

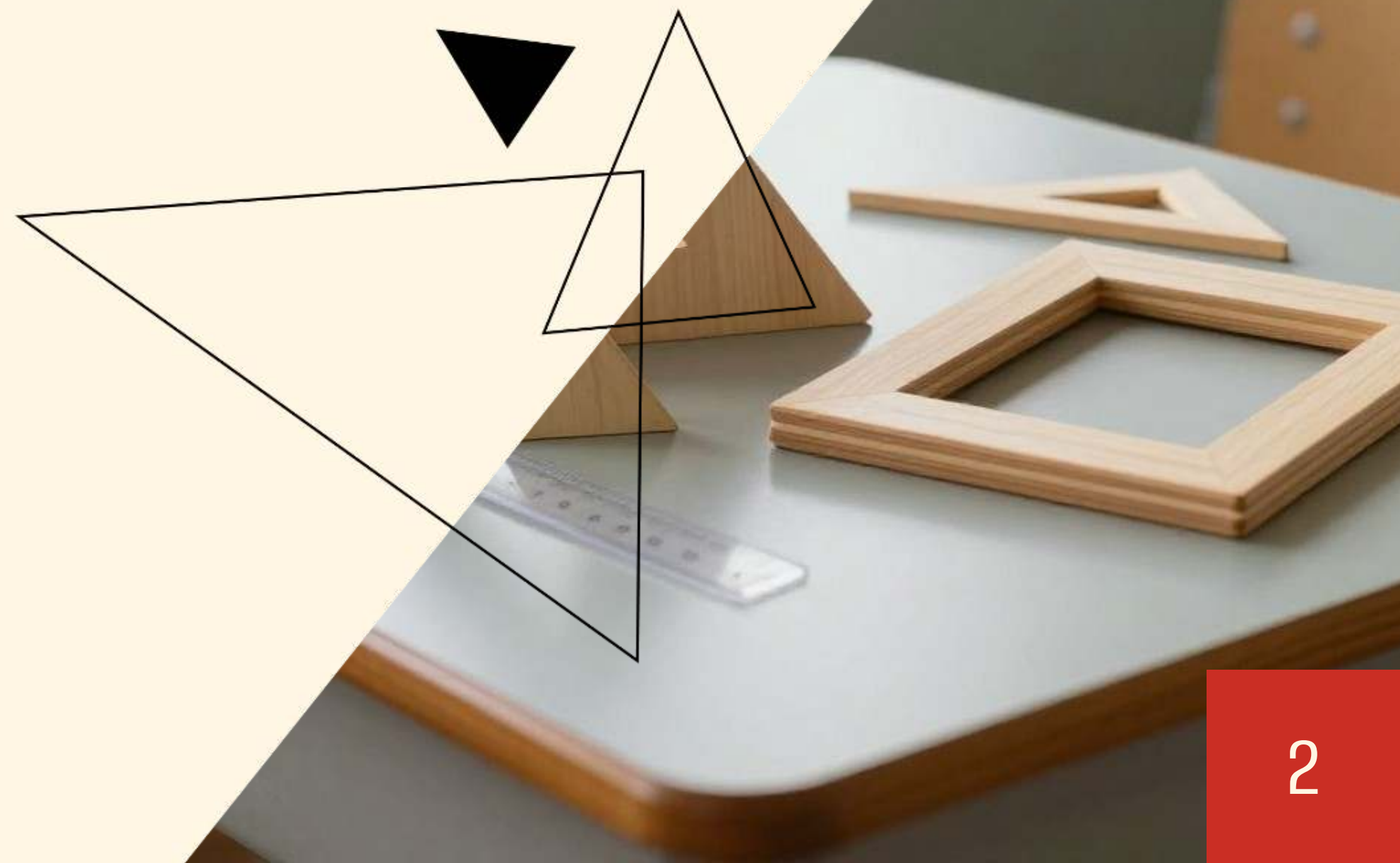
Некоторые теоремы и задачи геометрии: метод подобия

Подобие треугольников помогает измерять то, что недоступно напрямую.



