

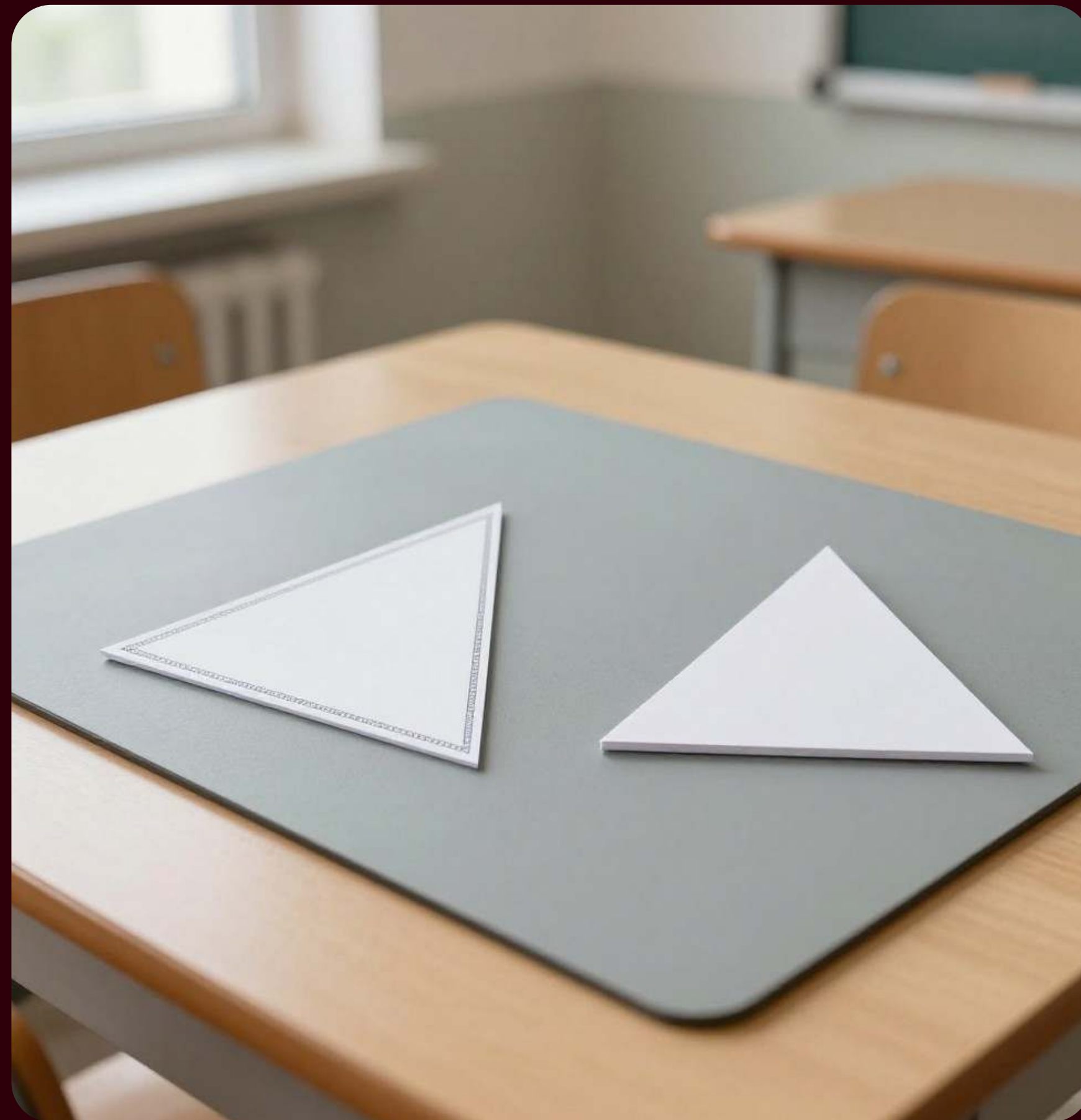


Движение сохраняет фигуру без искажения.

**Свойства фигур, сохраняющиеся
при движении: что такое
инварианты**

Зачем изучать движения в геометрии

В 9 классе движения помогают доказывать равенство фигур, решать задачи на чертежах и в координатах, а также понимать узоры, мозаики и графику, где важно сохранять форму и размеры.



Это главный признак движения: фигура не искажается, а только меняет своё положение.

4 см

— если расстояние между двумя точками было таким, то после движения оно останется тем же.

