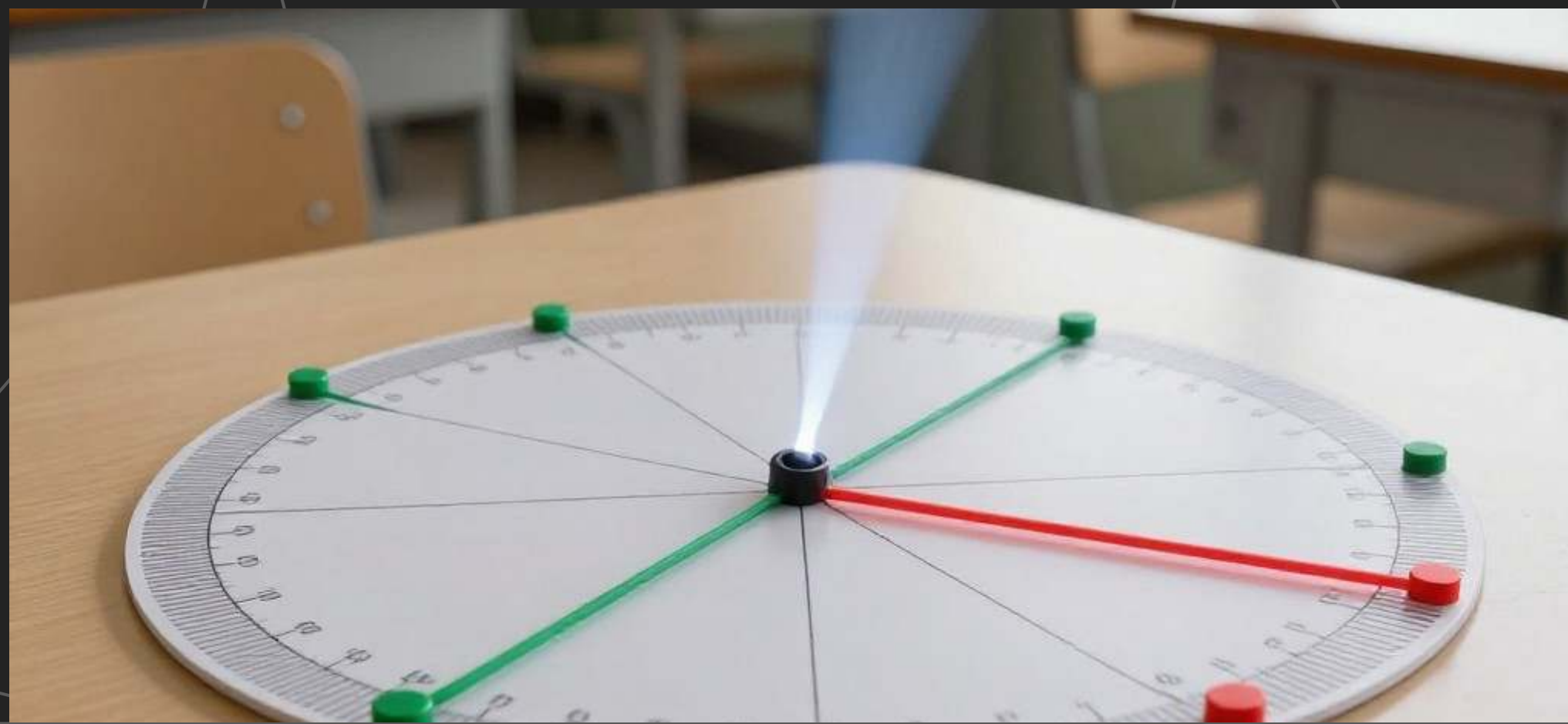


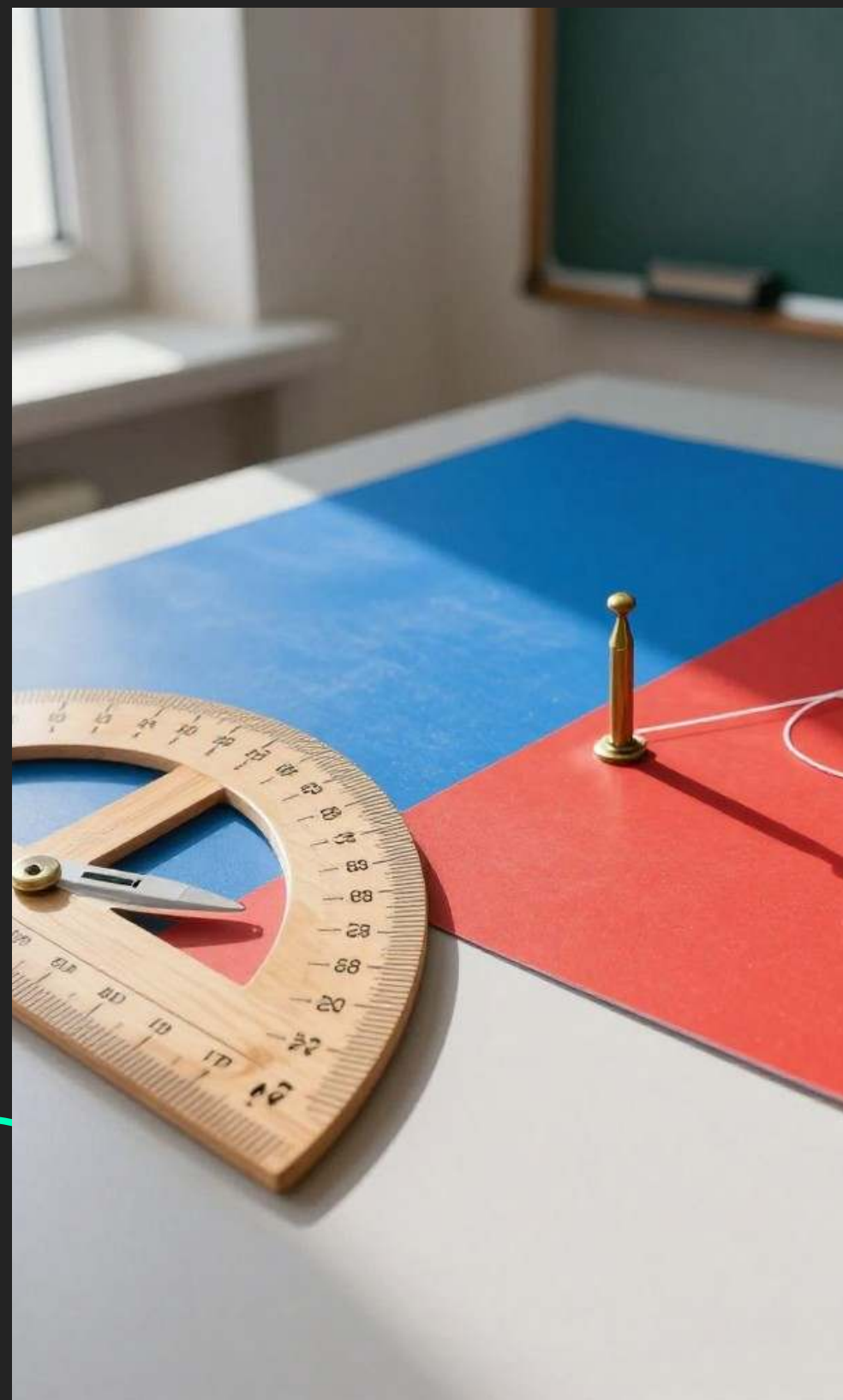


Быстрый алгоритм по четвертям,
осям и симметрии углов.



Как определить знак $\sin$, $\cos$ и $\tan$

Почему знаки решают всё



Здесь важнее не вычислить значение, а сразу увидеть знак. Достаточно определить четверть, учесть направление отсчёта и помнить связь $\tan$ с отношением $\sin$ к $\cos$.

Что означают тригонометрические функции

Единичная окружность

На единичной окружности точка задаёт все три функции сразу. Её положение относительно осей показывает, будет ли значение положительным, отрицательным или равным нулю.