Метод подобия: зачем он нужен в геометрии

Эта тема соединяет свойства углов, параллельных прямых и пропорций с практическими задачами. С её помощью находят размеры по чертежу, по тени и по масштабу, не измеряя объект напрямую.



Основные понятия: подобные фигуры и коэффициент подобия

Одинаковая форма

Подобные фигуры имеют одинаковый вид: все соответствующие углы равны, а стороны связаны одной и той же пропорцией. Размер может меняться, но форма остаётся неизменной.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Он помогает быстро сравнивать длины, периметры и площади, если известны соответствующие элементы двух фигур.

Особенно удобно для треугольников

Для треугольников подобие проверять проще всего: достаточно установить равенство углов или пропорциональность сторон по одному из признаков. Поэтому именно треугольники чаще всего используют в задачах.

Практический смысл

Метод подобия позволяет находить неизвестные высоты, расстояния и длины на чертежах без прямого измерения. Это делает его одним из самых полезных инструментов школьной геометрии.

Признаки подобия треугольников

Три признака помогают доказать, что треугольники подобны.

Любого из трёх признаков достаточно, чтобы установить подобие треугольников.

Признак	Что известно	Вывод
1	2 угла	Подобие
2	2 стороны и угол	Подобие

Подобные треугольники на чертеже и в окружающей жизни

Одна форма

На чертеже подобные треугольники выглядят по-разному по размеру, но одинаково по форме. Равные углы и пропорциональные стороны подтверждают, что одна фигура является уменьшенной или увеличенной копией другой.

Тени на солнце

Если тень дерева сравнить с тенью палки, получится пара подобных треугольников. При одинаковом угле падения солнечных лучей сохраняются пропорции, поэтому можно найти высоту объекта.

Модели и макеты

Уменьшенная модель здания, технический макет или архитектурный чертёж передают форму объекта в другом масштабе. Все размеры меняются по одному коэффициенту, поэтому расчёты остаются точными.

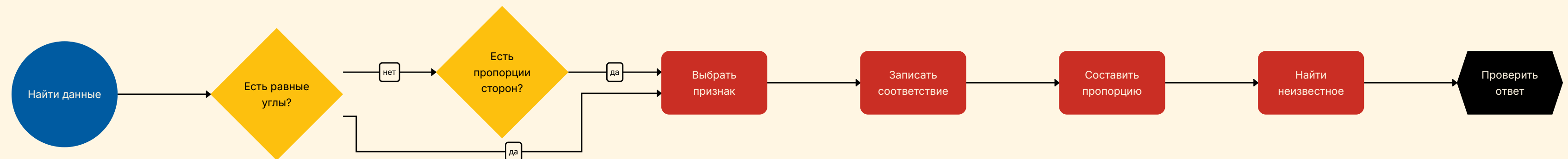
Карты и планы

Карта местности и реальный участок тоже связаны подобием. Масштаб показывает, как перевести длины с изображения в действительность, не нарушая соотношений между объектами.



Алгоритм решения задач методом подобия

Последовательность действий при работе с треугольниками и измерениями



Где метод подобия встречается чаще всего

Диаграмма показывает типичные сюжеты задач. В реальных упражнениях они часто смешиваются: например, в задаче на высоту дерева одновременно используются тень, пропорции и прямоугольный треугольник.

Чаще всего метод подобия применяется там, где нужно связать чертёж с измерением на местности.



Обобщение по материалам темы урока; условная оценка для учебной диаграммы

Теорема Фалеса и деление отрезков

1 Параллельные прямые

Если несколько параллельных прямых пересекают две секущие, то они отсекают на них пропорциональные отрезки. Это и есть теорема Фалеса, важная для построений и вычислений.

