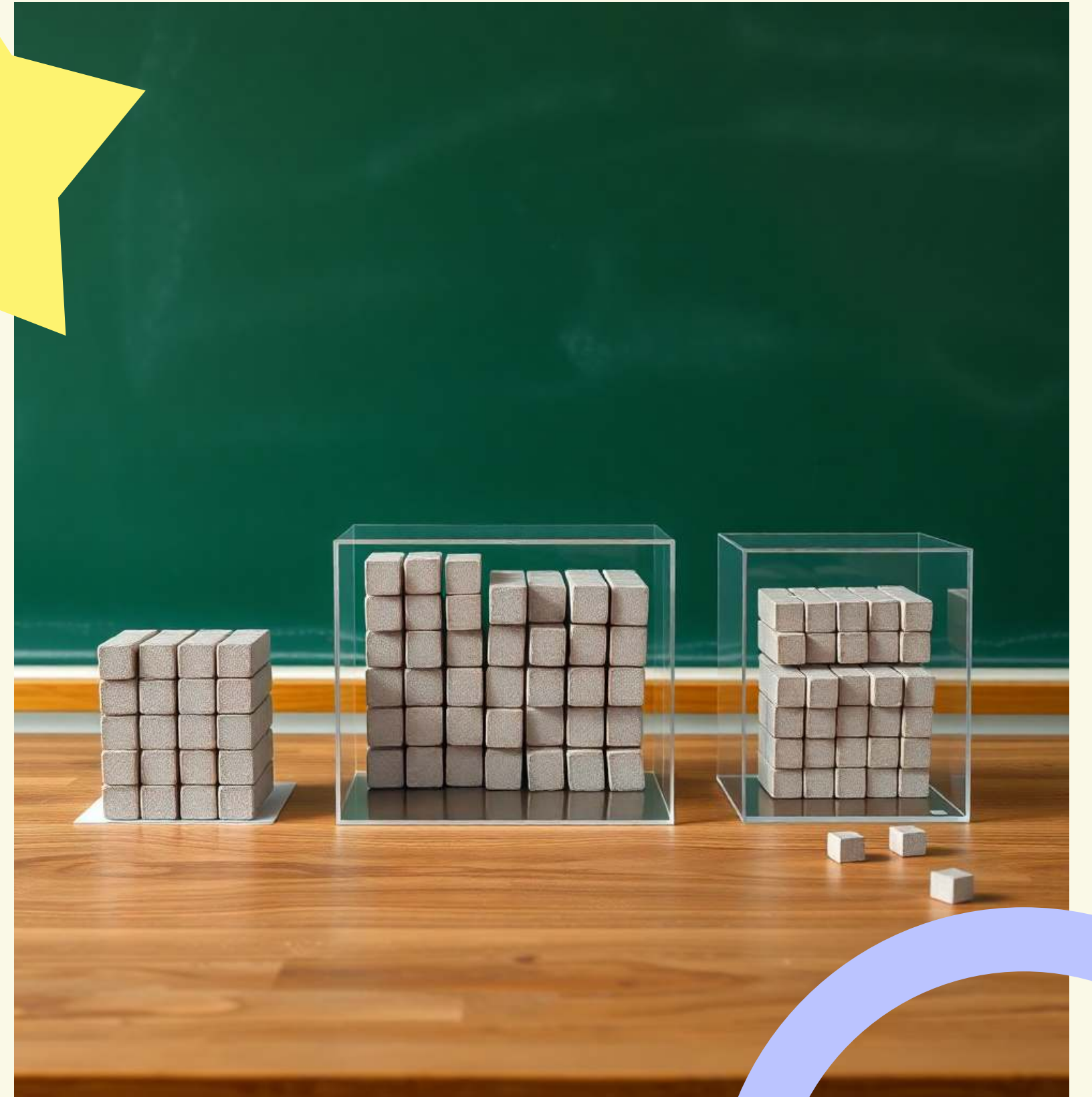
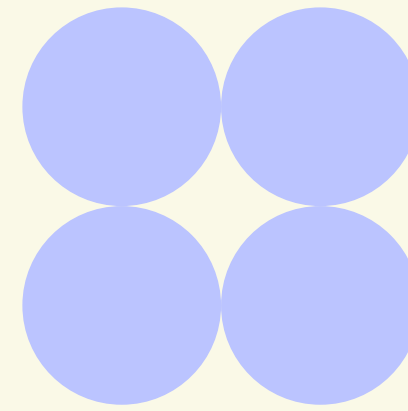


Действия со степенями: основные правила и примеры

Степени помогают быстро упрощать выражения
и считать без лишних действий.



