

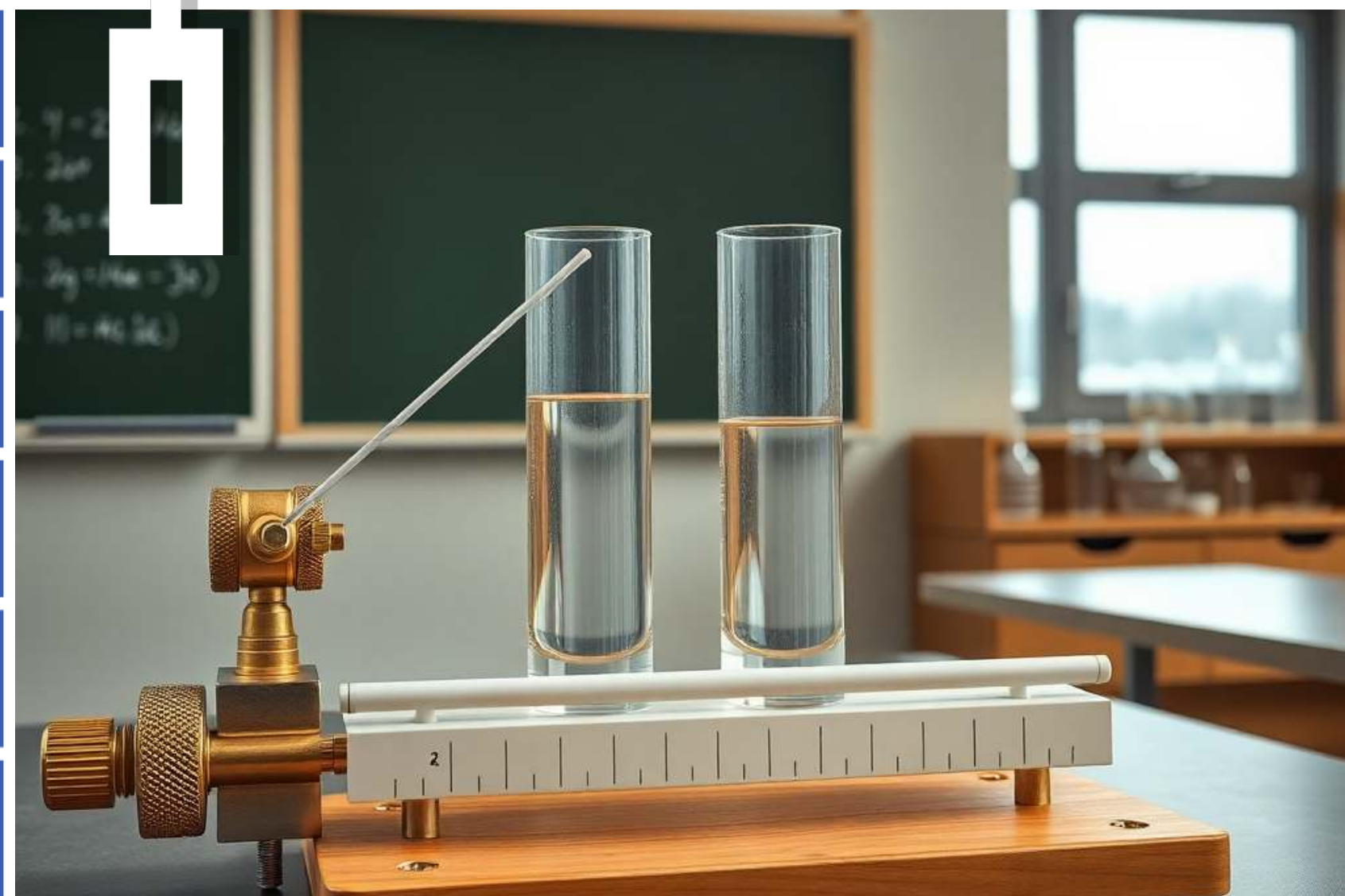
Функция $y = ax$: прямая
пропорциональность
и её график

Прямая пропорциональность:
от формулы к графику и задачам.



Зачем изучать $y = ax$ в 10 классе

Эта функция показывает, как одна величина меняется прямо пропорционально другой. На её примере удобно понимать графики, работать с зависимостями и применять алгебру к жизненным ситуациям — от цены товара до пути и расхода материалов.



Определение функции $y = ax$

1

Формула зависимости

Функция задаётся равенством $y = ax$, где x — независимая переменная, а y — зависимая. Значение a определяет, во сколько раз меняется y при изменении x .

2

Коэффициент пропорциональности

Число a называют коэффициентом пропорциональности. Оно связывает значения переменных постоянным отношением и задаёт характер зависимости: рост, убывание или отсутствие изменения.

