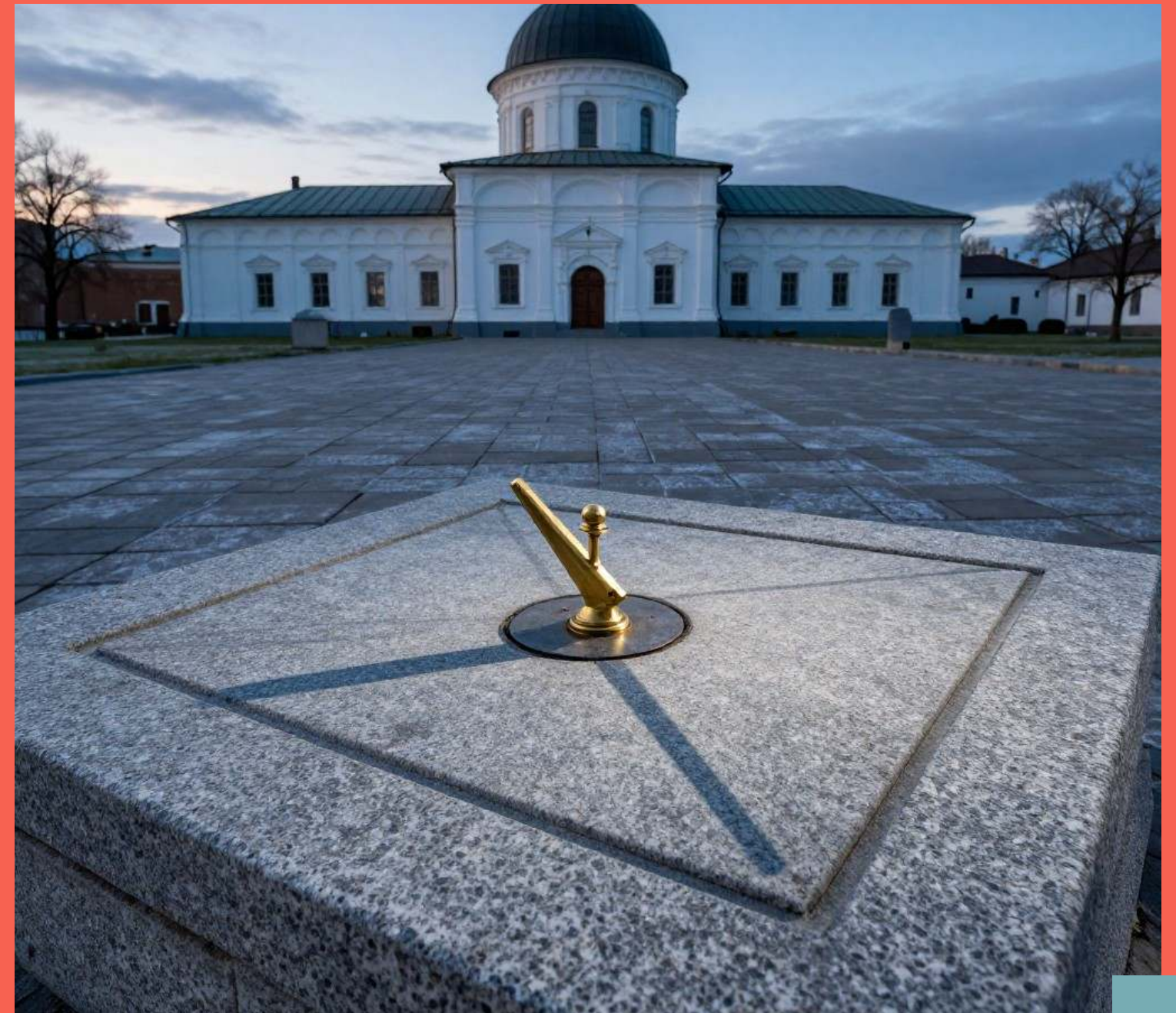


# Синус, косинус и тангенс угла: зачем они нужны в геометрии

Три отношения, которые помогают находить неизвестные стороны и углы в треугольнике.

# От треугольника к измерениям мира

Тригонометрия родилась из практических задач: как измерить расстояние, высоту или направление, если напрямую это сделать трудно. В прямоугольном треугольнике угол и стороны связаны так, что можно вычислять неизвестные величины по известным данным.



# Прямоугольный треугольник и его элементы

## — Прямой угол

Прямоугольный треугольник всегда имеет один угол  $90^\circ$ . Именно он задаёт особую форму фигуры и позволяет использовать тригонометрические отношения для вычислений.

## — Гипотенуза

Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой. Она всегда длиннее каждого из катетов и служит основной опорой в формулах синуса и косинуса.

## — Два катета

Катет, лежащий напротив выбранного острого угла, называют противолежащим, а соседний с ним — прилежащим. Эти названия важны, потому что именно по ним выбирают нужную формулу.



# Три отношения для угла $\alpha$

Таблица показывает, какие стороны используются в каждой формуле и что именно описывает каждое отношение.

Все три формулы описывают один и тот же угол, но через разные пары сторон. Поэтому важно сначала правильно определить стороны треугольника.

Школьный курс геометрии: определения тригонометрических отношений в прямоугольном треугольнике.

| Название                   | Формула                     | Что показывает      |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------|
| $\sin \alpha$              | противолежащий / гипотенуза | Часть гипотенузы    |
| $\cos \alpha$              | прилежащий / гипотенуза     | Связь с гипотенузой |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | противолежащий / прилежащий | Отношение катетов   |