Почему степени важны в алгебре



Степени сокращают длинные произведения, помогают в формулах площади и объёма, а также в записи очень больших и очень маленьких чисел. Это делает вычисления быстрее и удобнее в 7 классе.



Что такое степень числа

Основание

Основание степени — это число, которое умножают само на себя несколько раз. Именно оно повторяется в записи степени и определяет, какое число берётся в произведение.

Показатель

Показатель показывает, сколько одинаковых множителей входит в запись. Например, в 3^4 число 3 повторяется четыре раза, значит степень читается как произведение четырёх троек.

Квадрат и куб

Вторая степень называется квадратом числа, а третья — кубом. Эти названия часто встречаются в задачах, поэтому важно узнавать их быстро и понимать, что они означают.

Степень как повторяющееся умножение

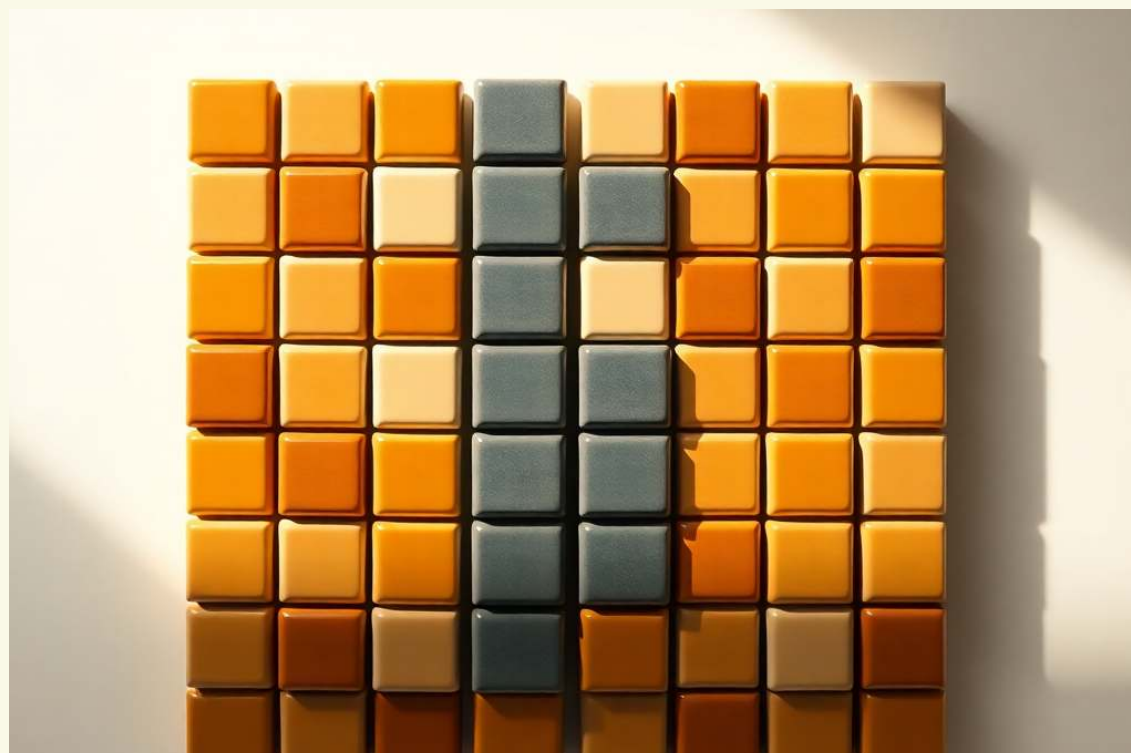
1 Три пятёрки подряд

Запись 5^3 можно прочесть как три одинаковых множителя 5. Это означает $5 \cdot 5 \cdot 5$, то есть повторение одного и того же числа три раза. Такая запись короче и нагляднее обычного произведения.