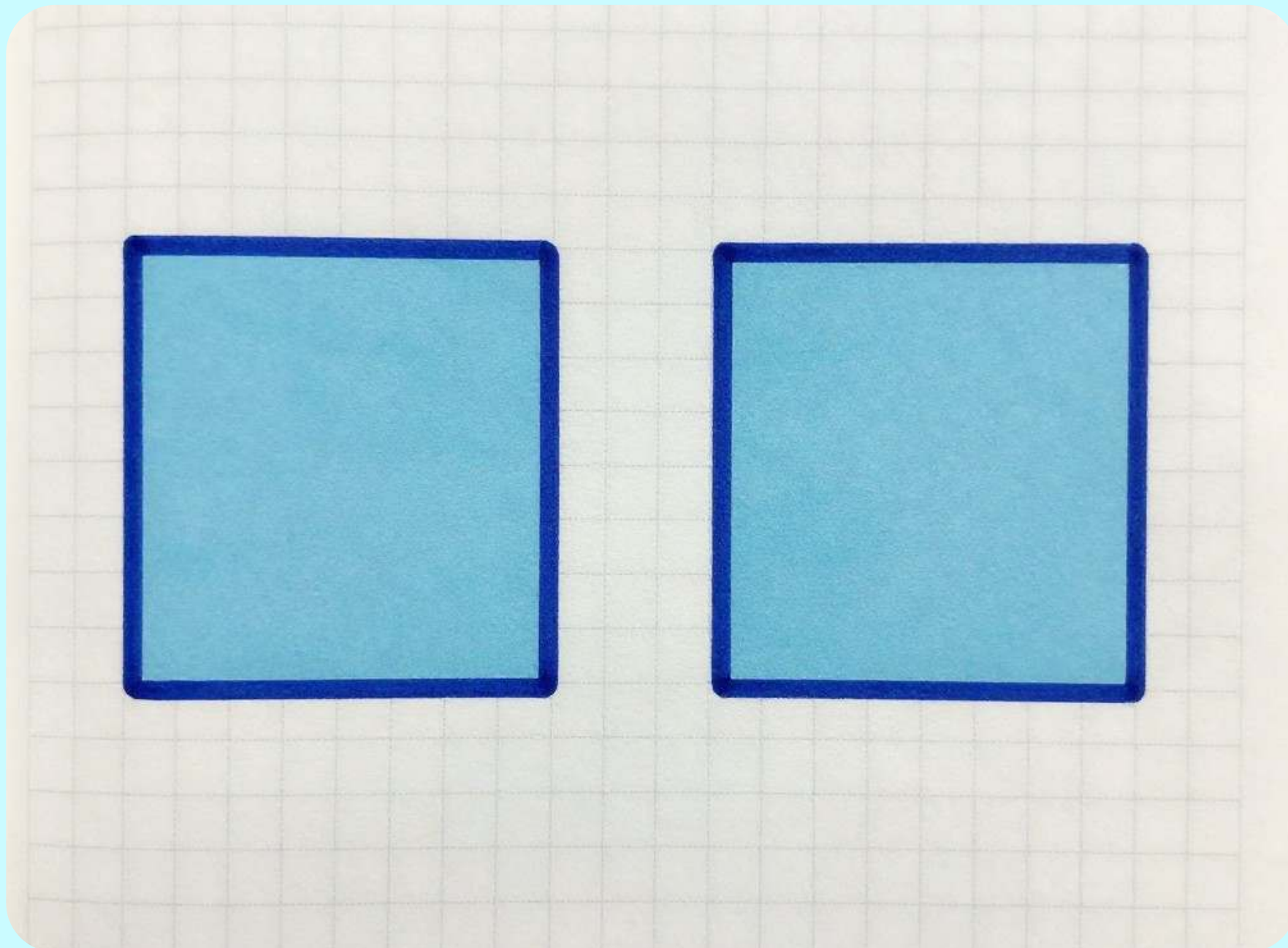
Основные виды движений и их свойства

Вид	Что сохраняется	Что меняется
Перенос	Длины, углы	Положение
Поворот	Форма, площадь	Координаты
Симметрия	Размеры, форма	Ориентация

Сравним три вида движений и увидим, что именно сохраняется, а что может измениться.

Все три движения сохраняют измеримые свойства фигуры, но могут изменять её положение и, при отражении, ориентацию.

Параллельный перенос



01 Один и тот же вектор

Каждая точка фигуры смещается на одинаковое расстояние и в одном направлении, поэтому фигура не деформируется и остаётся равной исходной.

02 Сохранение размеров

После переноса не меняются длины сторон, величины углов, периметр и площадь, а значит, фигура полностью совпадает с первоначальной по форме.