3

Область допустимых x

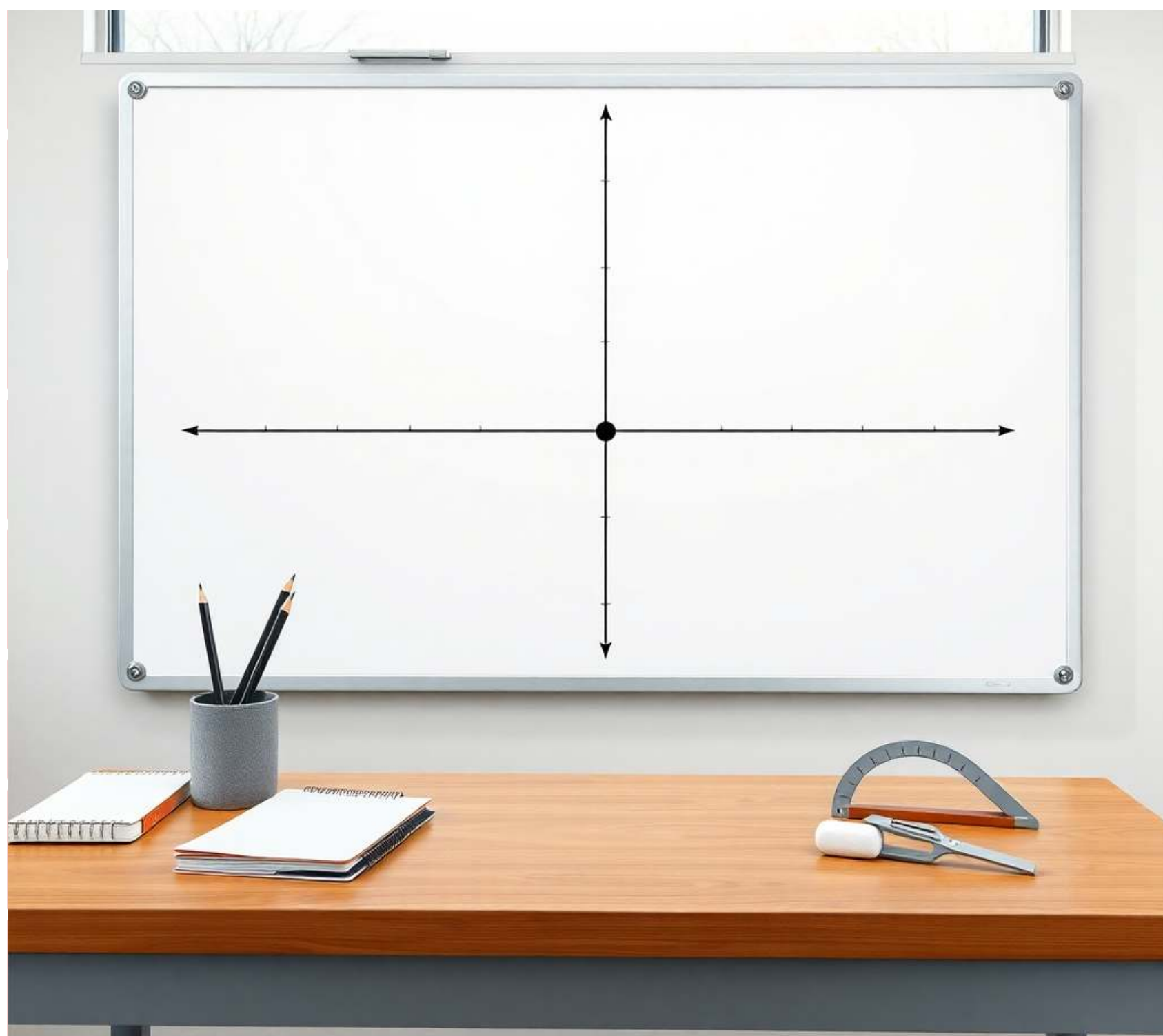
Для любого действительного x можно найти соответствующее значение y . Поэтому область определения функции $y = ax$ — все действительные числа без ограничений.

4

Особый случай $a = 0$

Если $a = 0$, то $y = 0$ при любом x . В этом случае график вырождается в ось Ox , а функция становится постоянной.

График функции $y = ax$: прямая через начало координат



Обязательная точка

Любой график функции $y = ax$ проходит через начало координат, потому что при $x = 0$ получается $y = 0$. Это отличительный признак прямой пропорциональности.

Положительный коэффициент

При $a > 0$ прямая идёт слева направо вверх. Чем больше коэффициент, тем быстрее возрастает y при одинаковом увеличении x .