# Как запомнить формулы $\sin$ , $\cos$ и $\tg$

## Синус

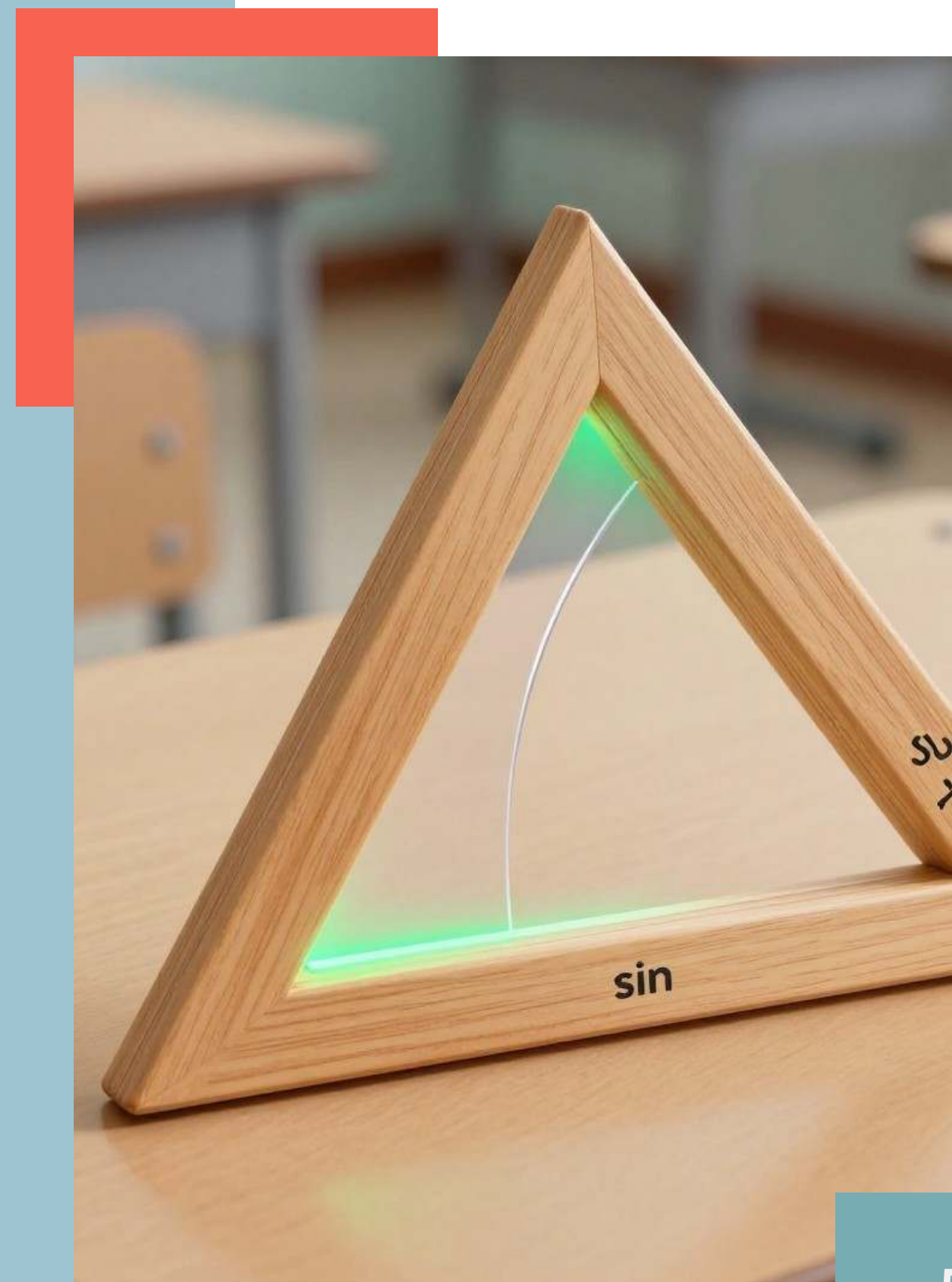
Синус связывает противолежащий катет с гипотенузой. Если представить себе треугольник на рисунке, эта формула показывает, насколько высокий или «вертикальный» выбранный угол.

## Косинус

Косинус тоже использует гипотенузу, но рядом с ней стоит прилежащий катет. Это помогает быстро понять, какая сторона относится к основанию или горизонтальному направлению.

## Тангенс

Тангенс соединяет два катета без участия гипотенузы. Такая формула особенно удобна, когда известны высота и основание, а угол нужно связать именно с ними.