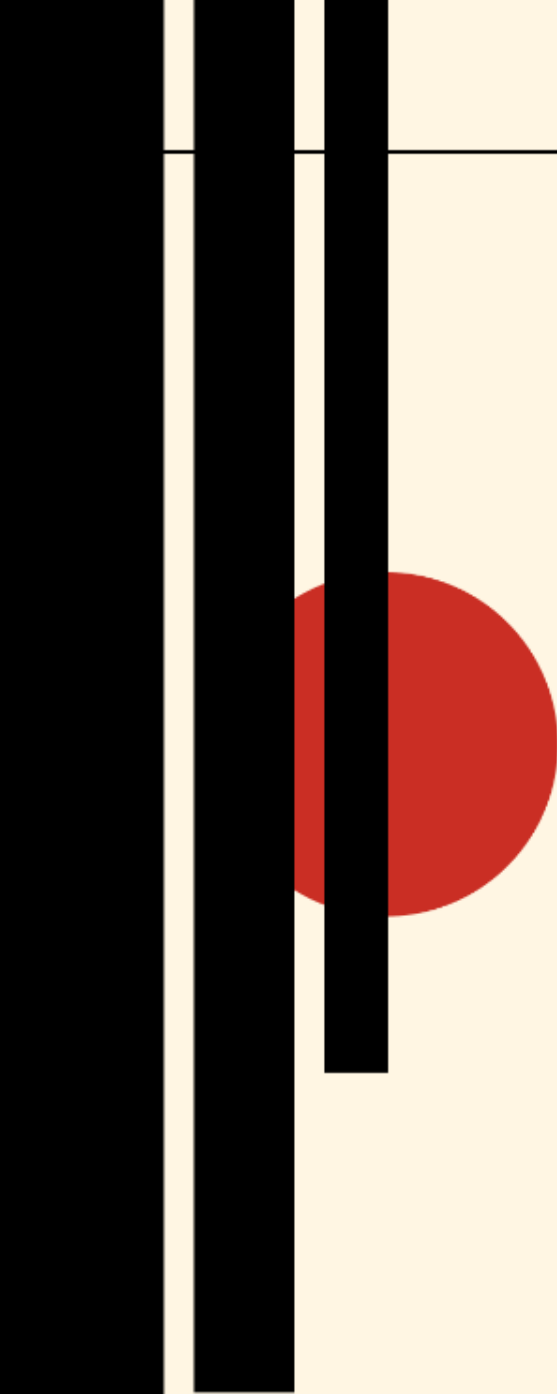
2 Деление на части

С помощью теоремы удобно делить отрезок на равные или заданные по отношению части. Такой приём часто используют, когда нужно построить точное отношение без прямого измерения линейкой.

