влияет на график

Три примера показывают, как положение параболы связано с числом её пересечений с осью Ox . Это помогает заранее понять, сколько корней нужно искать.

Чем выше значение дискриминанта, тем больше действительных корней; при отрицательном значении пересечений с осью Ox нет.



Иллюстрация на основе свойств квадратной функции $y = ax^2 + bx + c$

Частые ошибки при решении квадратных уравнений

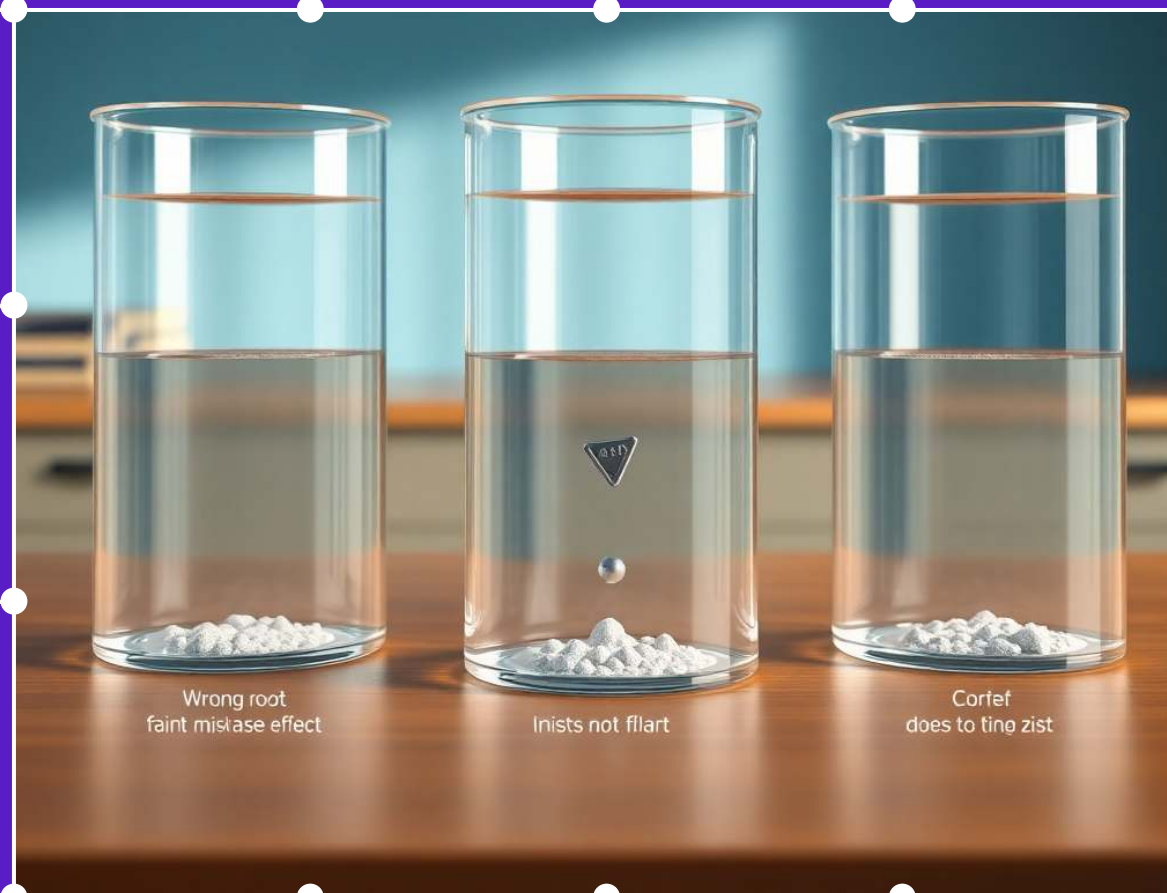
Случайный знак или пропуск деления

Чаще всего ошибки появляются в формуле корней: путают знак перед b , забывают про $2a$ или неверно считают b^2 и $4ac$. Из-за одной неточности весь ответ получается неправильным. Поэтому важно выполнять вычисления по шагам и аккуратно записывать каждое действие.