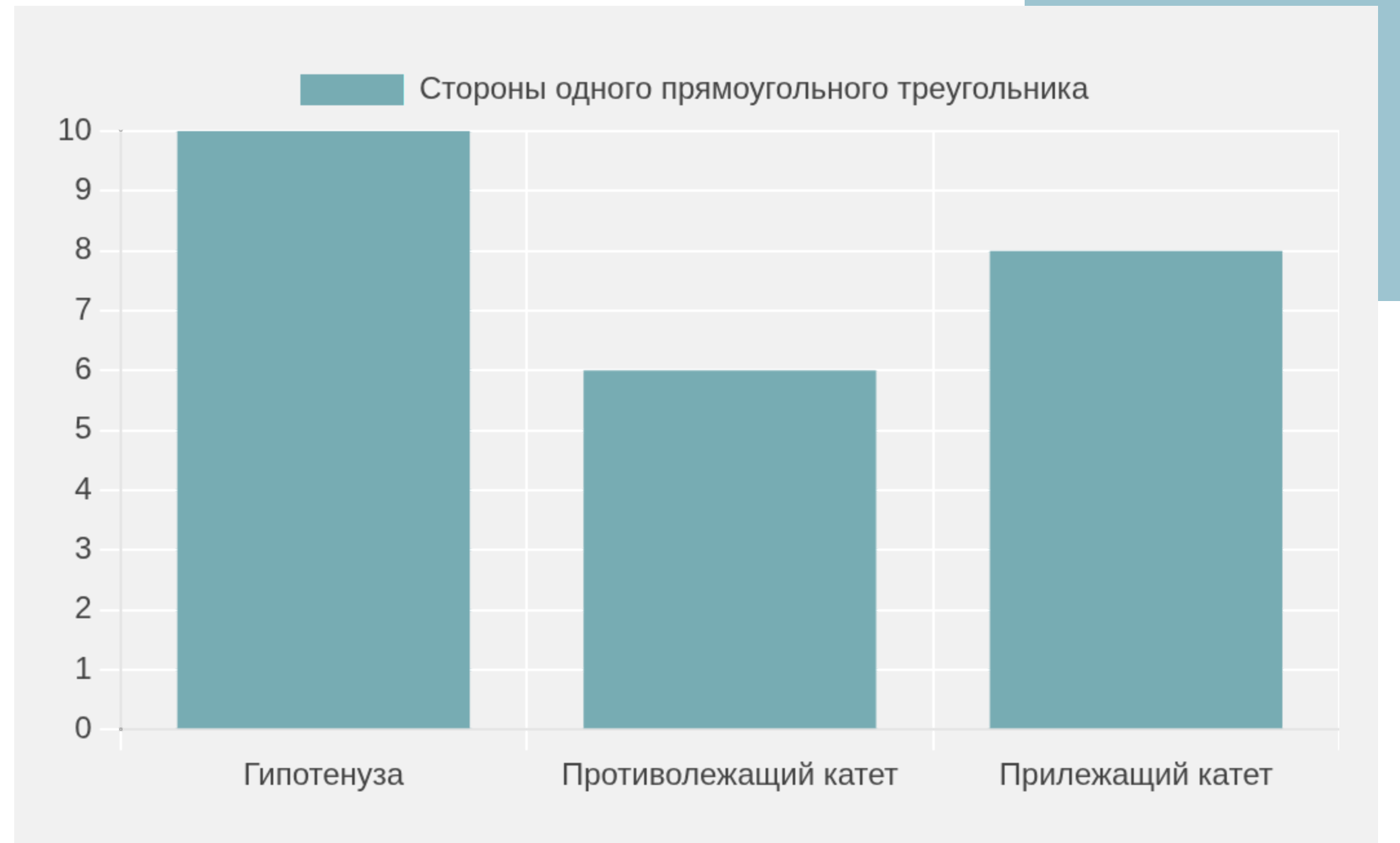


# Сравнение сторон одного прямоугольного треугольника

По одному рисунку видно, какие стороны можно сравнивать напрямую, а какие — через отношения, удобные для вычислений.

Гипотенуза больше катетов, поэтому гроби  $\sin$  и  $\cos$  остаются меньше 1. Тангенс зависит от соотношения катетов и может меняться сильнее.

Учебный пример для демонстрации тригонометрических отношений в прямоугольном треугольнике.



# 2

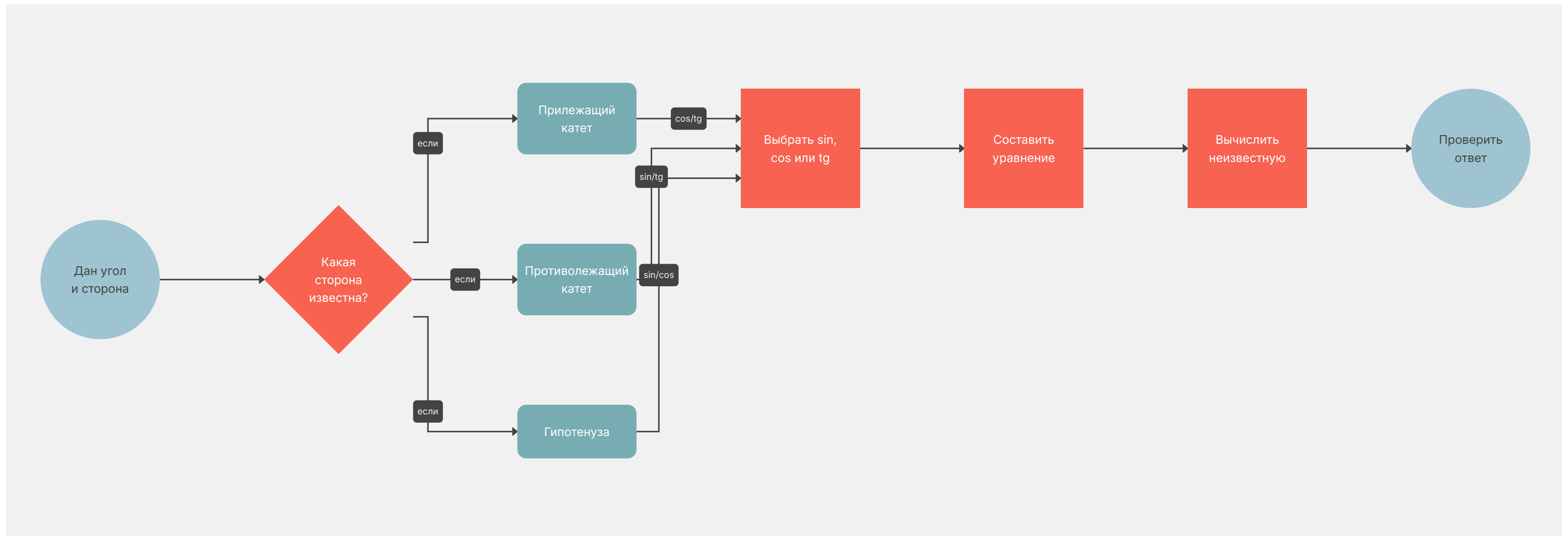
прямоугольных треугольника с одинаковым углом  $\alpha$  дают одинаковые значения  $\sin$ ,  $\cos$  и  $\operatorname{tg}$ .

Даже если один треугольник больше другого, отношения его сторон при том же угле сохраняются. Именно поэтому тригонометрические функции зависят от угла, а не от размеров чертежа.

Свойство подобия прямоугольных треугольников и определения тригонометрических отношений.

# Как найти неизвестную сторону по углу и одной стороне

Алгоритм выбора формулы зависит от того, какая сторона уже известна.