2 Число повторений в примере

В выражении 2^4 число 2 повторяется четыре раза, поэтому результат равен 16. Если показатель равен 2, получается квадрат, а при показателе 1 число остаётся без изменений. Это хорошо видно на простых числовых примерах.



3 Группы одинаковых предметов

Смысл степени легко показать на рисунке с одинаковыми предметами: ряды, столбики или группы. Например, 4 ряда по 2 предмета, 3 ряда по 3 предмета или 2 ряда по 5 предметов помогают увидеть повторение.



Квадраты и кубы чисел

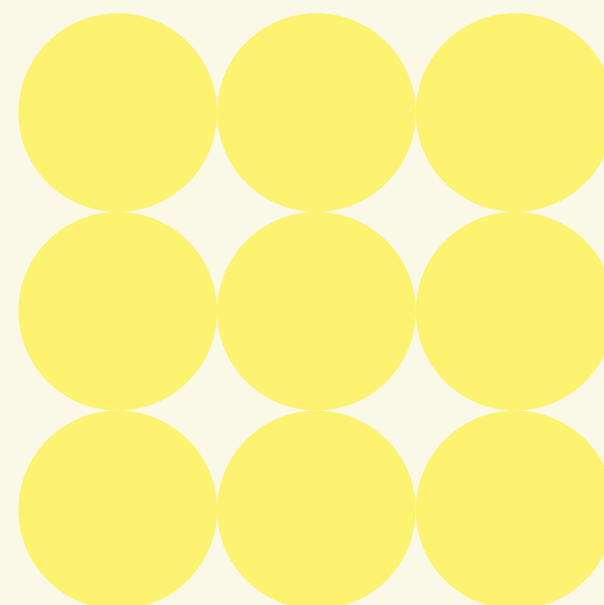
Сравнение показывает, как быстро растёт значение при увеличении показателя степени.



Кубы возрастают заметно быстрее квадратов, потому что число умножается на себя большее количество раз.

Школьные вычисления по теме степеней; значения рассчитаны для чисел 2, 3 и 4.

Умножение степеней с одинаковым основанием



1

Найдите общее основание

Сначала убедитесь, что в обоих множителях одно и то же основание. Именно одинаковые основания позволяют применять правило сложения показателей и заменять длинную запись одной степенью.

2

Сложите показатели

При умножении степеней показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Это связано с тем, что одинаковые множители просто объединяются в одну цепочку без изменений.

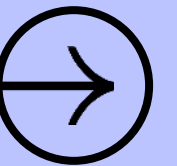
3

Проверьте результат

После преобразования можно при необходимости вычислить значение. Например, $5^2 \cdot 5^3 = 5^5$, $x^4 \cdot x^1 = x^5$, $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$. Это экономит время и уменьшает число ошибок.

Деление степеней с одинаковым основанием

- Вычитание показателей
- При делении степеней показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$, если $m > n$ и $a \neq 0$. Так отражается сокращение одинаковых множителей.



- Сравнение одинаковых множителей
- Сначала рассматривают числитель и знаменатель как произведения с одинаковым основанием. Общие множители можно сокращать, поэтому выражение становится короче и понятнее.

- Примеры для проверки
- По этому правилу $7^5 : 7^2 = 7^3$, а $x^6 : x^2 = x^4$.
- После преобразования можно при необходимости найти числовое значение полученной степени.

Как работать со степенями с одинаковым основанием

Последовательность действий для преобразования выражений по школьным правилам алгебры.



Возведение степени в степень

1

Смысл правила

Если степень возводят в степень, внешнее число показывает, сколько раз повторяется внутренняя степень целиком. Поэтому показатели не складываются и не вычитаются, а перемножаются.

2

Формула записи

Правило выглядит так: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$. Сначала остаётся одно основание, а затем показатели умножаются между собой, потому что повторяется вся внутренняя степень.

3

Примеры вычислений

По этому правилу $(2^3)^2 = 2^6$, $(x^2)^4 = x^8$, $(5^1)^3 = 5^3$. Такие примеры помогают увидеть, как изменяется запись без лишних преобразований.