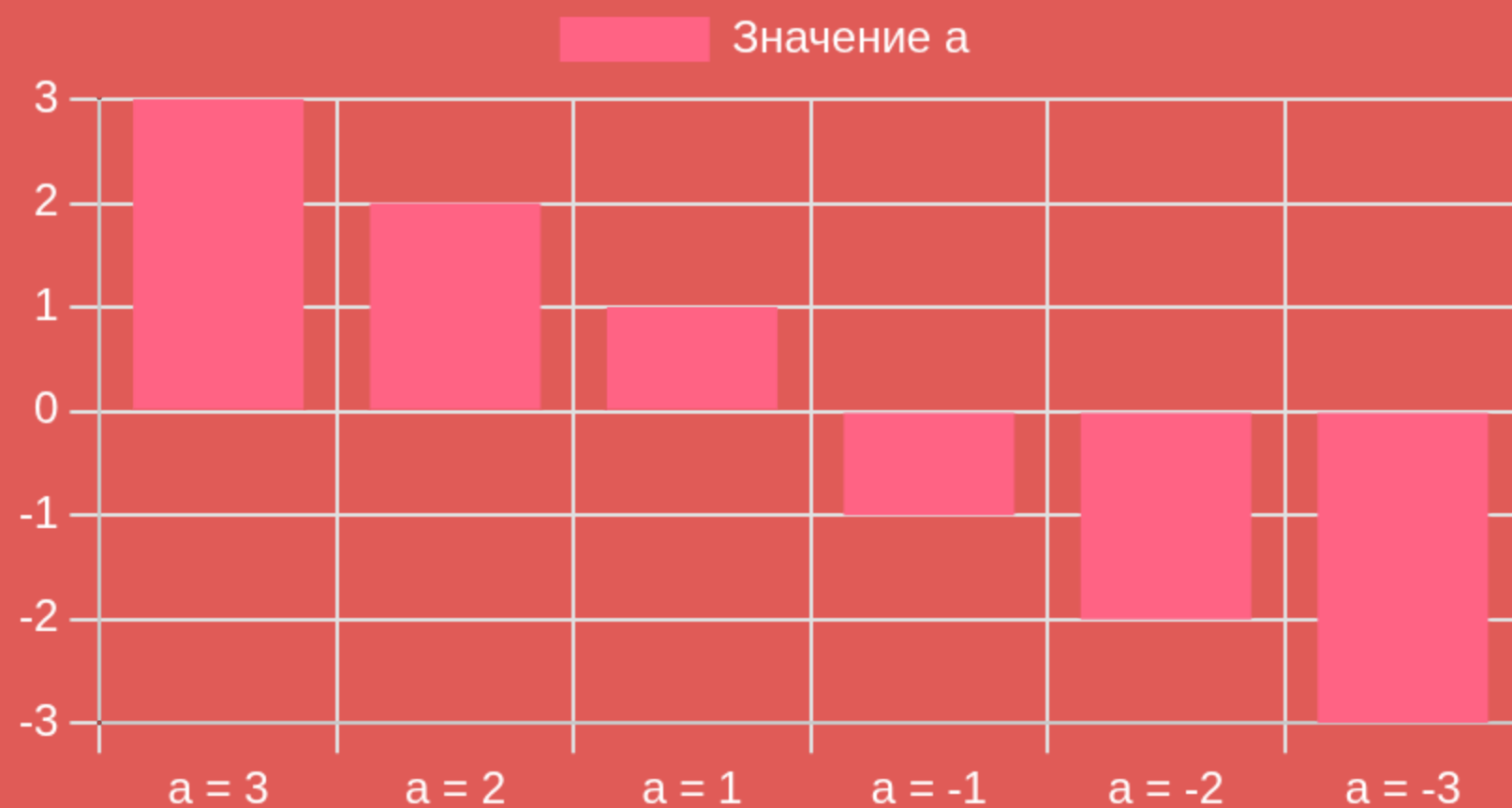
Отрицательный коэффициент

При $a < 0$ график убывает: чем больше x , тем меньше y . Такая прямая сохраняет проход через начало координат, но наклоняется в противоположную сторону.