Координаты и знаки

Координаты точки читаются напрямую: $\cos$ соответствует горизонтали, $\sin$ — вертикали. Поэтому справа $\cos$ положителен, слева отрицателен; выше оси Ox $\sin$ положителен, ниже — отрицателен.

Почему $\tan$ зависит от двух знаков

Тангенс связывает две величины: $\tan = \sin/\cos$. Его знак зависит от двух предыдущих функций, поэтому он меняется вместе с их сочетанием в четвертях.



Первая четверть: все знаки положительные



01. Положительные координаты

В первой четверти обе координаты положительные, поэтому $\sin$, $\cos$ и $\tan$ тоже положительные. Это исходная модель, от которой удобно строить все остальные случаи.

02. Граница у оси Ox

Угол 0° лежит на положительной полуоси Ox . Здесь $\sin$ равен нулю, $\cos$ равен 1, а $\tan$ равен 0, что помогает запомнить границу четверти.

03. Базовый ориентир

Если известен знак в первой четверти, легче сравнивать его с соседними четвертями. Остальные случаи строятся на изменении одной или обеих координат.

Вторая четверть: $\sin$ положителен

Косинус слева

Здесь x -координата отрицательна, значит $\cos$ принимает отрицательный знак. Связь с горизонтальным положением точки позволяет быстро исключить ошибку.

Типичные углы

Углы 120° , 135° и 150° расположены именно здесь. Их удобно проверять не по значениям, а по тому, где лежит конечная сторона угла.

Синус выше оси

Во второй четверти точка находится выше оси Ox , поэтому $\sin$ остаётся положительным. Это главный признак, который сразу отличает эту область от остальных.

Тангенс меняет знак

Так как $\tan = \sin/\cos$, положительное число делится на отрицательное. Следовательно, тангенс во второй четверти отрицателен и не может быть положительным.

Удобная подсказка

Короткая опора: вверх — $\sin+$, влево — $\cos-$. Если держать в памяти эту пару признаков, знак $\tan$ определяется автоматически.

Третья четверть: $\tan$ положителен

01

Обе координаты отрицательны

В третьей четверти точка находится ниже оси Ox и левее оси Oy . Поэтому обе координаты отрицательны, а значит $\sin$ и $\cos$ тоже отрицательны.

02

Почему $\tan$ положителен

Тангенс определяется как отношение $\sin$ к $\cos$. Когда отрицательное число делят на отрицательное, результат становится положительным, поэтому $\tan$ здесь со знаком плюс.

03

Примеры углов

Углы 210° , 225° и 240° помогают закрепить правило на практике. Главное — сначала определить четверть, а уже потом выбирать знак функции.

Четвёртая четверть: $\sin$ отрицателен

Положение точки

В четвёртой четверти точка расположена справа от оси Oy и ниже оси Ox . Значит $\cos$ положителен, а $\sin$ отрицателен.

Знак тангенса

Поскольку $\sin$ отрицателен, а $\cos$ положителен, их отношение тоже отрицательно. Поэтому $\tan$ в этой четверти имеет знак минус.

Примеры углов

Углы 300° , 315° и 330° лежат в этой области и дают одинаковую логику знаков. Здесь особенно важно не перепутать координаты и функции.

Ключ к запоминанию

Запомнить помогает правило: $\sin$ связан с высотой точки, $\cos$ — с её горизонталью. Тогда знаки в четвёртой четверти определяются без лишних вычислений.

Оси координат и случаи, где $\tan$ не существует

Переход от положения угла к значениям на осях

Отрицательные углы и симметрия



01. Симметрия относительно Ox

Для отрицательного угла точка отражается относительно оси Ox . Поэтому $\cos$ сохраняет знак, а $\sin$ меняет его на противоположный, как при зеркальном переходе.

02. Как ведёт себя $\tan$

Тангенс наследует знак синуса и косинуса одновременно, поэтому при смене знака угла он тоже меняется на противоположный. Это удобно проверять через формулу $\tan = \sin/\cos$.