Степень произведения

Каждый множитель отдельно

Если в скобках находится произведение, степень распределяется на каждый множитель. Запись $(ab)^n$ превращается в $a^n b^n$, потому что оба числа повторяются одинаковое число раз.

Понятный пример

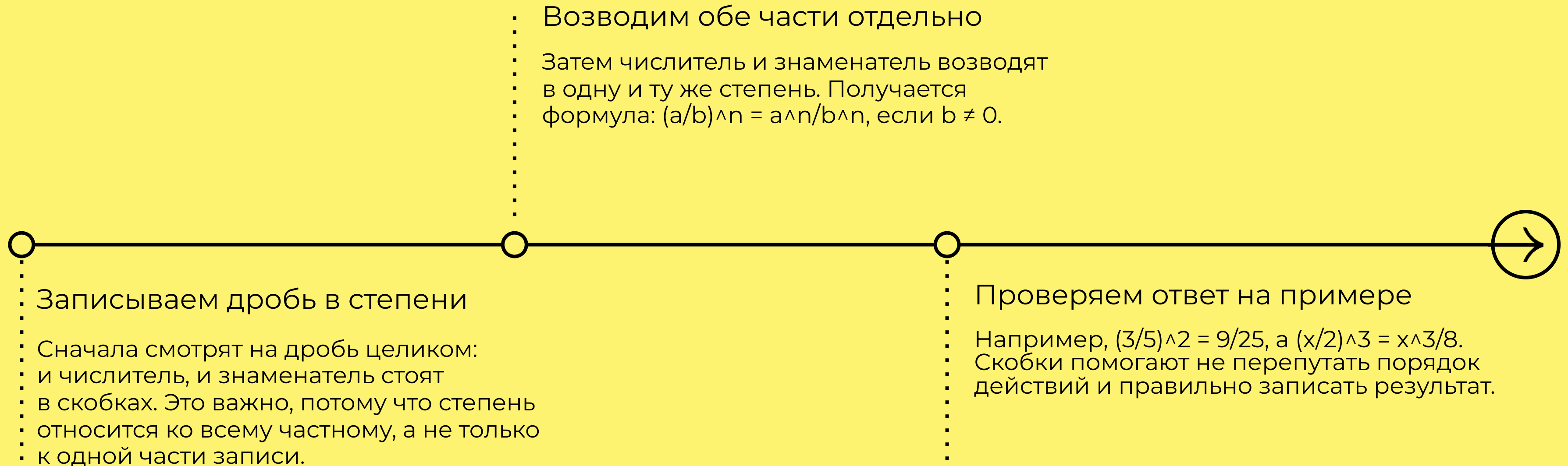
В выражении $(2 \cdot 3)^2$ сначала оба числа возводятся во вторую степень: $2^2 \cdot 3^2$. Затем можно вычислить результат, если это нужно в задаче или проверке ответа.

Полезно для буквенных выражений

Для букв это особенно удобно: $(x \cdot y)^3 = x^3 y^3$. Такое правило помогает быстро раскрывать скобки и не путать степень произведения со сложением или умножением внутри выражения.



Степень частного



Сводная таблица основных правил степеней

Правило	Формула	Пример
Умножение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	$5^2 \cdot 5^3 = 5^5$
Деление	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$7^5 : 7^2 = 7^3$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$	$(2^3)^2 = 2^6$
Степень произведения	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$
Степень частного	$(a/b)^n = a^n / b^n$	$(3/5)^2 = 9/25$

Основные правила показывают, как изменяются показатели степени при разных действиях и как быстро записывать результат в одной степени.

В зависимости от действия показатели складываются, вычитаются или перемножаются; это позволяет преобразовывать выражения быстрее и без лишних вычислений.