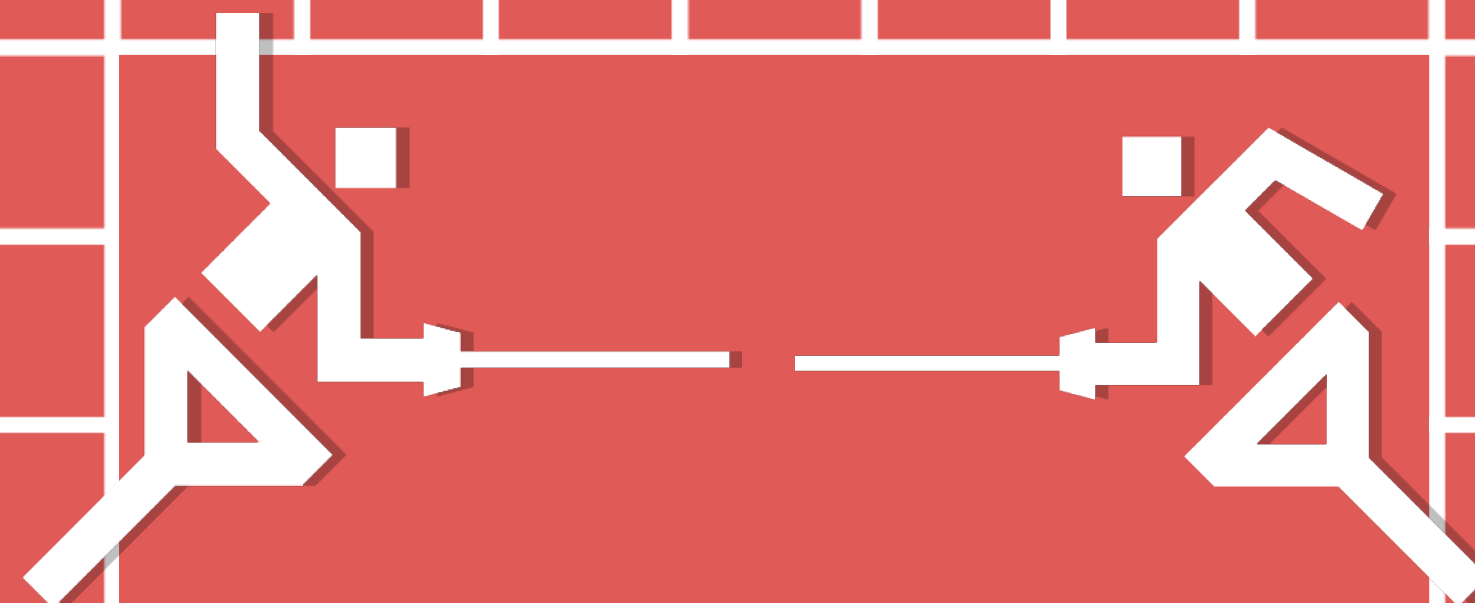
Влияние модуля a

Чем больше $|a|$, тем круче наклон прямой. При малых значениях $|a|$ график расположен ближе к оси Ox и меняется медленнее.

Как коэффициент a влияет на наклон прямой



Учебный пример по теме «Функция $y = ax$ »; построение по значениям коэффициента a .



На диаграмме видно не только знак коэффициента, но и его влияние на крутизну. При одинаковом x больший модуль a даёт более резкое изменение y .

Положительные значения задают возрастание, отрицательные — убывание. Нулевой коэффициент выделяется как отдельный случай: график совпадает с осью Ox .

Основные свойства функции $y = ax$



Область определения

Функция определена при любых действительных значениях x , поэтому для неё нет ограничений по аргументу. Это делает модель удобной для общего описания пропорциональных зависимостей.



Область значений

Если $a \neq 0$, то функция принимает все действительные значения y . При $a = 0$ множество значений сужается до одного числа — нуля, поскольку график совпадает с осью Ox .



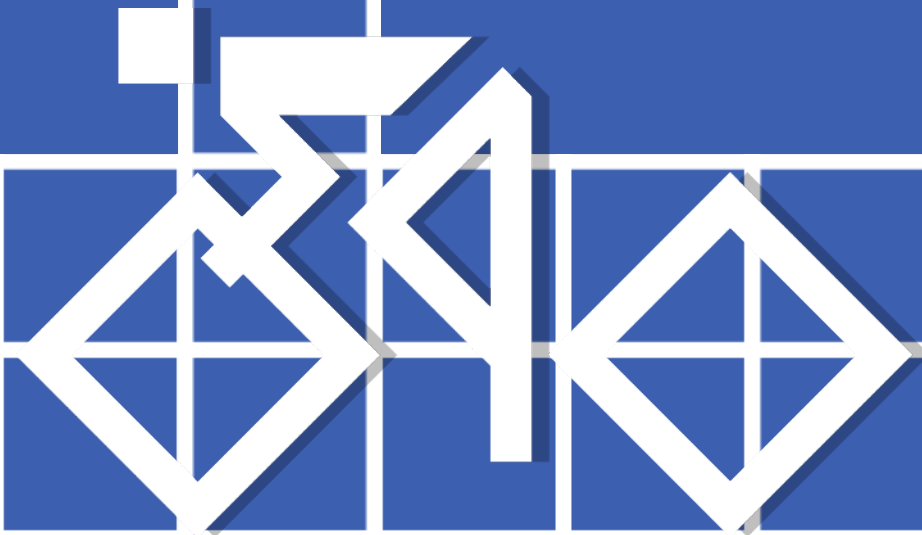
Нечётность

Для функции выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. Это означает симметрию графика относительно начала координат и помогает быстро проверять правильность вычислений.



Возрастание и убывание

При $a > 0$ функция возрастает, а при $a < 0$ убывает. Знак коэффициента сразу показывает направление графика и характер изменения значений при движении по оси x .



Сравнение графиков при разных значениях коэффициента а



Сравнение показывает, как знак и модуль коэффициента меняют направление и наклон прямой, а также значение функции при фиксированном $x = 2$.

Положительный коэффициент даёт возрастающую прямую, отрицательный — убывающую. Нуль выделяется как случай постоянной функции, совпадающей с осью Ox .

а	у при x=2	характер
3	6	возрастает
½	1	возрастает
-1	-2	убывает
-4	-8	убывает
0	0	постоянна

Расчёт по формуле $y = ax$.

Алгоритм построения графика функции $y = ax$

Последовательность построения по формуле и одной дополнительной точке.