# Как найти угол по двум сторонам

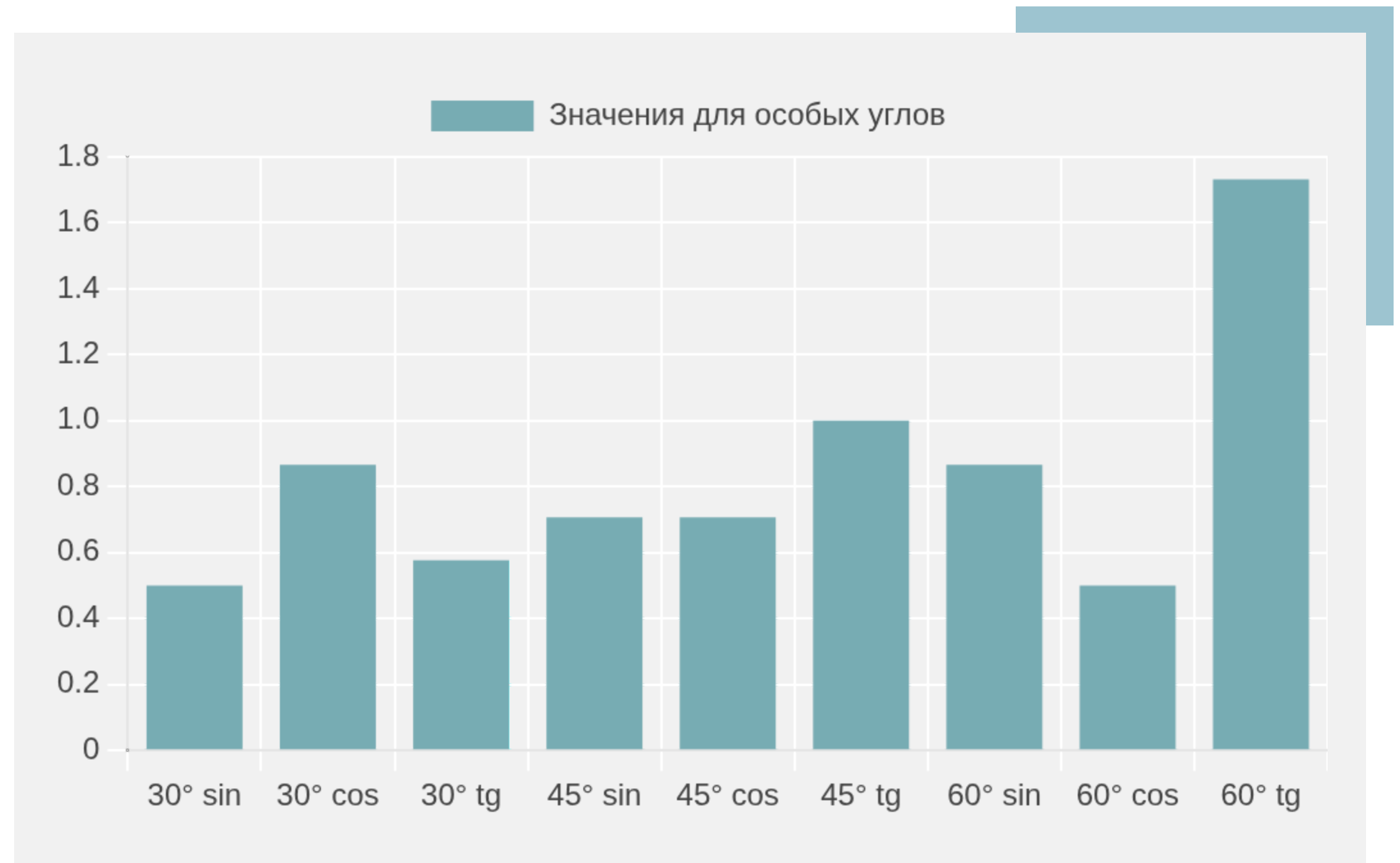
- 1 Определите пару сторон**  
Сначала нужно понять, какие две стороны известны: гипотенуза и катет или два катета. От этого зависит, какую обратную функцию использовать для нахождения острого угла.
- 2 Выберите обратную функцию**  
Если известны гипотенуза и противолежащий катет, используют  $\arcsin$ .  
Для гипотенузы и прилежащего катета подходит  $\arccos$ . Когда даны оба катета, применяют  $\arctg$ .
- 3 Найдите значение угла**  
Затем по таблице значений или на калькуляторе получают численный ответ. Важно вводить стороны в правильном порядке, иначе получится неверное значение угла.
- 4 Проверьте, что угол острый**  
В этой теме рассматриваются именно острые углы прямоугольного треугольника. Поэтому ответ должен быть меньше  $90^\circ$ , иначе условие задачи или выбор функции проверяют ещё раз.

# Значения $\sin$ , $\cos$ и $\operatorname{tg}$ для углов $30^\circ$ , $45^\circ$ и $60^\circ$

Эти числа удобно помнить, потому что они часто встречаются в задачах на треугольники, высоты и наклонные линии.

Для  $30^\circ$  и  $60^\circ$  синус и косинус меняются местами, а при  $45^\circ$  они равны. Тангенс показывает самый быстрый рост среди трёх отношений.

Табличные значения синуса, косинуса и тангенса для  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$  из школьного курса геометрии.



# Особые углы и их особенности

## ● $30^\circ$ и $60^\circ$

В прямоугольных треугольниках с углами  $30^\circ$  и  $60^\circ$  синус и косинус «обмениваются» значениями. Если известен один из этих углов, можно сразу использовать готовые соотношения сторон.

## ● $45^\circ$

Угол  $45^\circ$  возникает в равнобедренном прямоугольном треугольнике. Здесь оба катета равны, поэтому  $\sin 45^\circ$  и  $\cos 45^\circ$  совпадают, а  $\operatorname{tg} 45^\circ$  равен 1.

## ● Связь с длинами сторон

Особые углы удобны тем, что их значения легко запомнить без сложных вычислений. Они помогают быстро проверять ответы и решать задачи на стороне и угол.

# Когда удобно применять каждую функцию

Выбор формулы зависит от того, какие стороны уже известны в задаче и что нужно найти.

Синус и косинус удобны при работе с гипотенузой, а тангенс — когда известны оба катета. Формулу выбирают по исходным данным, а не по привычке.