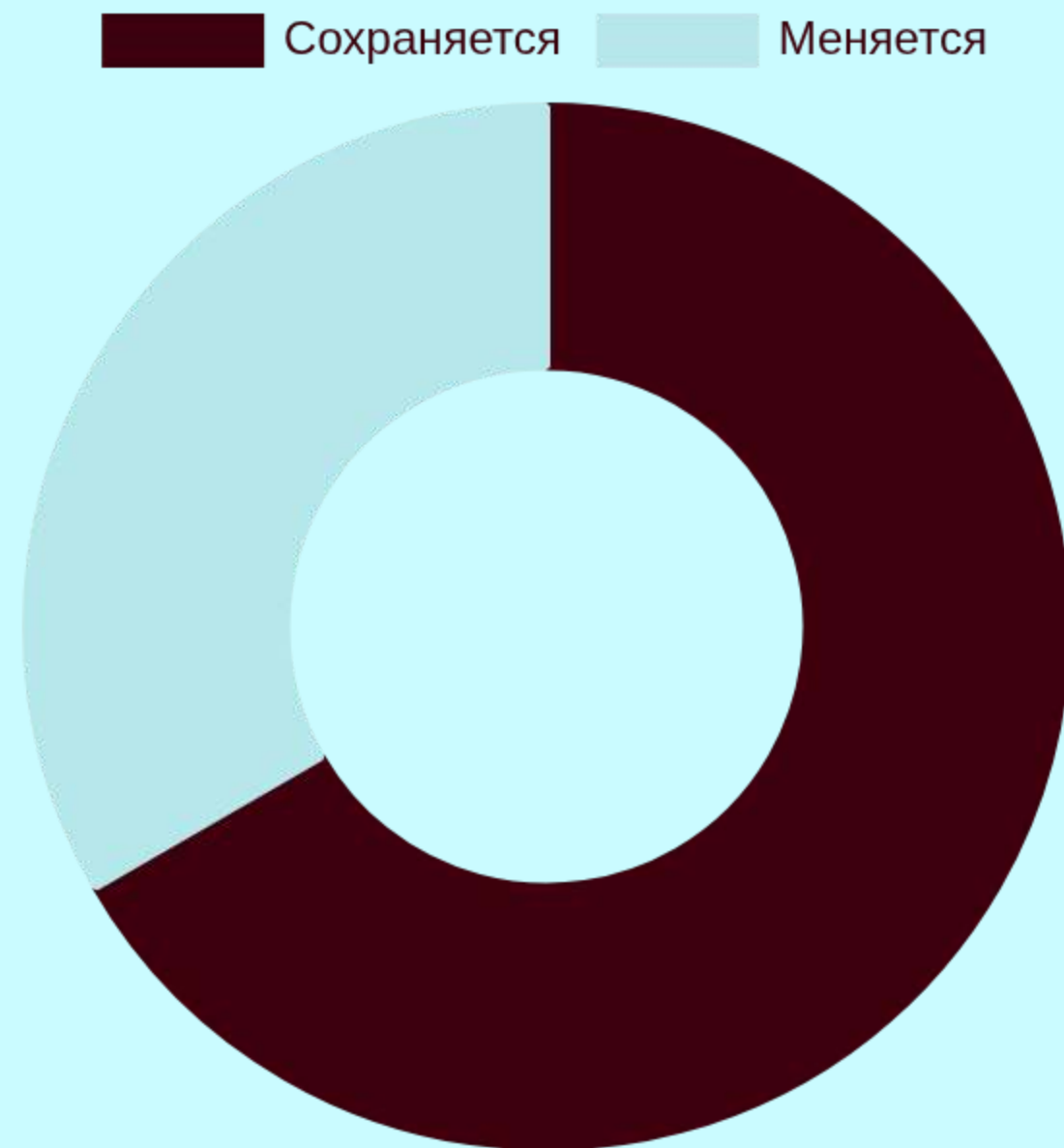
03 Как это выглядит

На клетчатой бумаге перенос легко заметить: фигура как будто «переезжает» вправо, влево, вверх или вниз, сохраняя свой вид.

04 Почему это важно

Параллельный перенос часто используют в чертежах и орнаментах, когда одинаковые элементы нужно повторить без изменения их размеров и пропорций.

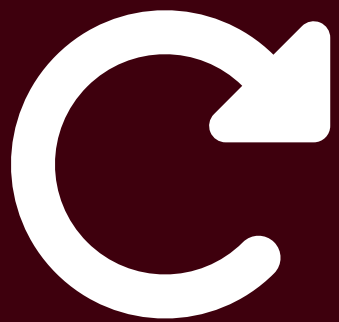
Что сохраняется при движении, а что меняется



Движение не затрагивает форму фигуры: оно лишь переносит её в новое положение или меняет ориентацию.

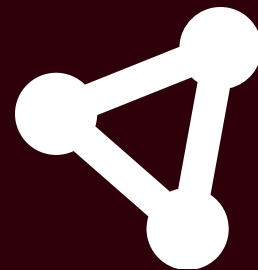
Сохраняющихся свойств больше, чем изменяющихся, поэтому движение удобно использовать для сравнения фигур.

Поворот фигуры



Центр поворота

Фигура вращается вокруг одной точки. Эта точка остаётся неподвижной, а каждая вершина описывает дугу окружности вокруг неё.



Сохранение свойств

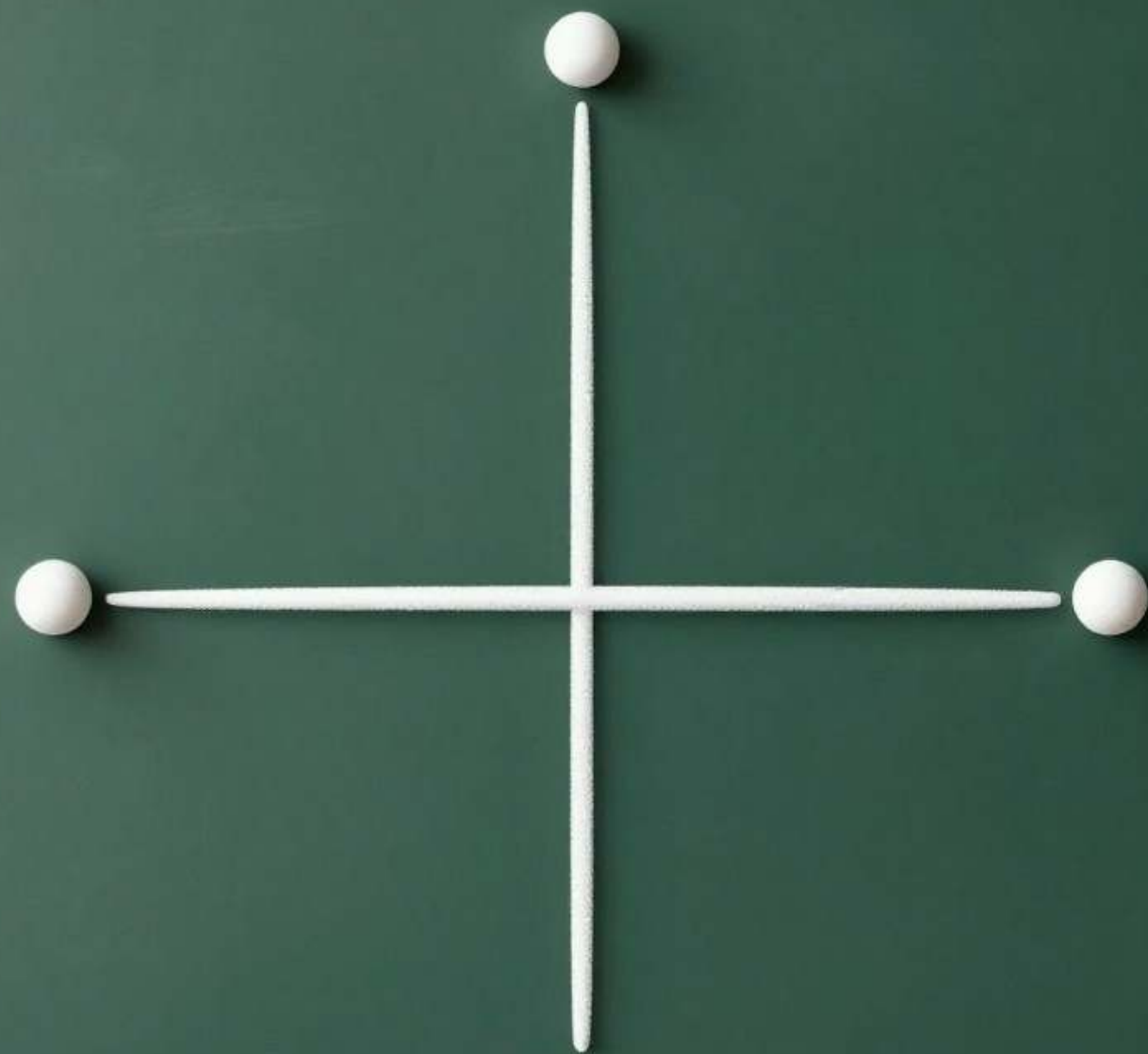
При повороте не меняются длины сторон, углы, периметр и площадь, поэтому фигура остаётся равной исходной.