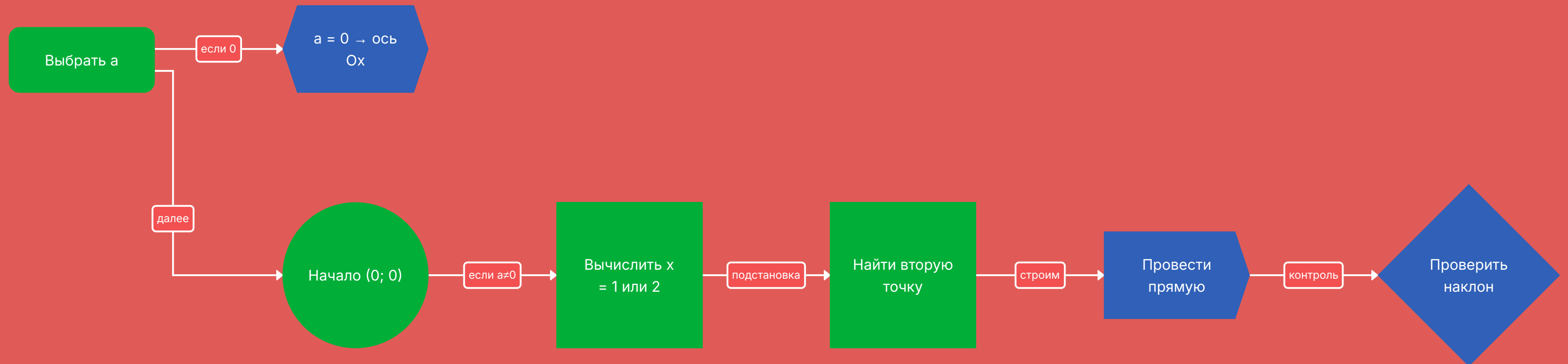
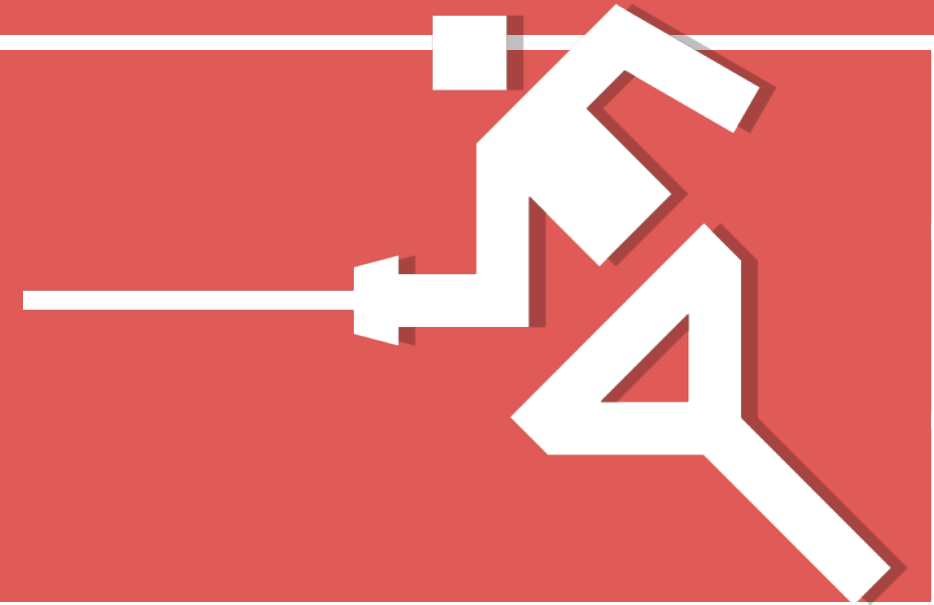
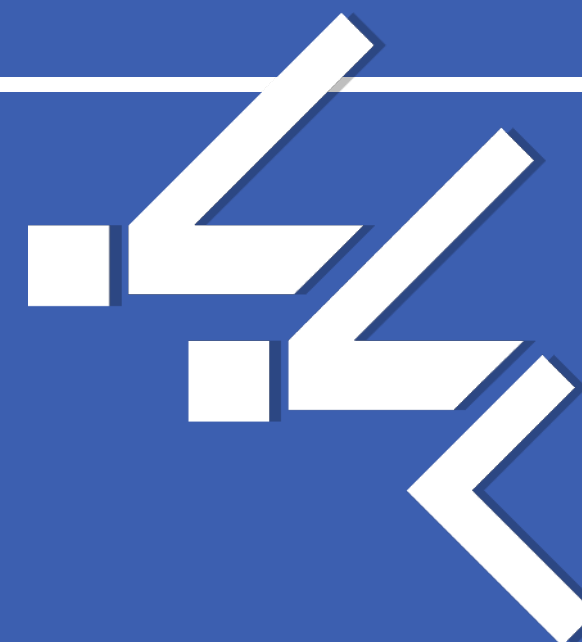


Таблица значений как способ проверки вычислений



Удобные точки

Значения $x = -2, -1, 0, 1, 2$ позволяют быстро увидеть закономерность и проверить подстановку. Такой набор помогает избегать ошибок в знаках и арифметике.