Школьный курс геометрии:  
тригонометрические отношения  
в прямоугольном треугольнике

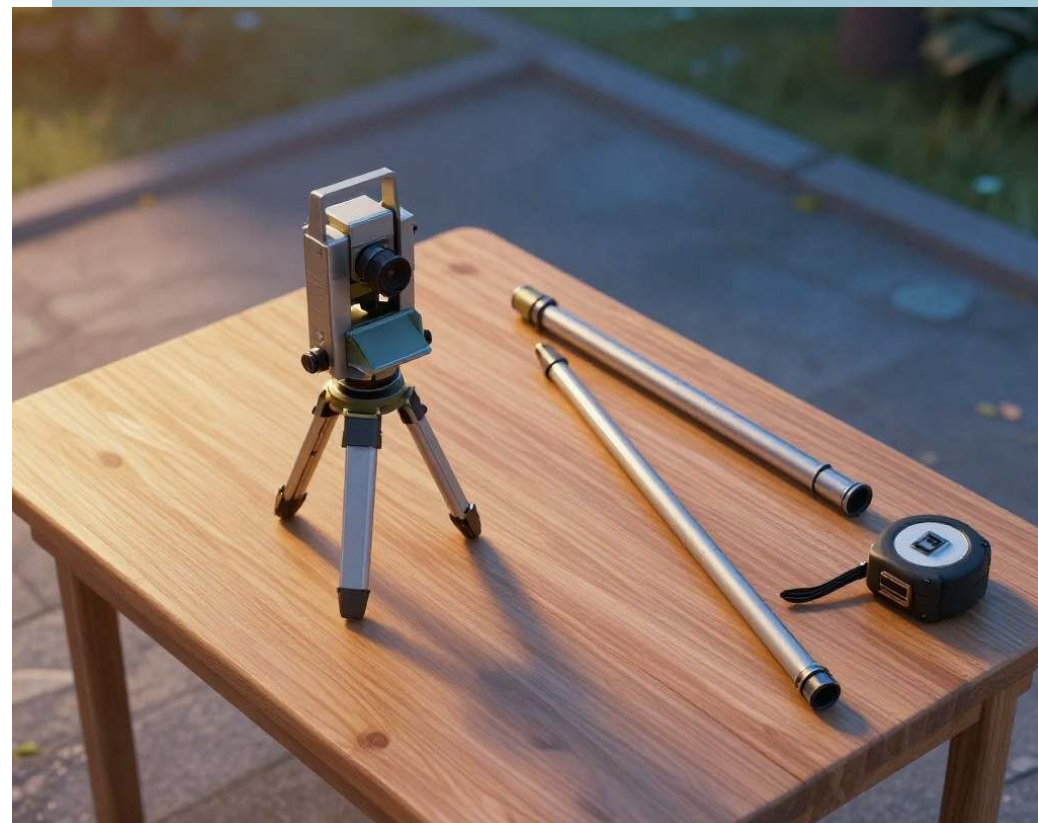
| Функция                    | Формула       | Когда применять       |
|----------------------------|---------------|-----------------------|
| $\sin \alpha$              | против./гип.  | высота по наклону     |
| $\cos \alpha$              | прил./гип.    | основание, расстояние |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | против./прил. | наклон, высота        |

# Тригонометрия в реальной жизни



## Высота, которую нельзя измерить напрямую

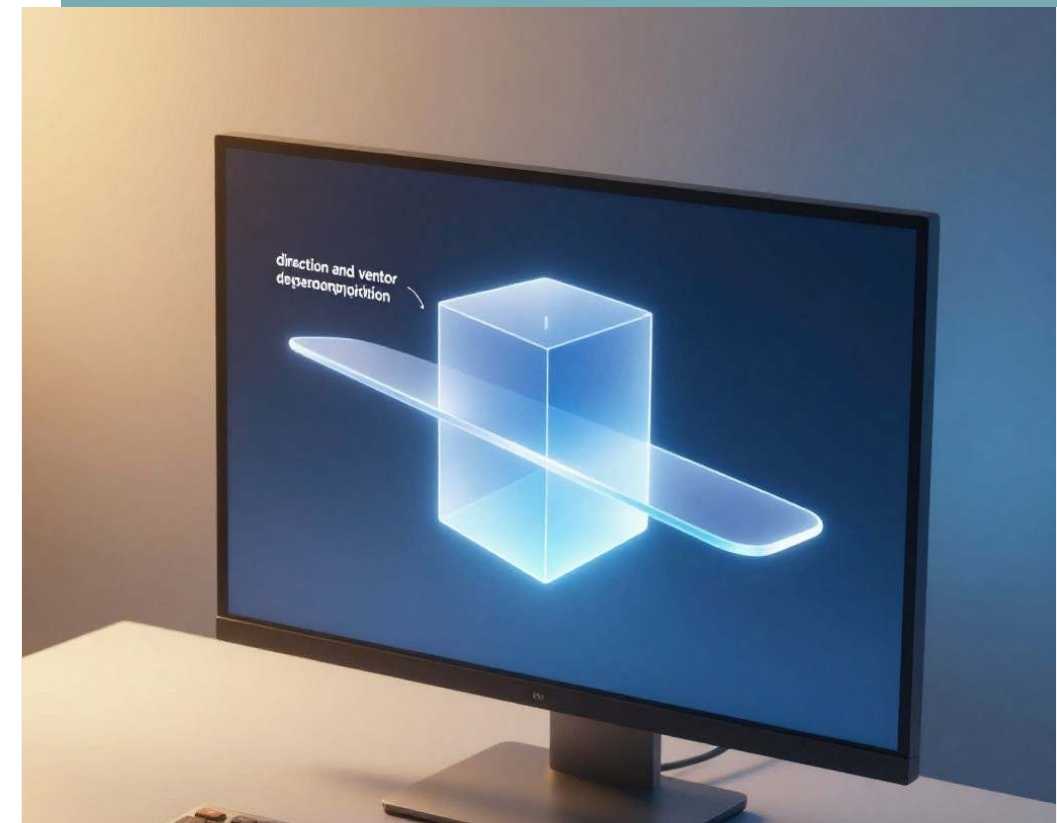
Лестница у стены, дерево или башня часто слишком высоки для прямого измерения. Тогда достаточно знать расстояние до объекта и угол, чтобы вычислить высоту по тригонометрической формуле.



## Строительство и карты

При проектировании крыш, пандусов и лестниц важны наклоны и расстояния.

В картографии и геодезии тригонометрия помогает точно определять положение объектов на местности и строить схемы без лишних измерений.