03. Быстрый приём

Для -30° , -45° и -60° достаточно вспомнить положительные углы и сразу переставить знаки. Такой способ быстрее, чем заново строить угол на окружности.

Таблица знаков по четвертям

Четверть	Знаки	Комментарий
I	+, +, +	Все функции положительны
II	+, -, -	Положителен только $\sin$
III	-, -, +	Положителен только $\tan$
IV	-, +, -	Положителен только $\cos$

Знаки определяются по четверти, а на осях действуют отдельные случаи.

Чтобы быстро найти знак, сначала определяют четверть; на осях проверяют нулевые значения и существование $\tan$.

Правила знаков тригонометрических функций на единичной окружности и в координатных четвертях

Три угла, три четверти, три
разных набора знаков —
именно это нужно увидеть
сразу, чтобы не считать заново.

3

показательных примера помогают быстро
проверить правило по четвертям.

Знаки тригонометрических функций по четвертям единичной
окружности.

Четыре угла показывают, что точные значения не нужны: достаточно определить четверть и сразу назвать знак каждой функции.

4

угла достаточно, чтобы отработать правило без вычисления значений.

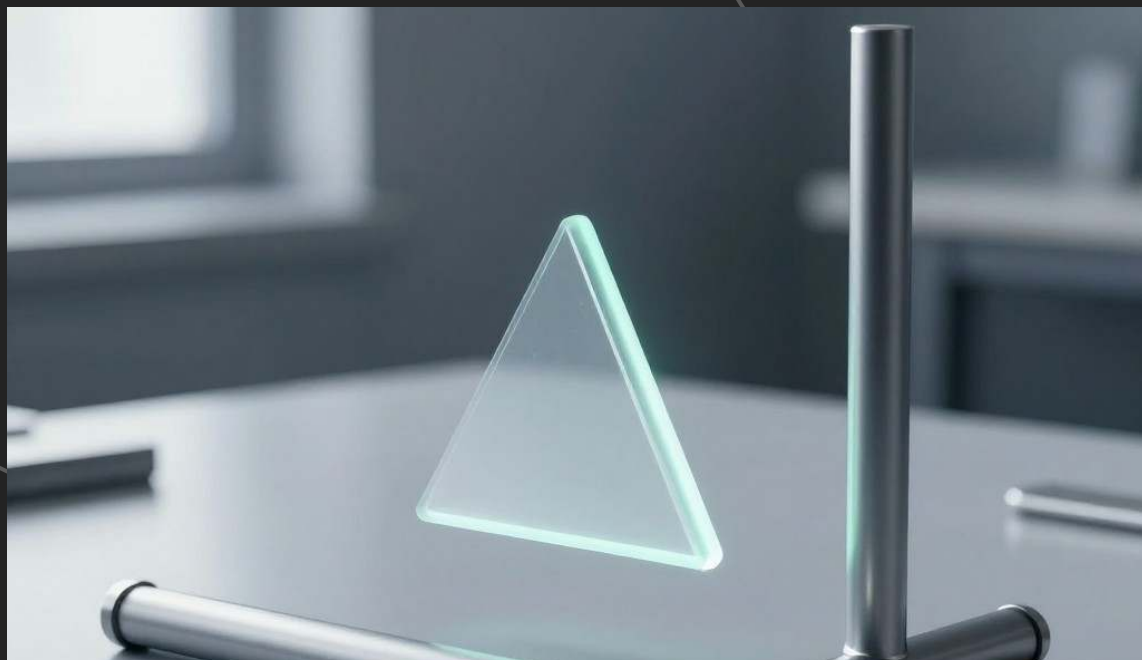
Три отрицательных угла удобно
читать через симметрию:
для $\sin$ и $\tan$ знак меняется,
а $\cos$ сохраняется.

Свойства чётности и нечётности тригонометрических
функций.

3

отрицательных угла достаточно, чтобы
запомнить правило симметрии.