Угол поворота

Чаще всего используют повороты на 90° , 180° и 270° . Они удобно показывают, как фигура меняет положение, не теряя своих размеров.

Осевая симметрия



Точки по обе стороны оси

Каждая точка переходит на другую сторону от оси симметрии на таком же расстоянии, как и её исходное положение.

Ось как серединный перпендикуляр

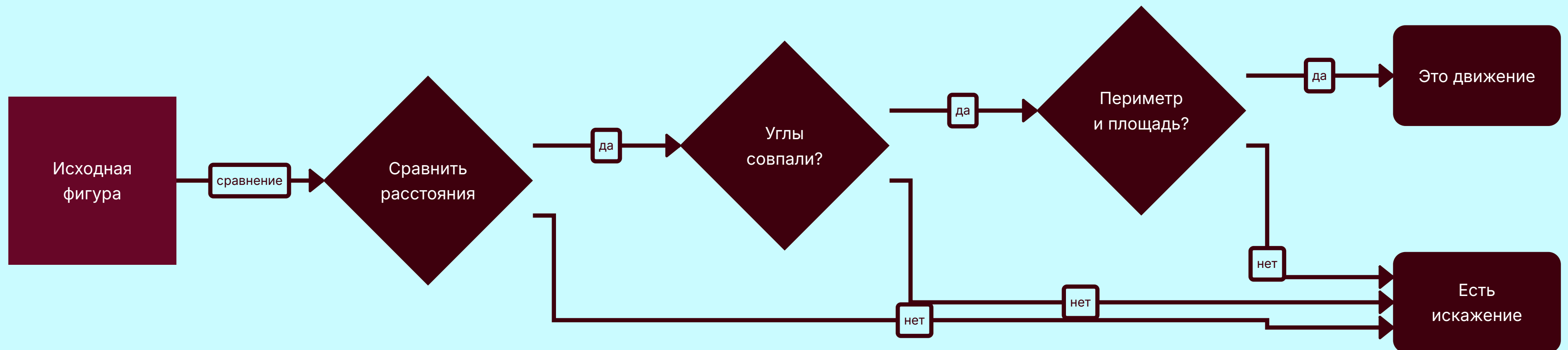
Ось симметрии делит отрезок между соответствующими точками пополам и проходит перпендикулярно к нему.

Что меняется

Размеры и форма сохраняются, но левая и правая стороны меняются местами, поэтому меняется ориентация фигуры.

Проверка: является ли преобразование движением

Алгоритм основан на сравнении расстояний, углов и общих характеристик фигуры.



Инварианты движений в школьной геометрии

Покажем, какие свойства проверяют в задачах и почему они важны для сравнения фигур.

Инварианты позволяют быстро установить равенство фигур и проверять решения без повторного измерения каждого элемента.

Объект	Сохраняется	Зачем нужно
Отрезок	Длина	Сравнение фигур
Угол	Величина	Построения
Треугольник	Стороны и углы	Равенство

Равенство фигур через движение

Совмещение фигур

01

Две фигуры считают равными, если одну из них можно точно наложить на другую с помощью движения. Тогда все соответствующие точки совпадают, а форма и размеры полностью сохраняются.