## Движение и изображение на экране

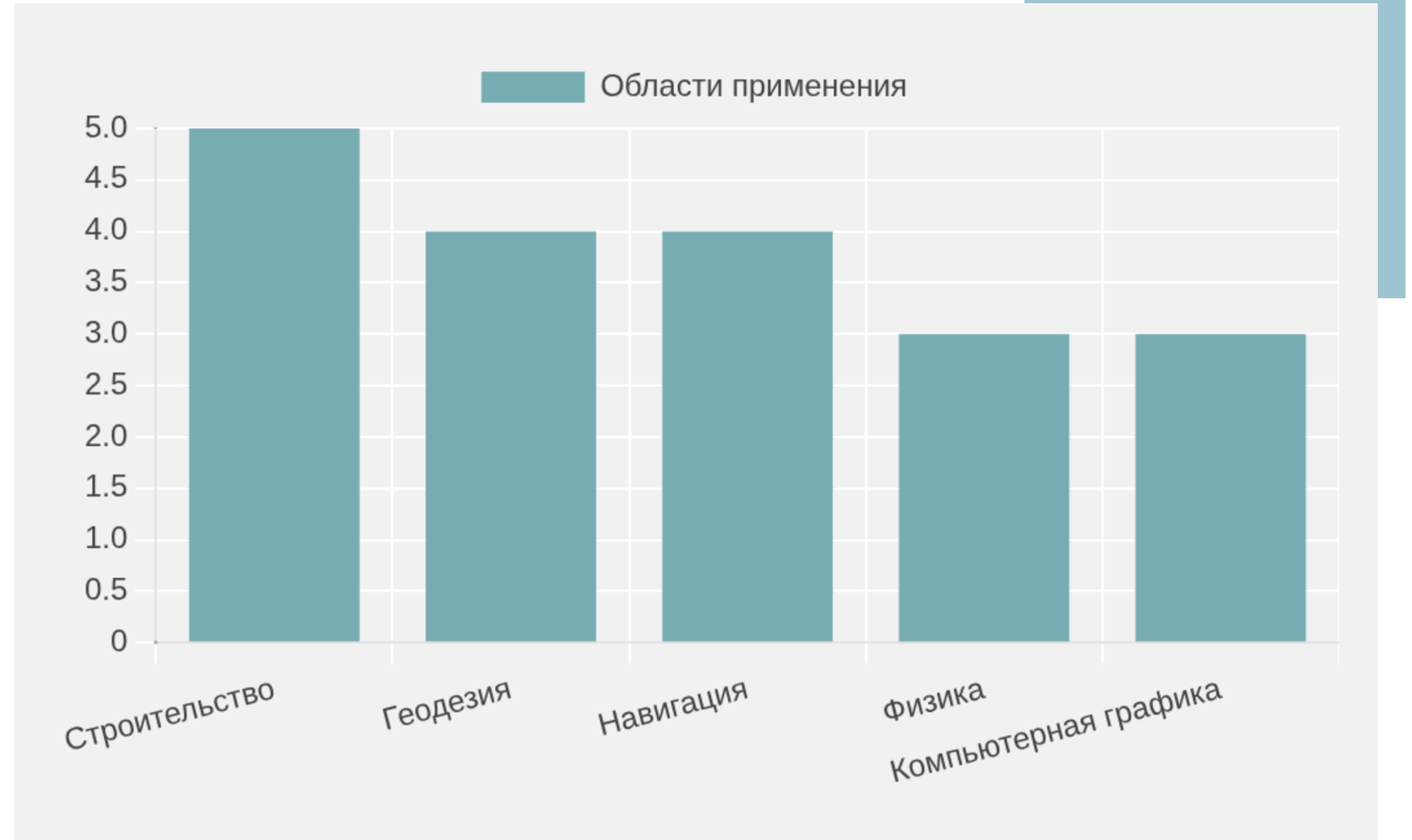
В физике тригонометрия описывает направление движения и разложение векторов по осям. В компьютерной графике она помогает поворачивать объекты, строить перспективу и располагать элементы на экране.

# Где чаще всего применяются тригонометрические отношения

На практике тригонометрия помогает работать с недоступными размерами и точными углами.

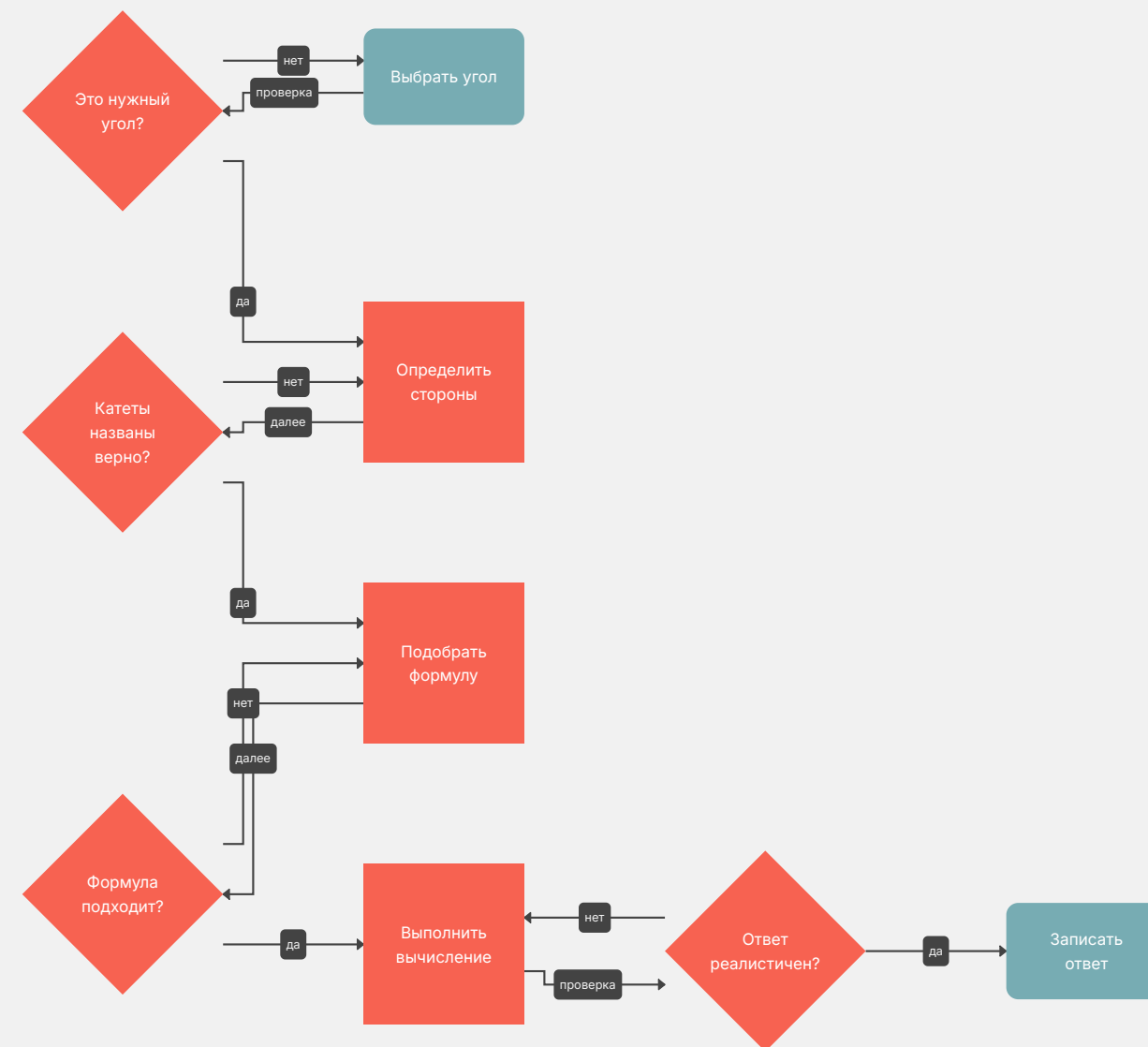
Наибольшая роль у задач, где нужны измерения без прямого доступа к объекту. Тригонометрия особенно полезна в инженерных и прикладных расчётах.