Три смысла приведённого угла



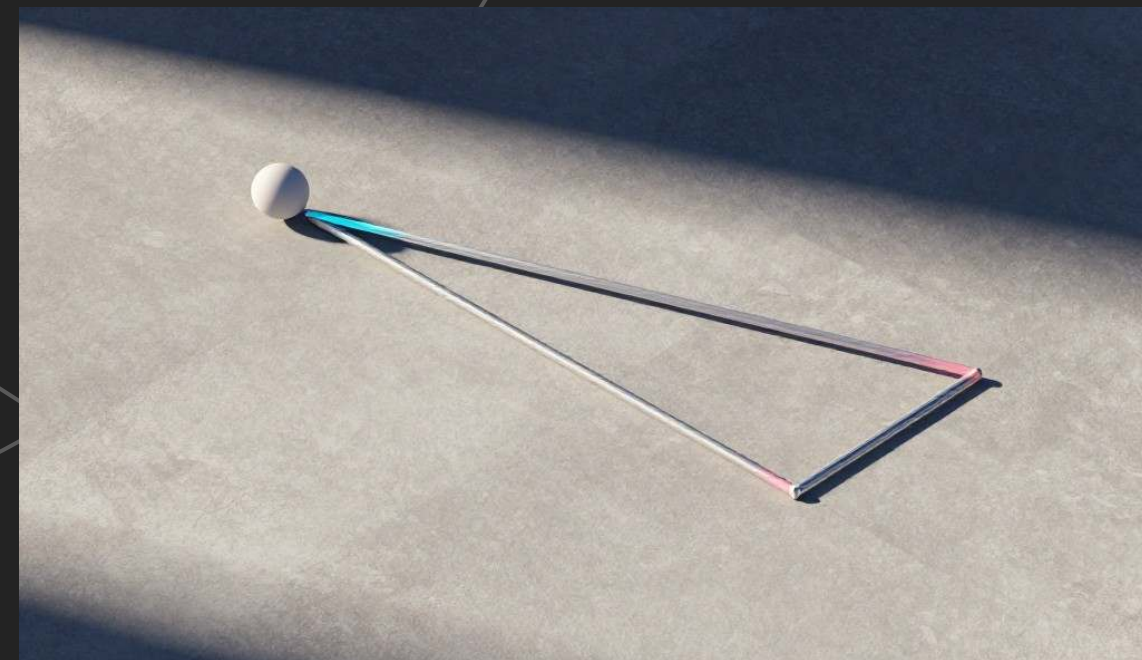
Короткий путь к ответу

На чертеже приведённый угол выглядит как короткий отрезок от конечной стороны до оси Ox . Он не показывает ответ целиком, но сразу подсказывает, к какому острому углу свести задачу. Это особенно полезно, когда нужно определить знак без лишних вычислений.



Почему он удобен

В учебной задаче одна и та же конечная сторона может быть связана с разными записями угла. Приведённый угол снимает эту путаницу: сначала выбирается четверть, затем сравнение с 30° , 45° или 60° . Такой подход экономит время и уменьшает число ошибок.