Треугольники особенно удобны

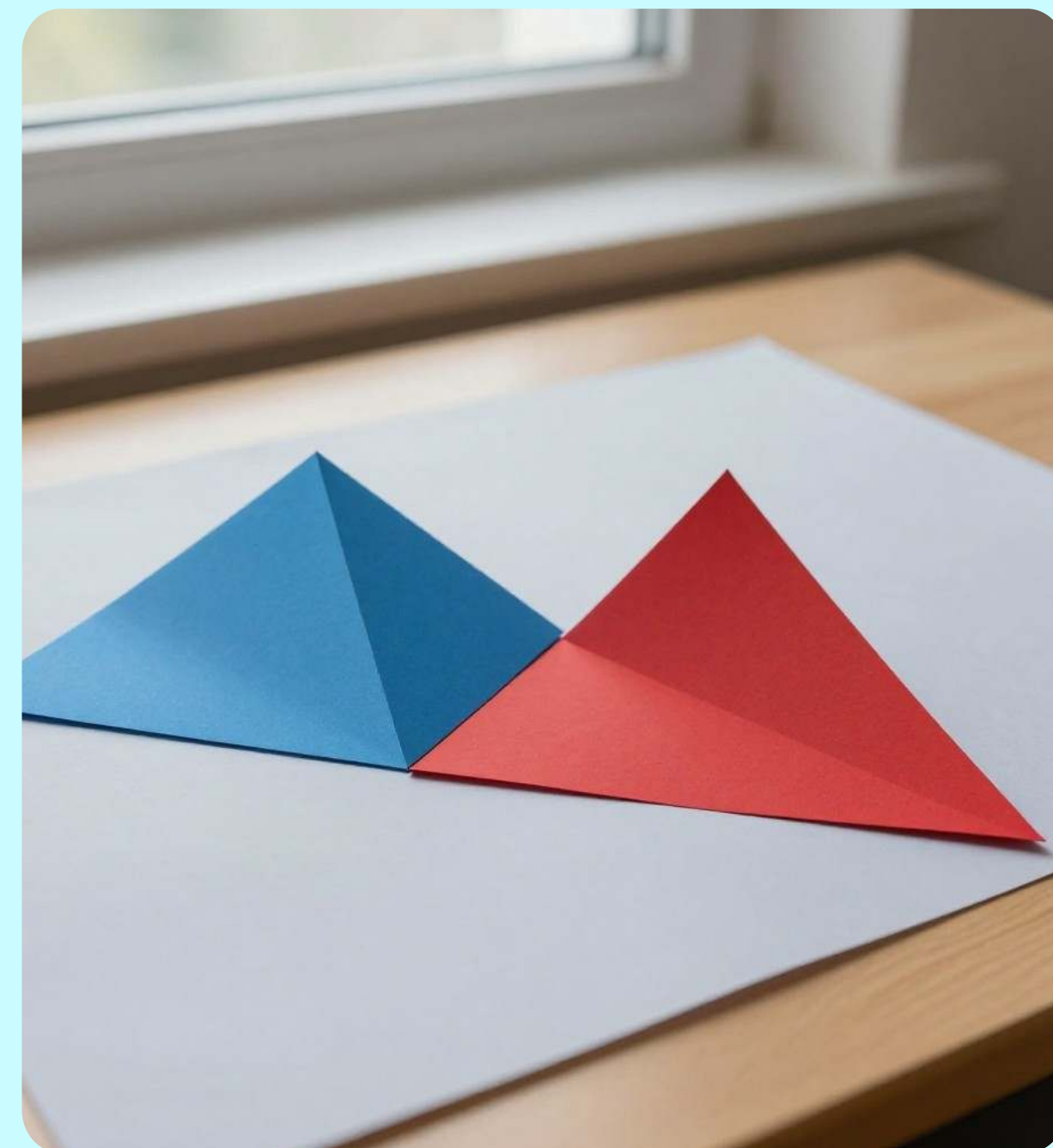
02

Для треугольников равенство означает совпадение всех сторон и углов. Если после движения каждый элемент одного треугольника соответствует элементу другого, фигуры можно считать равными.

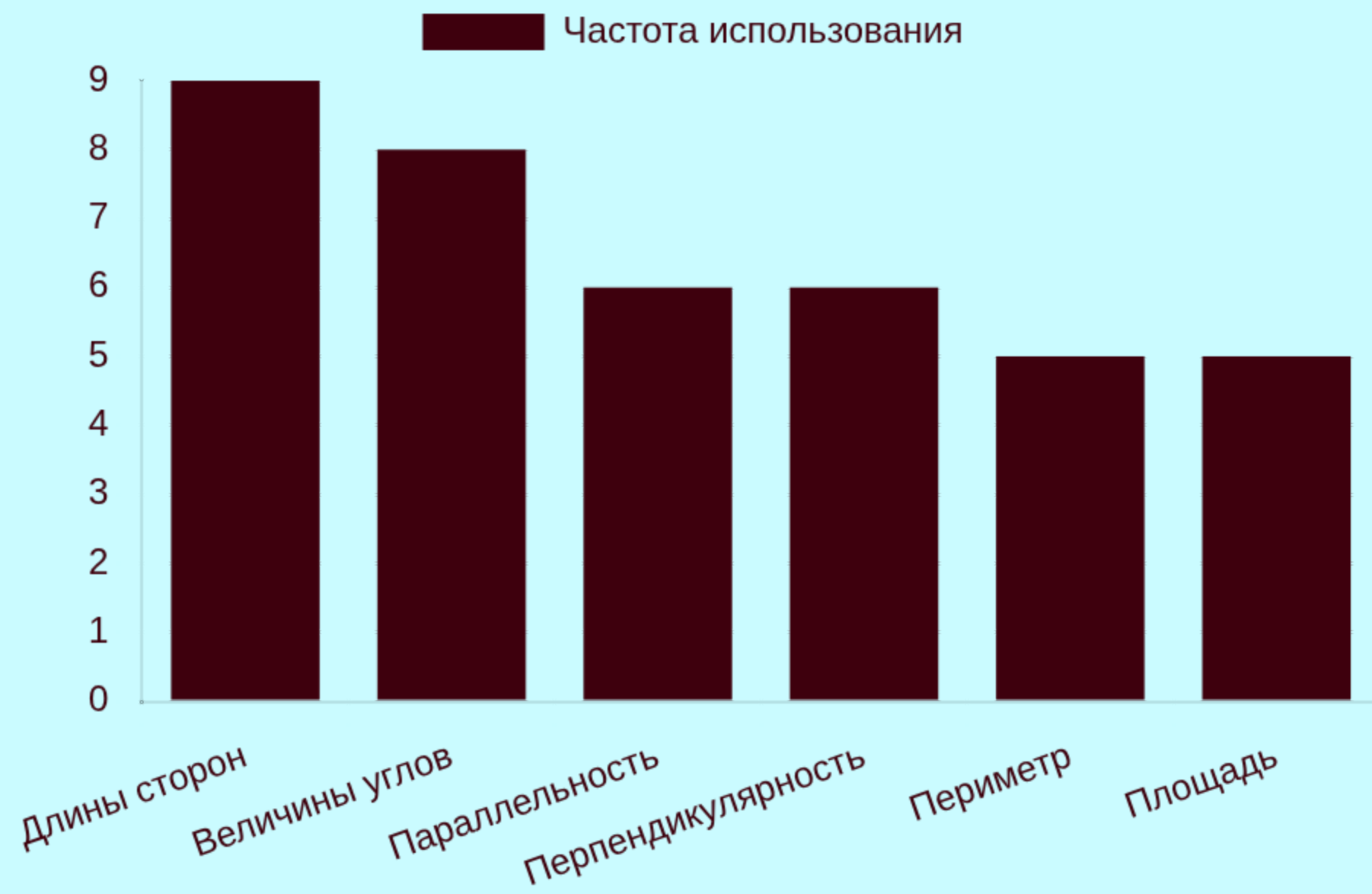
Точное геометрическое сравнение

03

Такой подход удобен в доказательствах, потому что опирается не на внешний вид, а на строгие свойства. Это помогает избегать ошибок при сравнении чертежей и задач.