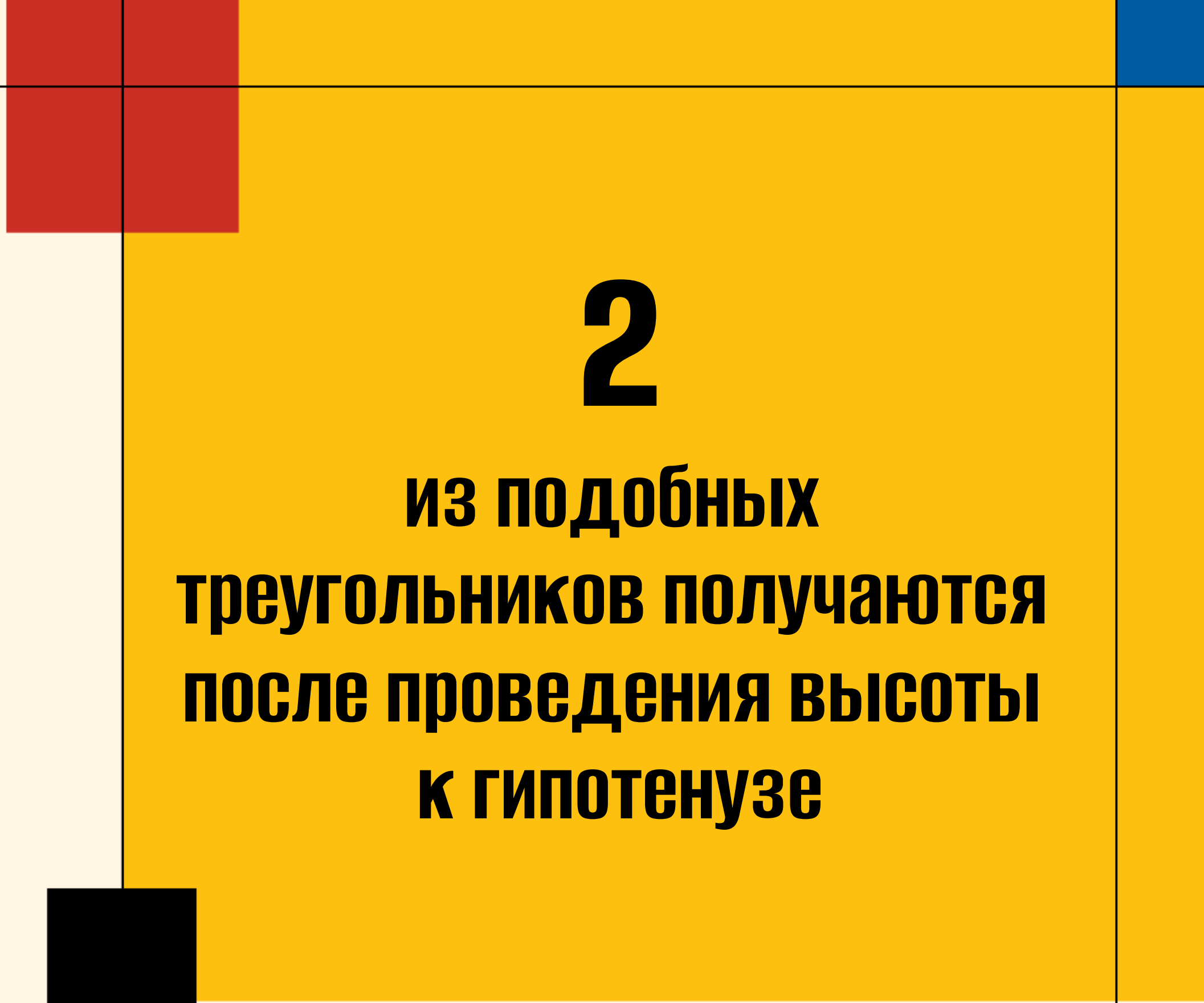
3 Поиск длин

Теорема Фалеса помогает находить неизвестные длины в чертежах, где есть параллельные прямые. Достаточно правильно записать пропорцию между соответствующими отрезками и аккуратно выполнить вычисление.





Это свойство превращает сложную фигуру в набор простых отношений: можно связать катеты, высоту и проекции катетов через одну-две пропорции.



2

из подобных треугольников получаются после проведения высоты к гипотенузе

Основные формулы и соотношения

В таблице собраны записи, которые чаще всего используют при решении задач на подобие.

Длины и периметры меняются линейно, а площади — по квадрату коэффициента подобия. Порядок соответствующих вершин и сторон должен быть одинаковым.