Что он даёт на практике

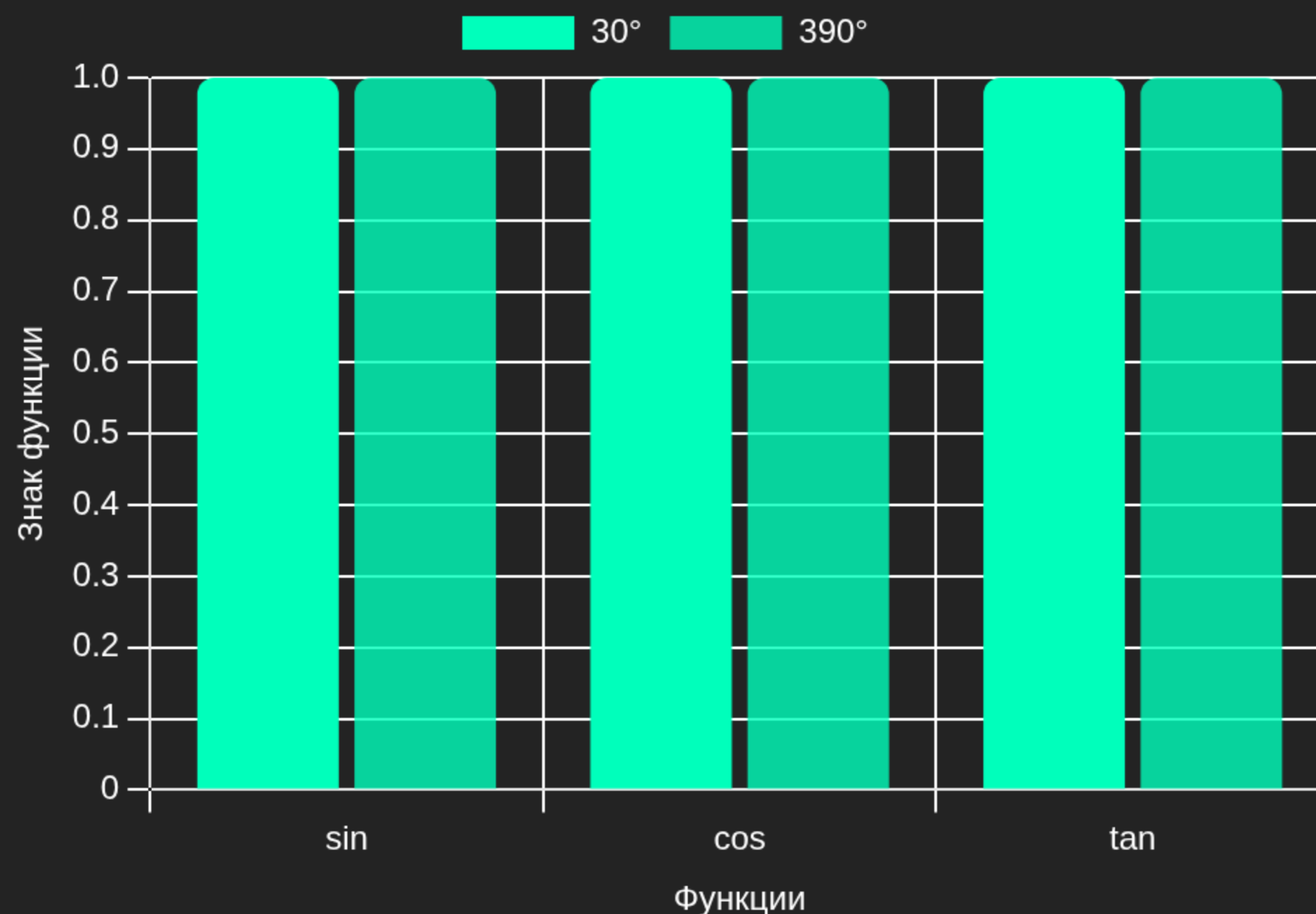
Если точка лежит далеко от начала координат, всё равно важен только её угол относительно оси Ox . Приведённый угол позволяет увидеть опорную геометрию треугольника и понять, какой знак будет у функции в данной четверти. Именно поэтому он так часто используется в проверке ответов.

Шесть типовых углов сводятся к двум опорным значениям — 30° и 60° — и поэтому знаки находятся почти мгновенно.

6

типовых случаев достаточно, чтобы отработать приём на практике.

Периодичность и перенос угла



Одно и то же добавление полного оборота не меняет расположение точки на окружности, поэтому знак функций сохраняется.

Для 30° и 390° знаки совпадают у всех трёх функций: полный оборот не меняет четверть.

Единичная окружность; периодичность тригонометрических функций, 2π (360°).