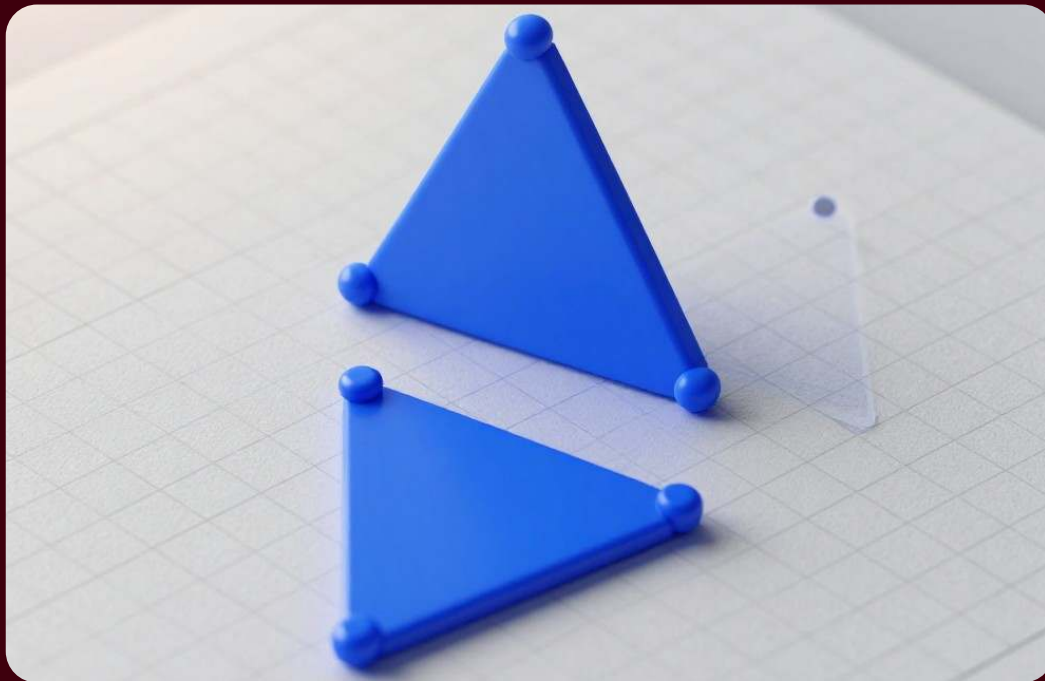
Какие признаки чаще всего используют в задачах



В школьных задачах чаще всего опираются на длины и углы: именно они быстрее всего показывают, совпадают ли фигуры после преобразования.

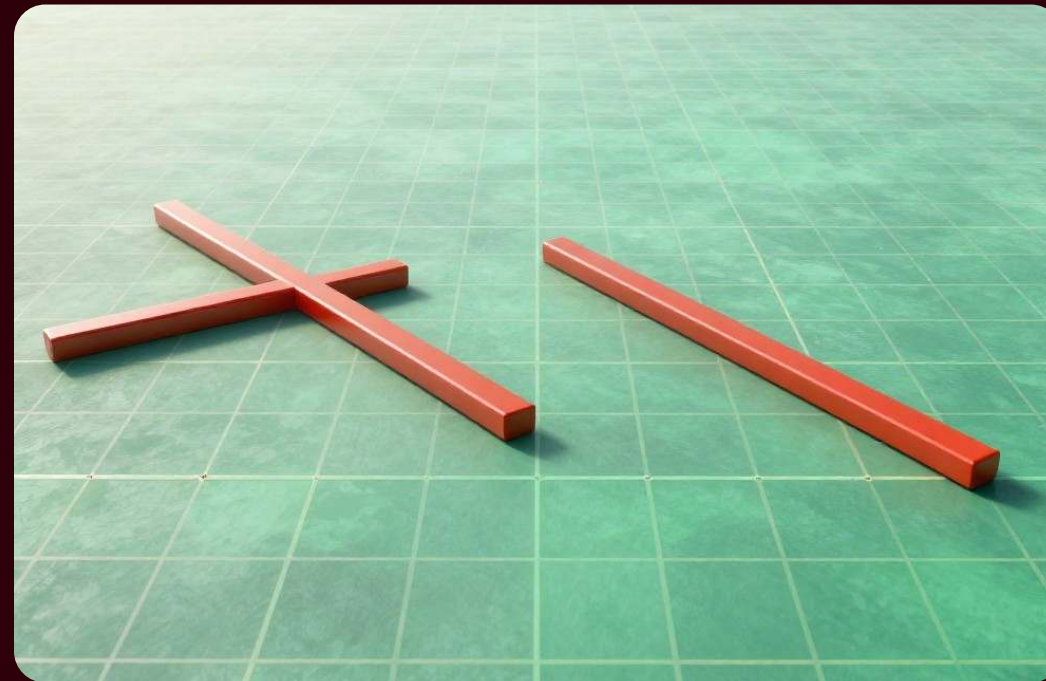
Лидируют длины и углы, а параллельность и перпендикулярность служат важными дополнительными признаками при доказательствах и построениях.