Запись	Смысл	Где важно
$a/b=c/d$	Пропорция	Стороны
k	Коэффициент	Сравнение фигур

Как находить соответствующие стороны и вершины

Сначала ищут равные углы

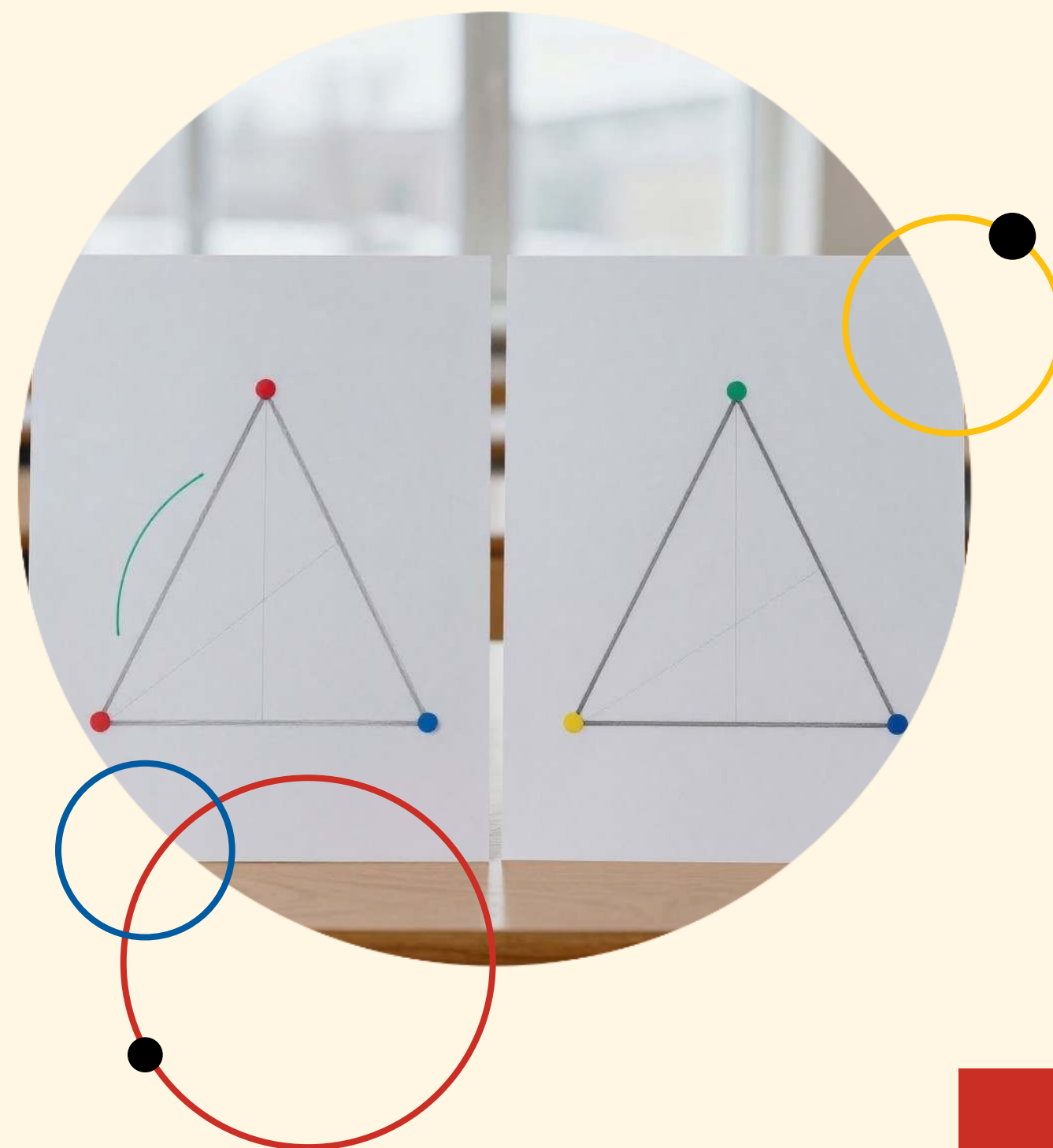
Если на чертеже отмечены равные углы, именно они помогают установить, какие вершины соответствуют друг другу. От этих вершин затем последовательно определяют пары сторон и не путают порядок записи.

Одинаковое положение в записи

При записи треугольников соответствующие вершины должны идти в одном и том же порядке. Тогда стороны, лежащие напротив них, автоматически образуют правильные пары для составления пропорции.

Проверка по чертежу

Перед вычислением полезно ещё раз посмотреть на рисунок и сравнить длины, направления и отметки. Такая проверка помогает избежать ошибки, когда похожие элементы случайно принимают за соответствующие.



Типичные ошибки при решении задач на подобие

1 Неверное соответствие вершин

Сначала нужно точно определить, какие вершины соответствуют друг другу.

Если перепутать их порядок, то даже правильные числа дадут неверную пропорцию и ошибочный результат.

2 Перепутанный порядок сторон

Следующая ошибка — записывать стороны в обратном порядке, не сохраняя одинаковое расположение в сравниваемых треугольниках. Из-за этого отношение величин меняется, хотя само подобие может быть верным.

3 Недостаточно оснований

Нельзя применять признак подобия, если в задаче ещё не хватает данных. Сначала следует убедиться, что действительно выполнено одно из трёх условий, а уже потом делать вывод.