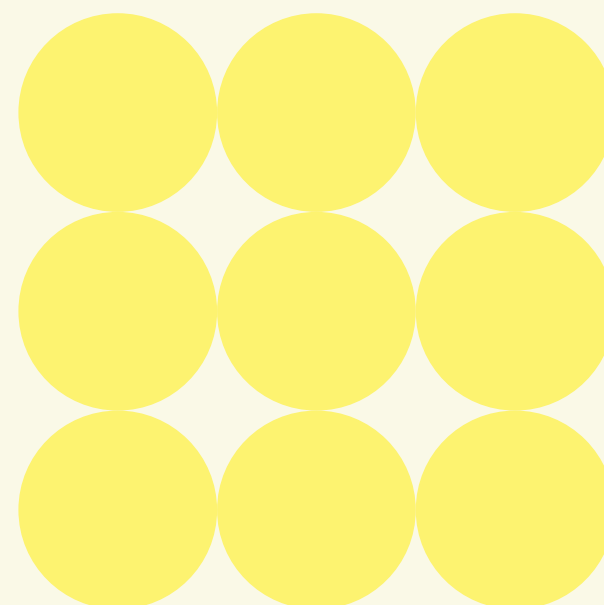
1

любое ненулевое число в нулевой степени
равно этому числу, если не считать саму
запись нулевой степени для нуля

Школьные правила алгебры для 7 класса

Это правило помогает сразу
упростить выражение: 9^0 , $(-4)^0$
и x^0 при $x \neq 0$ дают один
и тот же результат.

Отрицательный показатель степени



1 Смысл записи

Отрицательный показатель показывает, что нужно взять обратное число. Поэтому a^{-n} заменяют дробью $1/a^n$, если основание не равно нулю.

2 Примеры вычислений

Так удобно получать дробные ответы без лишних шагов: $2^{-3} = 1/8$, $5^{-2} = 1/25$, $10^{-1} = 1/10$.

3 Где это полезно

Такая форма часто встречается в алгебре и физике, когда нужно записать очень маленькие величины или аккуратно работать с дробями.

Как меняется значение степени при росте показателя

Даже при одном и том же основании рост показателя быстро увеличивает результат, поэтому степени удобны для краткой записи больших чисел.

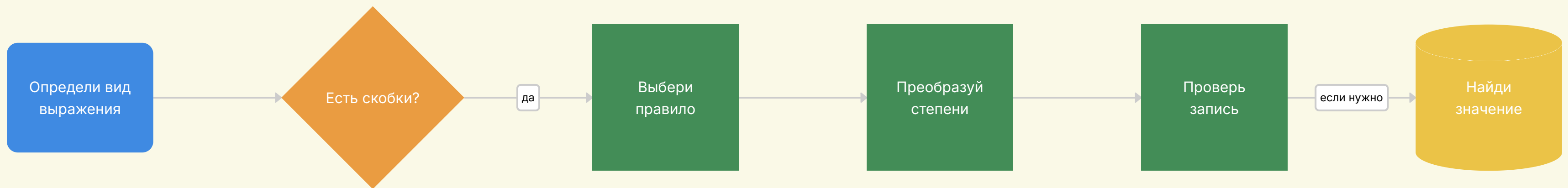


Показатель на 1 больше почти удваивает значение для основания 2, что наглядно демонстрирует быстрый рост степени.

Школьный пример: значения 2^1 – 2^5

Алгоритм упрощения выражений со степенями

Школьные правила алгебры для 7 класса: выбор действия, применение формулы и проверка результата.