Три координатные подсказки



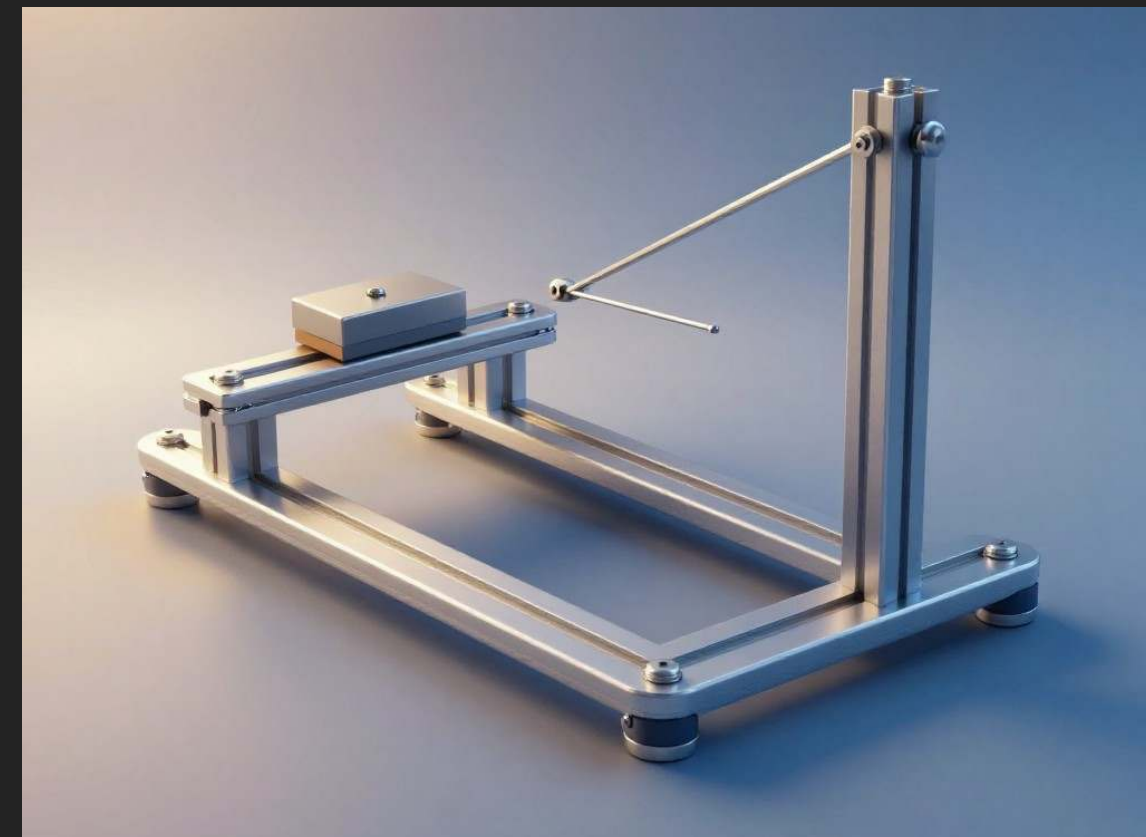
Высота точки и $\sin$

Если точка находится выше оси Ox , её вертикальная координата положительна, и это сразу означает положительный $\sin$. Когда она опускается ниже оси, знак меняется без всяких вычислений. Такой приём особенно удобен на рисунке с единичной окружностью.



Лево и право для $\cos$

Горизонтальное положение точки читается не менее просто: справа от оси Oy координата x положительна, слева — отрицательна. Значит, знак $\cos$ определяется почти мгновенно, если внимательно посмотреть, в какой половине круга лежит точка. Это основа геометрического способа решения.



Как собрать знак $\tan$

Тангенс удобнее всего понимать как отношение двух уже найденных знаков. Если $\sin$ и $\cos$ имеют одинаковый знак, $\tan$ положителен; если разные — отрицателен. Поэтому на окружности важно не только увидеть точку, но и мысленно сопоставить обе координаты.

Четыре типовые ошибки чаще всего возникают не из-за формул, а из-за невнимания к четверти, оси и направлению отсчёта.

4

ошибки проще предотвратить, если каждый раз идти по одному алгоритму.

Типичные ошибки при определении знаков $\sin$, $\cos$ и $\tan$.

Пошаговая проверка знака

Алгоритм решения строится от положения угла к знаку функции и проверке особых случаев.

Запомнить за одну минуту

Запомните три опоры: четверть, симметрию и координаты точки. Если ось даёт ноль или делает $\tan$ несуществующим, решение уже ясно. Всё остальное — дело аккуратной проверки.