Составлено по типичным школьным и прикладным примерам использования тригонометрии



# Типичные ошибки при работе с $\sin$ , $\cos$ и $\tg$

Схема проверки перед вычислением тригонометрического отношения



# Связь с теоремой Пифагора

Теорема Пифагора помогает вычислить неизвестную сторону прямоугольного треугольника, если известны две другие. Без этого шага иногда нельзя правильно применить синус, косинус или тангенс.

**Найти третью сторону**



Тригонометрические отношения показывают, как один острый угол связан с длинами сторон. Они не заменяют теорему Пифагора, а дополняют её, помогая решать более разные задачи.

**Угол и стороны связаны**



Во многих задачах сначала находят недостающую сторону по Пифагору, а затем вычисляют значение угла или нужное отношение. Так решение получается короче и понятнее.

**Удобно использовать вместе**



# Пример вычисления по готовым данным

## 1 Синус по гипотенузе

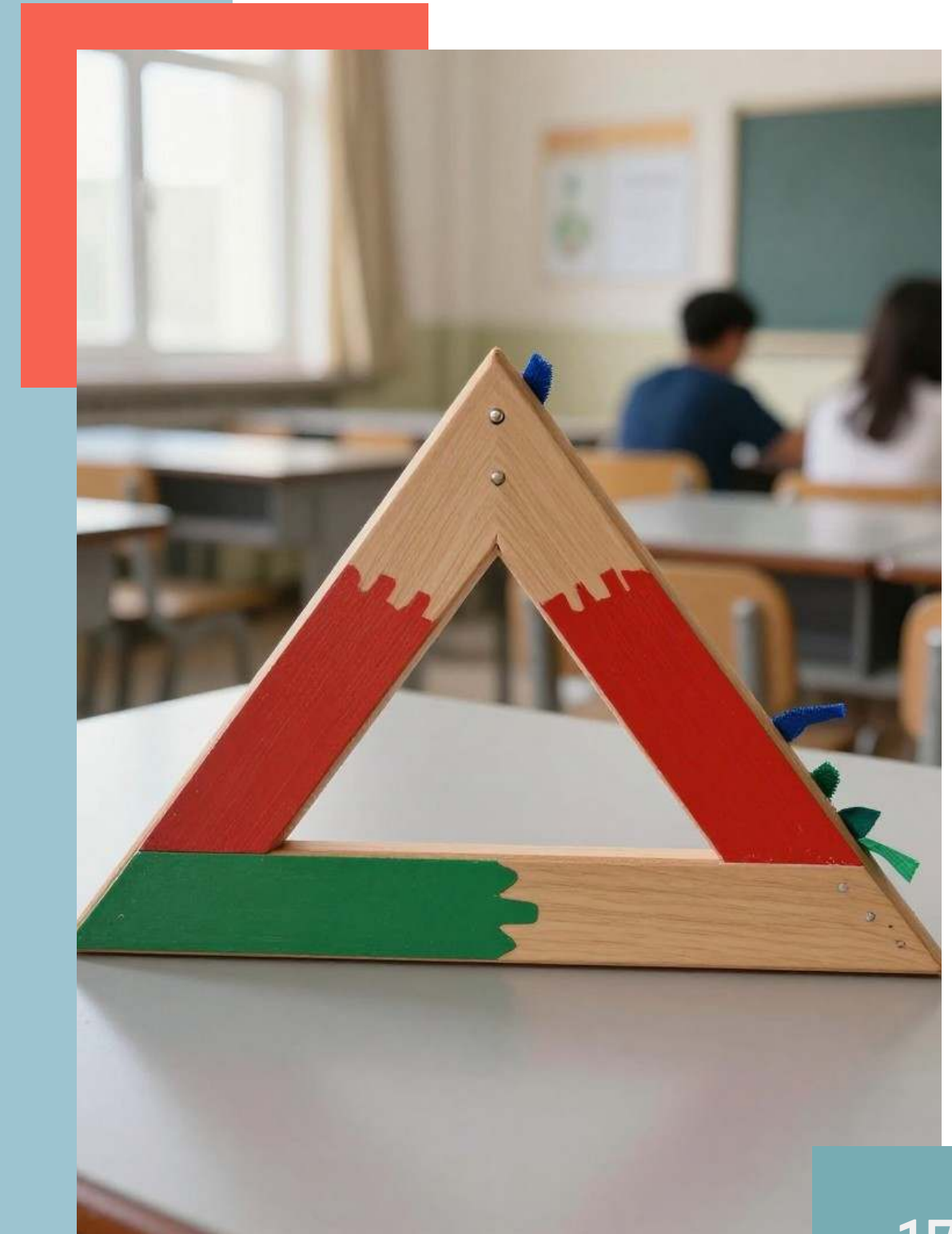
Если гипотенуза равна 10 см, а противолежащий катет — 6 см, то  $\sin \alpha = 6/10 = 0,6$ . Это показывает, какую часть гипотенузы составляет данный катет.