4 Нет проверки ответа

После вычислений важно оценить, похож ли ответ на реальный размер объекта. Если высота дерева получилась меньше роста человека, значит, где-то допущена ошибка в рассуждениях или расчётах.

Как меняются длины, периметры и площади при подобии

Линейные размеры изменяются одинаково, а площадь реагирует на масштаб сильнее. Поэтому при увеличении фигуры даже в несколько раз площадь растёт намного быстрее сторон.

Длины и периметр зависят от k линейно, а площадь — квадратично. Это главное правило помогает быстро оценивать масштаб изменений.



Задачи на тени и недоступные расстояния

На картах, планах и чертежах реальные расстояния заменяют уменьшенными отрезками. Коэффициент подобия показывает, во сколько раз изображение меньше местности или предмета, и позволяет выполнять точные расчёты.

Масштабные измерения

Рост и тень человека

Измеряют рост человека и длину его тени, а затем сравнивают с тенью дерева или столба. Два подобных прямоугольных треугольника позволяют найти неизвестную высоту без подъёма к объекту.



Ширина реки

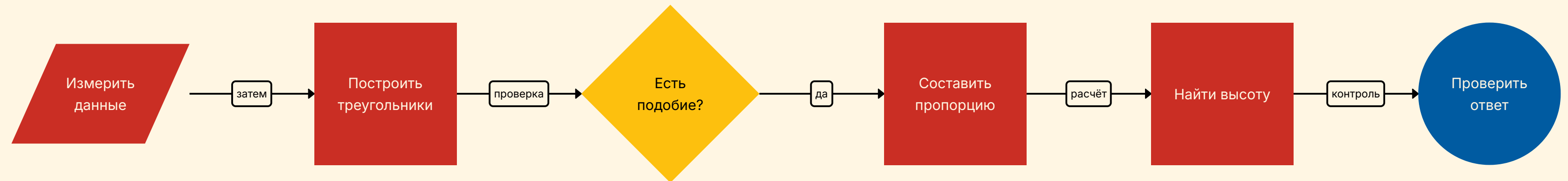
Чтобы определить расстояние через реку, строят схему с двумя треугольниками и используют известные отрезки на берегу. Такой приём заменяет прямое измерение, которое в реальности выполнить трудно.

Высота деревьев и зданий

Метод подобия особенно удобен, когда объект слишком высокий или к нему нельзя подойти близко. Достаточно измерить тень, выбрать момент с одинаковыми солнечными лучами и составить пропорцию.

Решение задачи по тени: от данных к ответу

Последовательность действий при вычислении высоты по длине тени и данным о подобном объекте.



Подобие в архитектуре, моделях и картах



Макет, который помогает строить

Архитектурный макет показывает будущий дом в уменьшенном виде, сохраняя его форму и пропорции. По нему удобно рассматривать этажность, расположение окон и общие размеры, не выходя на строительную площадку.