Пример при $a = 2$

Если $y = 2x$, то получаются значения $-4, -2, 0, 2, 4$. Таблица сразу показывает, что при увеличении x на 1 значение y изменяется на 2.

Симметрия

относительно начала
Для функции $y = ax$ значения при противоположных x имеют противоположные знаки. Это отражает нечётность функции и симметрию графика относительно начала координат.

Проверка вычислений

Таблица удобна перед построением графика: она позволяет сверить формулу, обнаружить ошибку в знаке и убедиться, что все точки лежат на одной прямой.

Смысл коэффициента a в реальных ситуациях

1 Цена за единицу

Если a обозначает цену одного товара, то y показывает общую стоимость, а x — количество единиц. Увеличение x в несколько раз ведёт к такому же пропорциональному росту y .

2 Скорость и путь

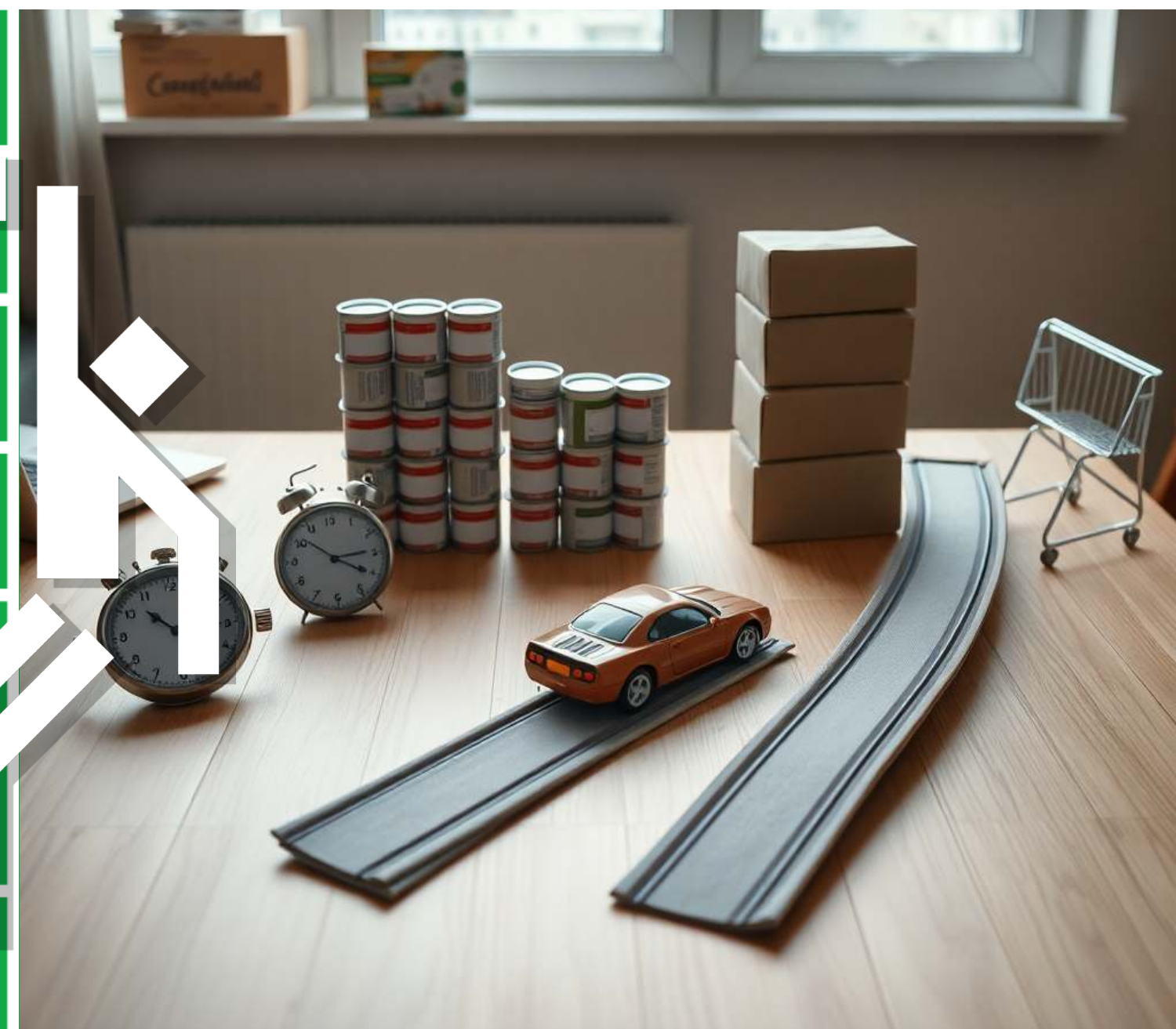
В задачах о равномерном движении коэффициент a может означать скорость. Тогда путь зависит от времени прямо пропорционально, а график помогает увидеть постоянный темп движения.