Типичные ошибки при действиях со степенями

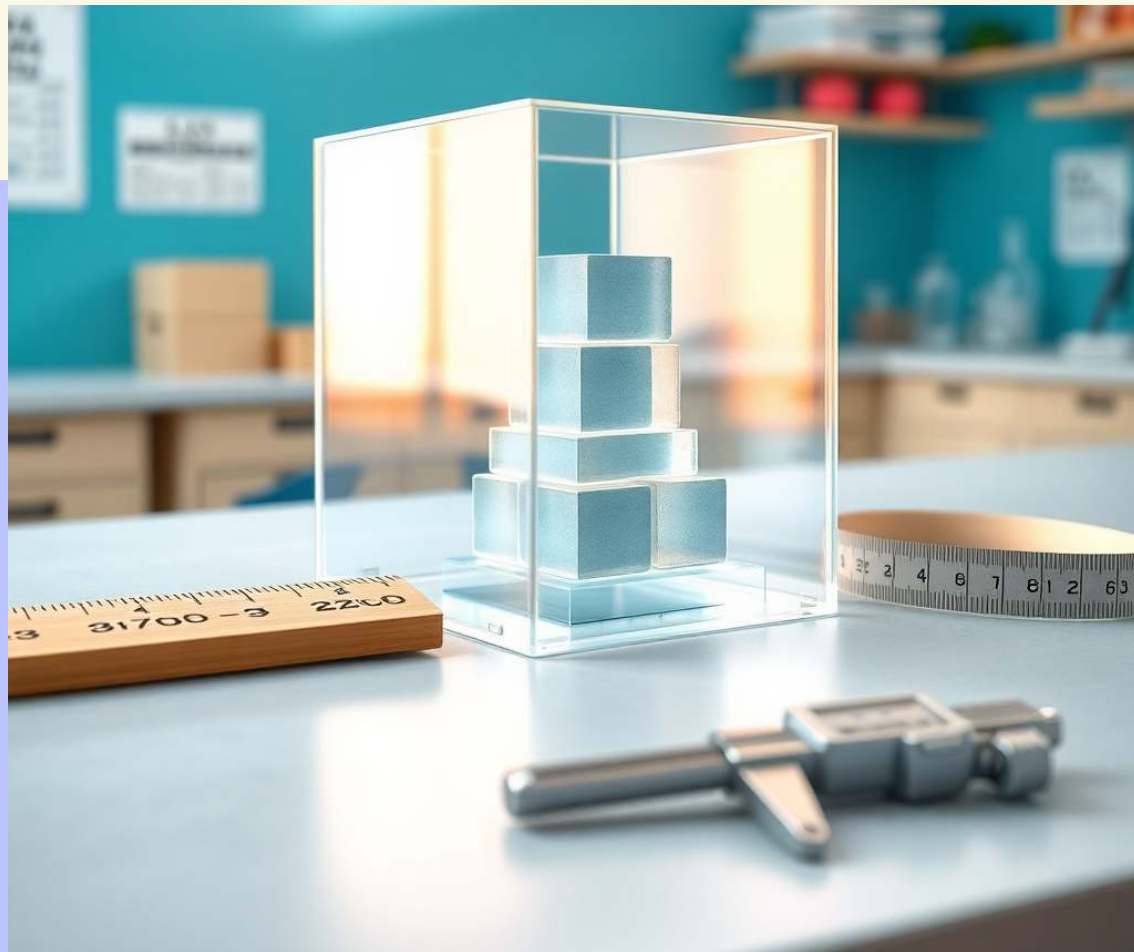
Таблица помогает увидеть самые частые ошибки и сразу отличить правильное применение правил от неверного.

Правила степеней действуют для умножения, деления и скобок с произведением, но не для сложения внутри скобок.