Инварианты на координатной плоскости



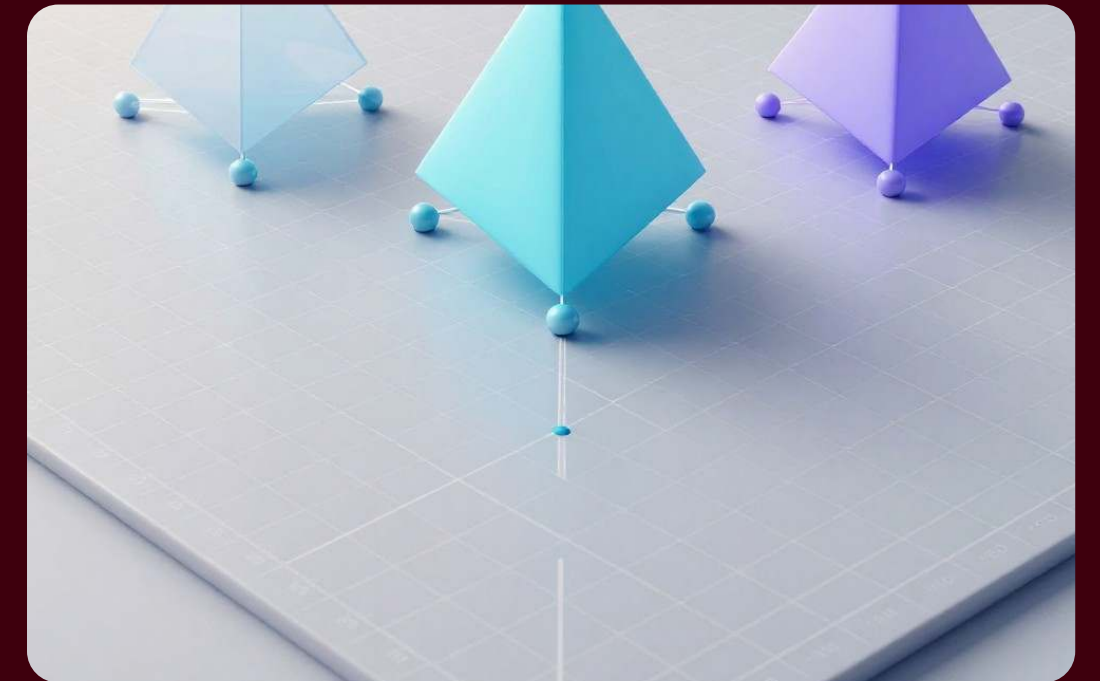
Одна фигура — разные координаты

На клетчатой бумаге удобно видеть, как одна и та же фигура меняет положение, но не меняет размеров. После параллельного переноса координаты всех точек изменяются по одному правилу, а расстояния между ними остаются прежними.



Удобство для построений

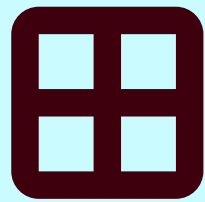
Если на чертеже нужно сравнить два отрезка или два треугольника, координатная сетка помогает делать это быстро и аккуратно. По клеткам легко проверить, сохранились ли длины, углы и направление сторон после движения.



Поворот без искажения

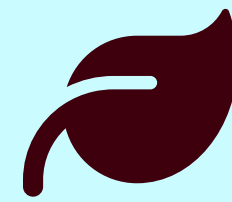
Поворот особенно хорошо заметен на координатной плоскости, потому что фигура меняет ориентацию, но не меняет форму. Точки как будто перестраиваются вокруг центра, а все измеримые свойства остаются теми же.

Где встречаются инварианты движений



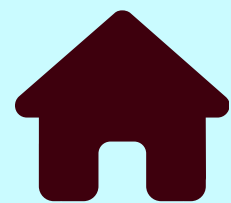
Узоры и мозаики

Повторяющиеся элементы в мозаиках и орнаментах создаются так, чтобы сохранялись размеры и форма. Благодаря этому рисунок выглядит целостным и ритмичным.



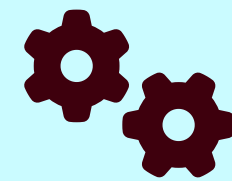
Природные формы

В снежинках, листьях и некоторых цветках можно увидеть симметрию и повторение частей. Такие формы помогают понять, как в природе проявляются движения и их инварианты.



Архитектура и отделка

В зданиях, плитке и вышивке часто используют одинаковые детали, которые можно мысленно совместить движением. Это делает композицию аккуратной и устойчивой к зрительным искажениям.

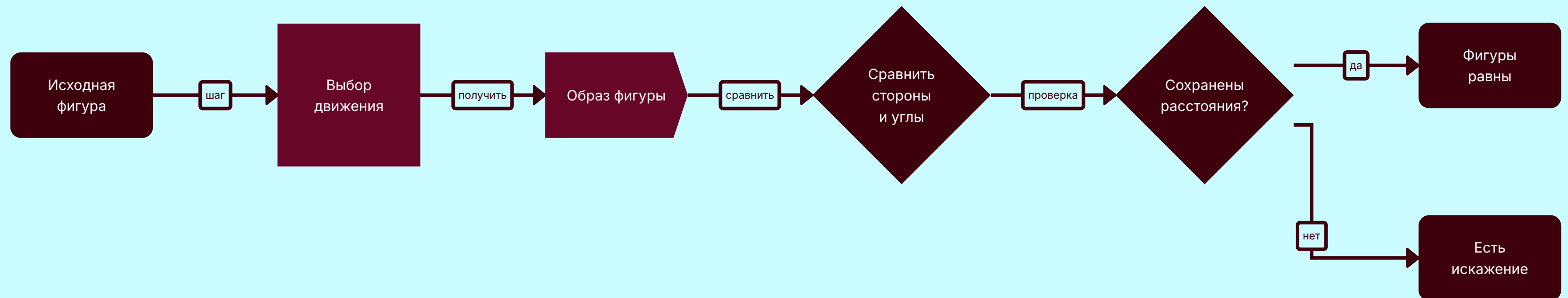


Техника и дизайн

В чертежах, механизмах и интерфейсах повторяющиеся элементы должны совпадать точно. Здесь важно, чтобы сохранялись расстояния, углы и взаимное расположение деталей.

От исходной фигуры к выводу о сохранении свойств

Схема показывает, как по шагам проверить, является ли преобразование движением и сохраняются ли инварианты.