3 Тариф или норма

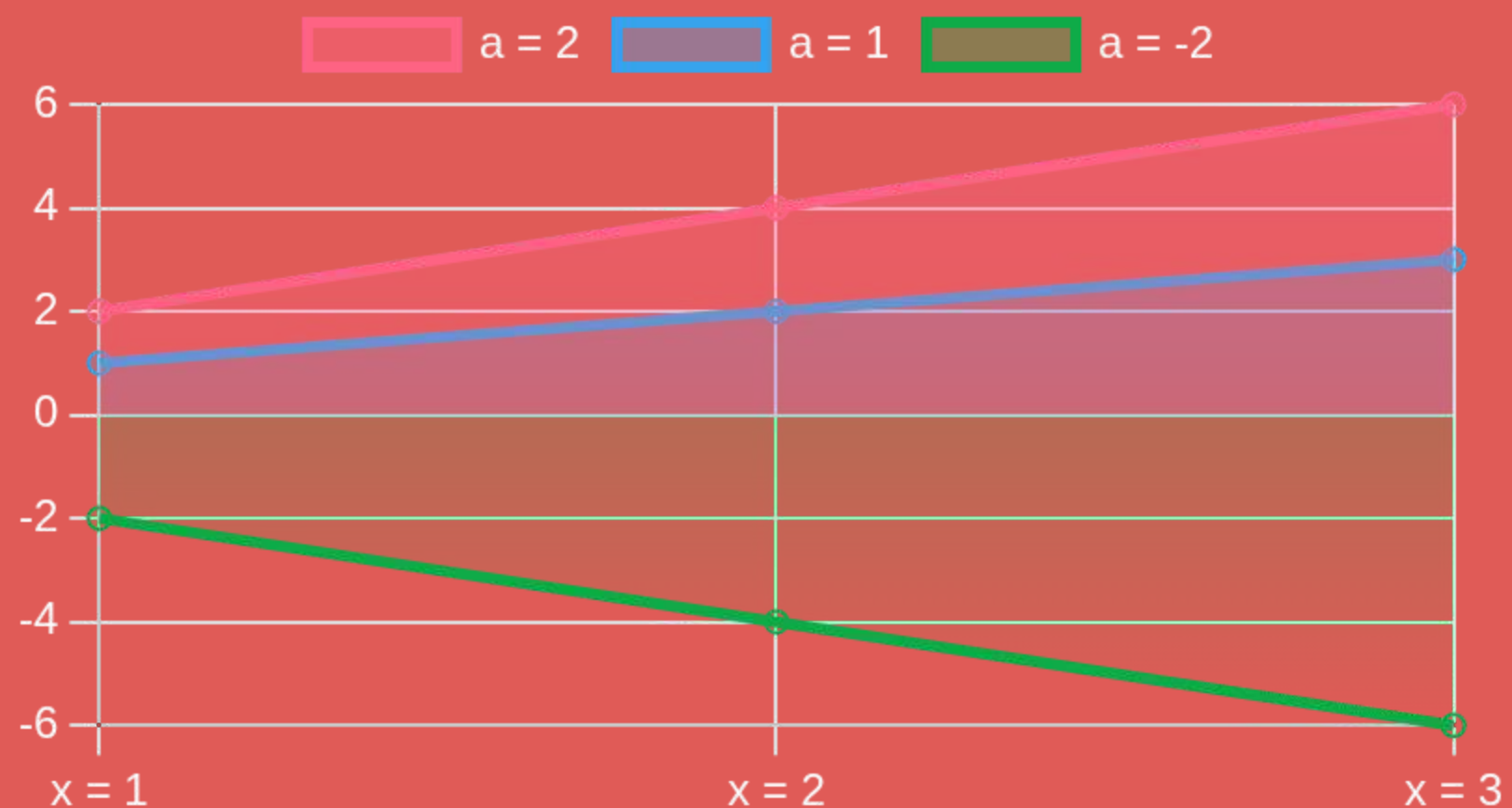
Коэффициент a часто выражает тариф услуги или расход материала на один объект. В таких моделях важно, что каждая дополнительная единица x добавляет одинаковую прибавку к y .