## 2 Косинус по прилежащему катету

При прилежащем катете 8 см получаем  $\cos \alpha = 8/10 = 0,8$ . Значение удобно сравнить с синусом: оба отношения меньше 1, потому что делятся на гипотенузу.

## 3 Тангенс по двум катетам

Тогда  $\operatorname{tg} \alpha = 6/8 = 0,75$ . Этот пример показывает, что по уже известным сторонам можно сразу вычислить все три тригонометрических отношения для одного угла.

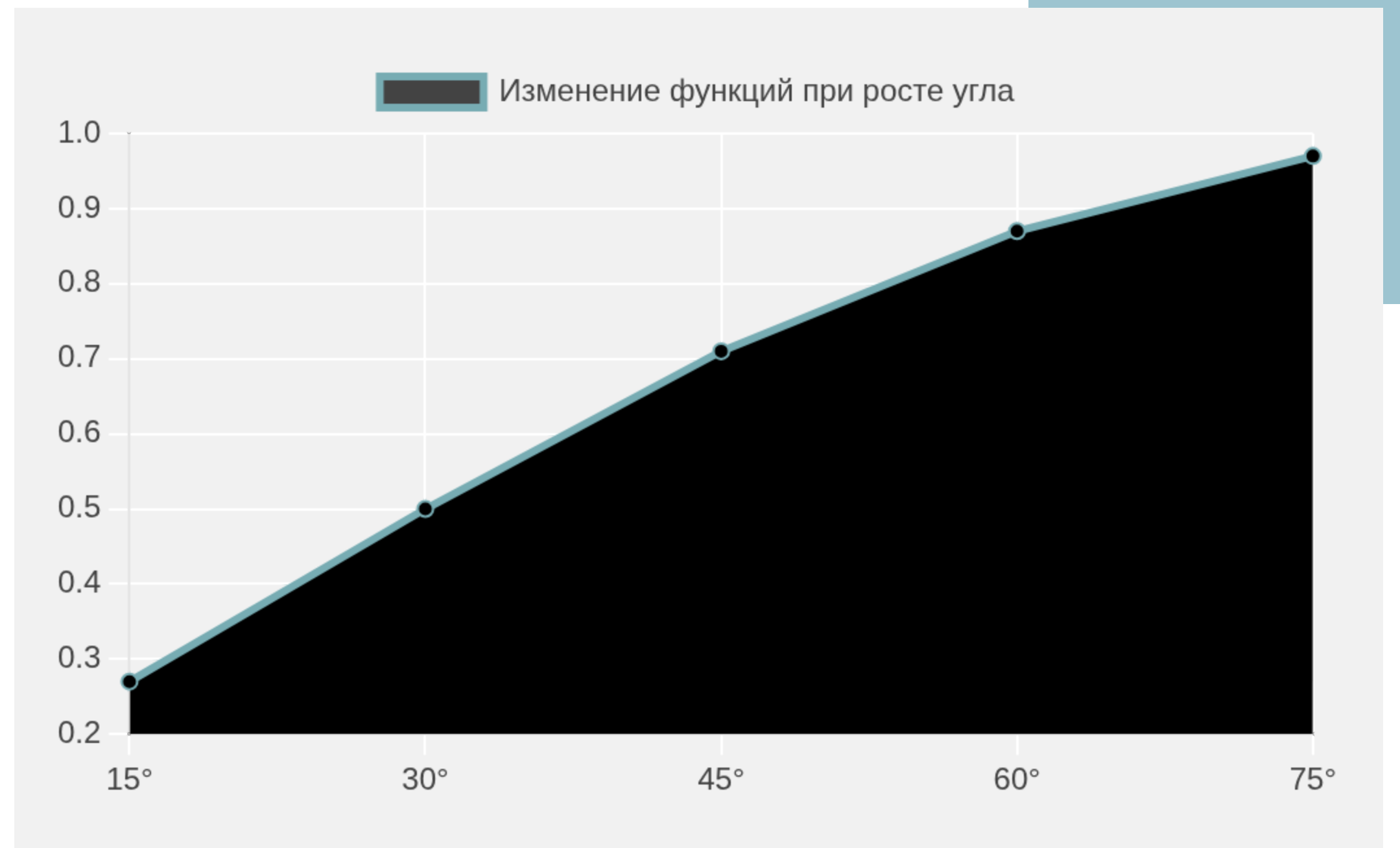


# Как меняются $\sin$ , $\cos$ и $\tg$ при увеличении угла

Для острых углов удобно сравнивать функции на одном графике.

Синус растёт, косинус убывает, а тангенс увеличивается быстрее остальных. Это помогает заранее оценивать, каким будет ответ при большем угле.

Стандартные значения тригонометрических функций для острых углов, используемые в школьной геометрии



# Главные формулы для запоминания

## — Синус

$\sin \alpha = \text{противолежащий катет} / \text{гипотенуза}$ . Формула нужна, когда в задаче известна наклонная сторона и требуется найти высоту или другую сторону напротив угла.

## — Косинус

$\cos \alpha = \text{прилежащий катет} / \text{гипотенуза}$ . Это отношение удобно, если нужно найти основание, горизонтальное расстояние или сторону рядом с выбранным углом.

## — Тангенс

$\text{tg } \alpha = \text{противолежащий катет} / \text{прилежащий катет}$ . Его применяют, когда в задаче известны оба катета, а гипотенуза не нужна для вычисления.

## — Что важно помнить

Перед вычислением нужно правильно назвать стороны: гипотенуза лежит напротив прямого угла, а катеты образуют его. Ошибка в обозначениях сразу приводит к неверному ответу.

# Один угол — три полезных отношения

Синус, косинус и тангенс по-разному описывают один и тот же острый угол. Если правильно выбрать стороны и формулу, они помогают находить неизвестные размеры и решать задачи гораздо быстрее.