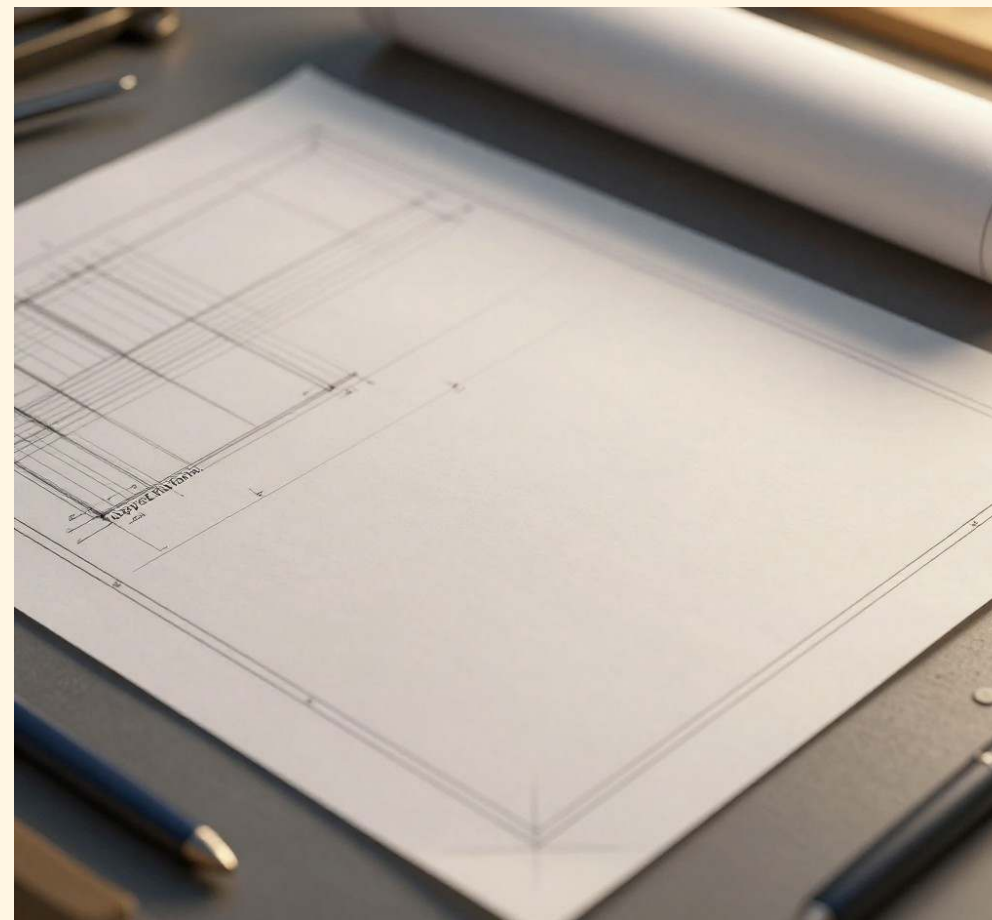


Чертёж как точная копия формы

На чертеже здания каждая линия подчиняется заданному масштабу. Если масштаб 1:100, то 1 см на листе соответствует 100 см в действительности, и все отрезки можно пересчитать по одному правилу.



Карта вместо длинного пути

На карте масштаб 1:1000 означает, что 1 см соответствует 10 м на местности. Благодаря этому можно быстро оценить расстояние между объектами, не измеряя его шагами или рулеткой.

Сравнение признаков подобия и их применения

Таблица помогает быстро выбрать нужный признак по данным задачи и виду чертежа.

Самый быстрый признак — по двум углам, а самый универсальный для доказательства по длинам — по трём сторонам. Выбор зависит от данных задачи.

Признак	Что известно	Где применяют
2 угла	Два равных угла	Чертежи, параллельные прямые
2 стороны + угол	Стороны и угол	Построения, расчёты

Примеры подобия в повседневной жизни ученика

Игрушки и модели

Уменьшенные модели автомобилей, самолётов и зданий сохраняют форму оригинала, но отличаются размером. По ним легко увидеть, как один и тот же объект выглядит в другом масштабе.

Фотографии и распечатки

Когда изображение печатают крупнее или меньше, его пропорции должны сохраняться. Иначе лицо, предмет или схема искажаются, а значит, перестают быть подобными исходному рисунку.

Школьные карты и планы

На карте кабинета, школы или района все расстояния заменены уменьшенными отрезками. Это позволяет решать задачи на путь до нужного места, используя коэффициент масштабирования.

Экраны и схемы

При переносе рисунка на экран или в тетрадь важно сохранить отношение сторон. Тогда схема остаётся понятной, а геометрические свойства объекта можно изучать без потери точности.



Что нужно помнить для решения задач по методу подобия

Эти элементы работают вместе: углы помогают установить подобие, стороны — составить пропорцию, а дополнительные формулы связывают размеры фигуры с её периметром и площадью.

Если правильно определить соответствие элементов, задача решается быстро и без лишних построений. Ошибки чаще всего возникают из-за невнимательности к порядку вершин.

Метод подобия: короткий путь к точному ответу

Метод подобия помогает находить неизвестные высоты, расстояния и размеры там, где нельзя измерить всё напрямую. Он особенно полезен в задачах с чертежами, картами, тенями и пропорциями.