Частые ошибки при изучении движений

- **Путают с увеличением**

Движение не делает фигуру больше или меньше. Если меняются размеры, это уже другое преобразование, а не перенос, поворот или осевая симметрия.

- **Неверно про поворот**

При повороте стороны не становятся длиннее или короче. Меняется только расположение фигуры вокруг центра, а все расстояния и углы сохраняются.

- **Забывают об отражении**

При осевой симметрии фигура остаётся такой же по размерам, но меняет ориентацию. Левые и правые части как бы меняются местами.

- **Смотрят только на вид**

Нельзя делать вывод по внешнему впечатлению. Нужно проверять точные признаки: длины, углы и взаимное расположение элементов фигуры.

Движение и растяжение: важное различие

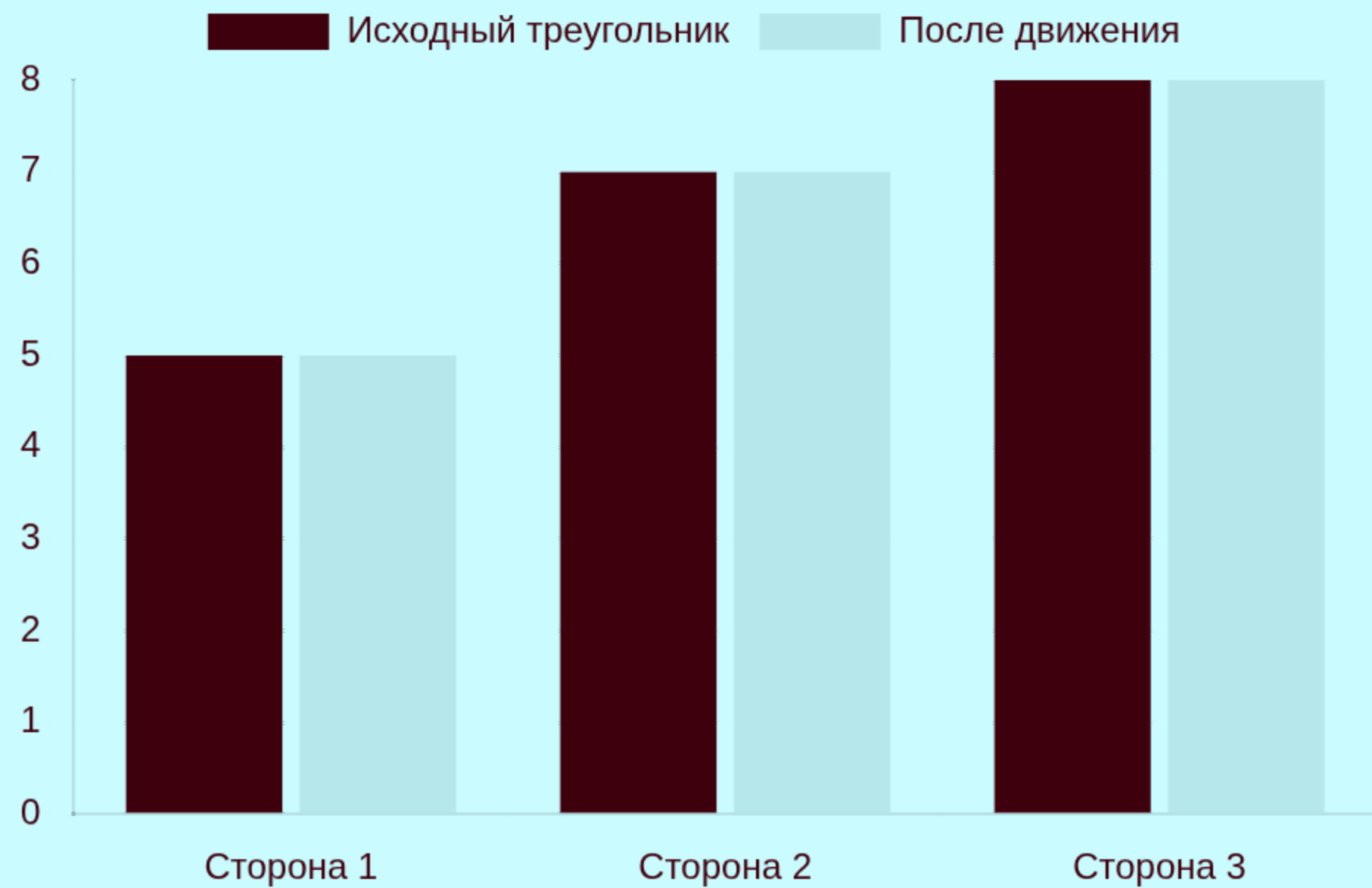
Признак	Движение	Растяжение
Длины	сохраняются	меняются
Углы	сохраняются	могут меняться
Форма	сохраняется	схожа

Сравнение показывает, почему равенство фигур связывают именно с движением, а не с изменением размеров.

Движение сохраняет инварианты, а растяжение изменяет размеры. Поэтому только движение подходит для строгого определения равных фигур.

Сравнение свойств преобразований в школьной геометрии.

Проверка инвариантов на числовом примере



Совпадение длин сторон удобно проверять по парам соответствующих элементов. На таком примере легко увидеть, что движение не меняет размеры треугольника.

Одинаковые значения сторон подтверждают сохранение формы и размеров, а значит, фигуры равны после движения.

Учебный пример для демонстрации инвариантов движений.

Они помогают
сравнивать фигуры
без искажения
их размеров и формы.
Именно поэтому
инварианты становятся
основой доказательств
и чертежей.

Курс школьной геометрии, тема «Движения
и инварианты».

3

основных движения чаще всего
рассматривают в школьной
геометрии.

Что важно запомнить об инвариантах движений

Инварианты помогают увидеть главное в фигуре: что останется тем же после переноса, поворота или отражения. Если помнить о них, геометрические задачи решаются точнее и быстрее.