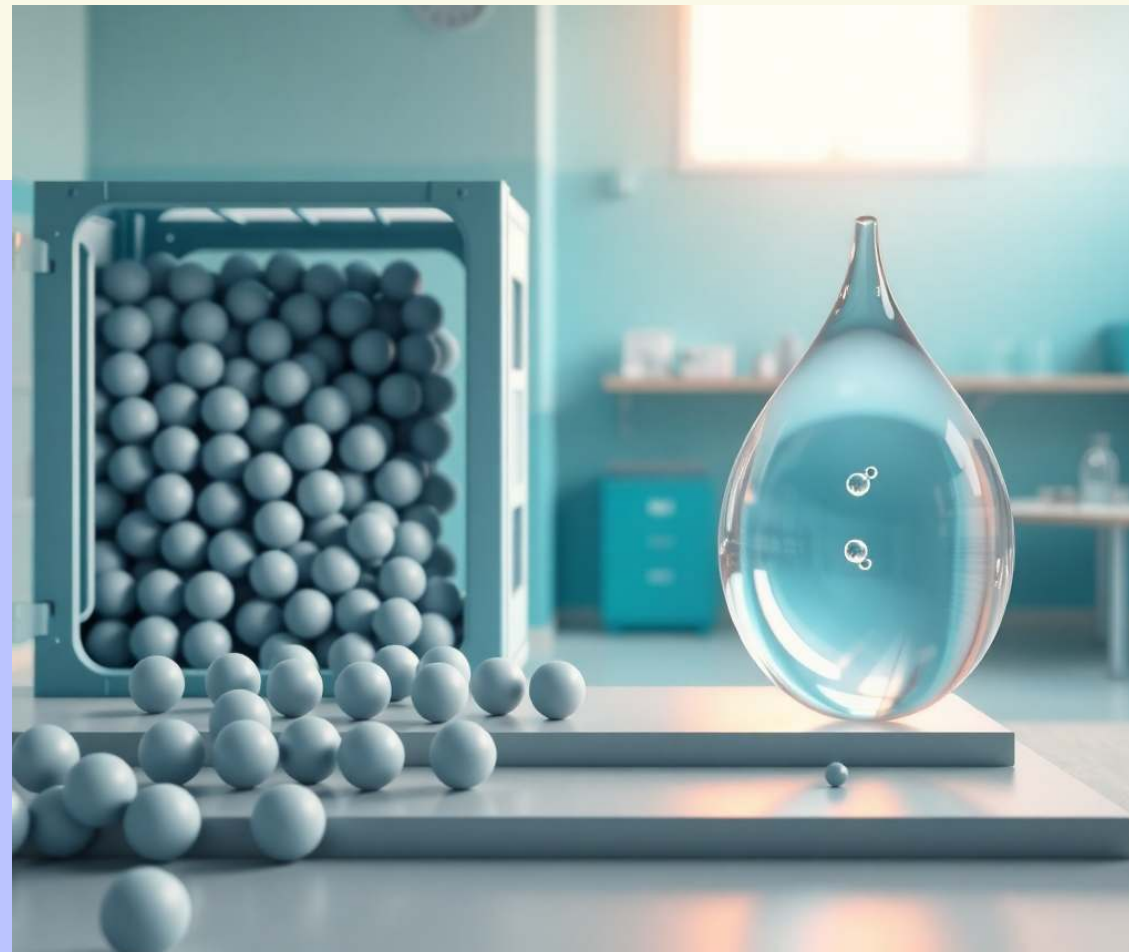
Неверная запись	Правильная запись	Причина ошибки
$2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$	Показатели складывают
$(2^3)^2 = 2^5$	$(2^3)^2 = 2^6$	Показатели перемножают
$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$	Сумма не распределяется

Степени в жизни и в учебных предметах



Измерения и формулы

Степени часто встречаются в формулах площади и объема. Если ребро куба обозначить буквой, третья степень сразу показывает, как связаны длина ребра и объем фигуры.



Большие и маленькие числа

Запись через степени десяти помогает экономить место и быстрее читать числа. Например, 10^3 означает тысячу, а 10^{-2} — сотую часть единицы.



Знаки в науке и технике

В учебных предметах степени используют для обозначения кратных и долей величин. Это удобно, когда нужно сравнивать размеры, переводить единицы и не писать длинные числа.

Мини-проверка по теме урока



Сложение показателей

Проверьте выражение $3^2 \cdot 3^5$. Здесь основание одинаковое, значит показатели нужно сложить, а не перемножить или оставить без изменений.



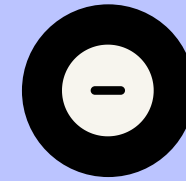
Степень степени

В примере $(x^3)^2$ внешний показатель показывает, сколько раз повторяется внутренняя степень. Поэтому показатели перемножаются, и получается одна степень.



Степень произведения

Выражение $(4y)^2$ требует возвести в степень каждый множитель. Число и буква обрабатываются отдельно, потому что они стоят в скобках.



Нулевой показатель

В записи 6^0 основание не равно нулю, значит результат всегда равен 1. Это правило полезно при упрощении выражений и формул.



Отрицательный показатель

Пример 2^{-2} показывает, что отрицательная степень означает обратное число. После преобразования получается дробь $\frac{1}{2^2}$, то есть $\frac{1}{4}$.



Итоги урока: что важно запомнить

Степени помогают быстро сокращать запись и упрощать выражения. Главное — помнить, когда показатели складываются, вычитаются или перемножаются, а также не забывать про нулевую и отрицательную степени.