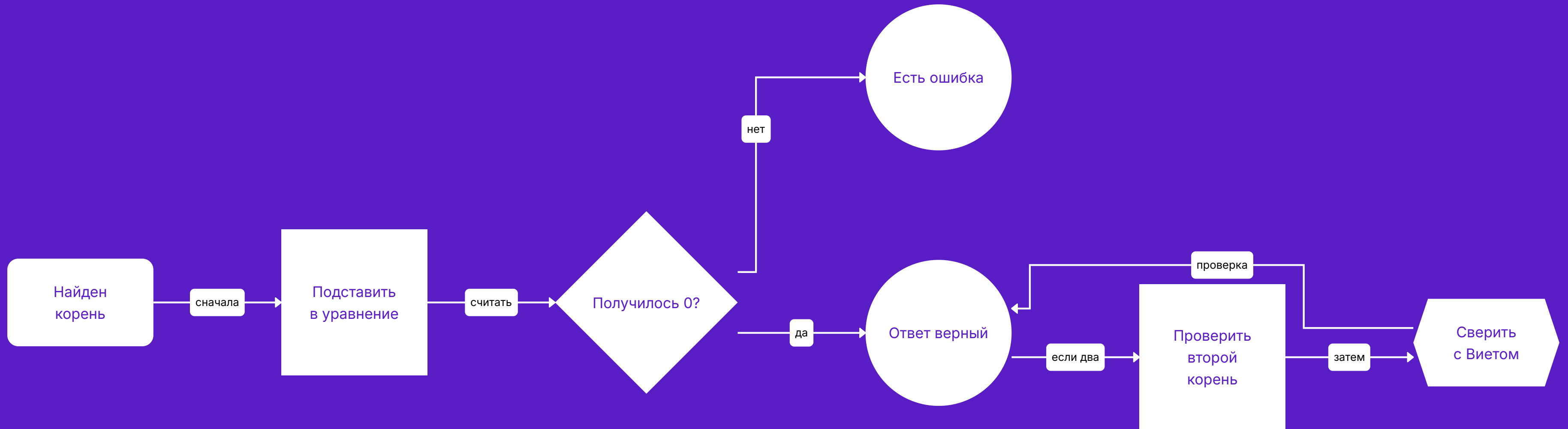
Проверка спасает от неточностей

Даже если решение кажется верным, найденные корни нужно подставить в исходное уравнение. На изображении это показано на коротких примерах: неверный ответ сразу не даёт ноль, а правильный вариант подтверждает вычисления и помогает исправить ошибку.



Проверка найденных корней

Схема показывает, как убедиться, что найденные значения действительно подходят исходному уравнению.



Где используются квадратные уравнения



Геометрия

Квадратные уравнения помогают находить неизвестные стороны и площади фигур. Особенно часто они встречаются в задачах, где нужно перевести геометрическое условие в понятную алгебраическую запись.



Движение

В задачах на движение они связывают скорость, время и расстояние. Иногда именно квадратное уравнение позволяет найти момент, когда объект достигает нужного положения или встречается с другим.



Проектирование

При расчётах в строительстве и моделировании квадратные уравнения используют для подбора размеров и проверки условий. Они помогают описывать форму, высоту и другие параметры объекта.



Простые модели

В физике и технике такие уравнения применяют в упрощённых моделях. Они позволяют описать зависимость величин и понять, как изменяется результат при разных значениях переменной.

Главные выводы по теме квадратного уравнения

Квадратное уравнение имеет общий вид $ax^2 + bx + c = 0$, а дискриминант показывает число его действительных корней. Знание формул, теоремы Виета и способов проверки делает решение точным и понятным.