4 Практический вывод

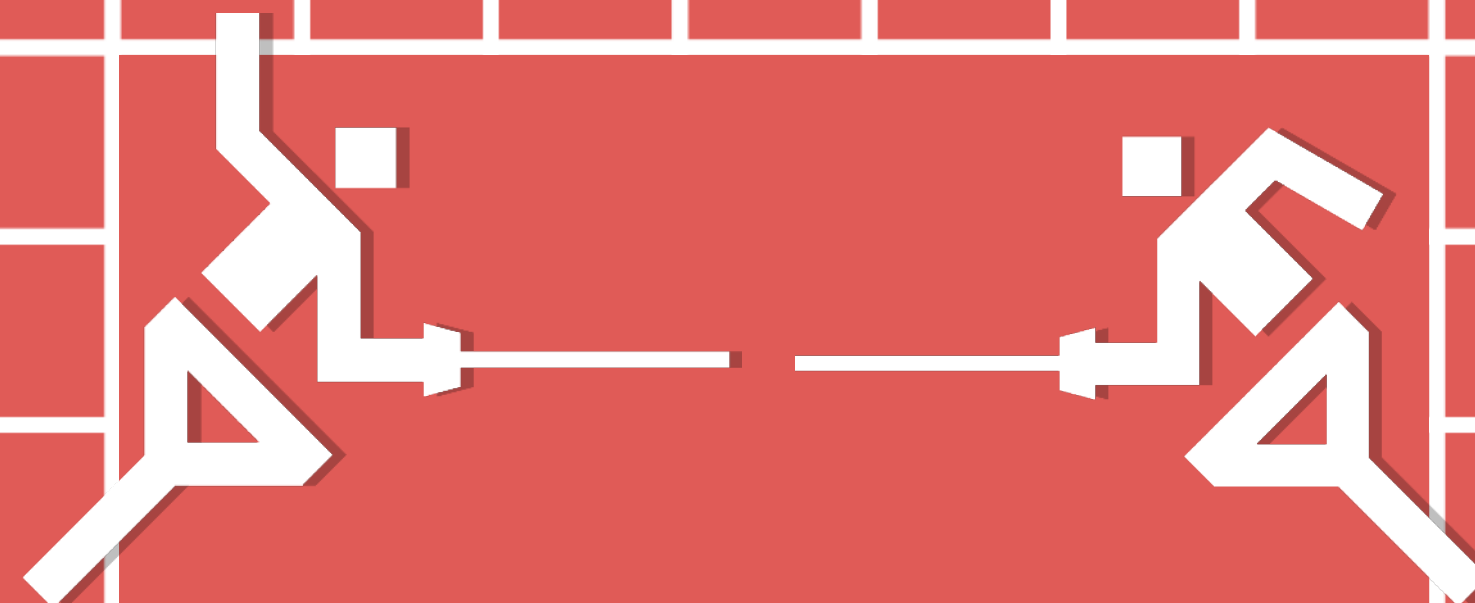
По коэффициенту можно сразу понять, как быстро меняется результат. Чем больше $|a|$, тем сильнее реакция y на изменение x , а знак показывает направление этой зависимости.



Пропорциональное изменение значений x и y



Составлено по определению функции $y = ax$



При каждом шаге по оси x значение y изменяется на одно и то же число, зависящее от коэффициента a .

Рост или убывание остаются равномерными; знак a задаёт направление, а модуль — скорость изменения.

Положительный, отрицательный и нулевой
коэффициенты описывают три
принципиально разные формы графика
и помогают быстро распознать тип
зависимости.



3

режима поведения
функции выделяют
по знаку
коэффициента a .

Составлено по свойствам функции $y = ax$

Примеры функций $y = ax$ и их графические признаки



Функция	Знак	$y(1)$	Вид
$y = 4x$	+	4	крутая
$y = -2x$	-	-2	убывает
$y = 0x$	0	0	ось Ox

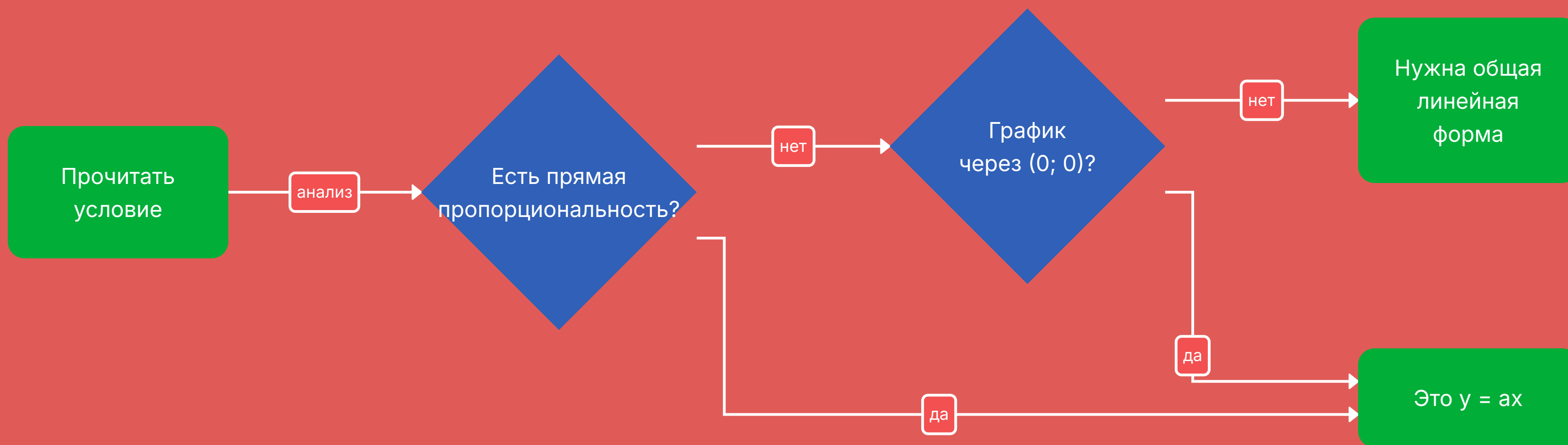
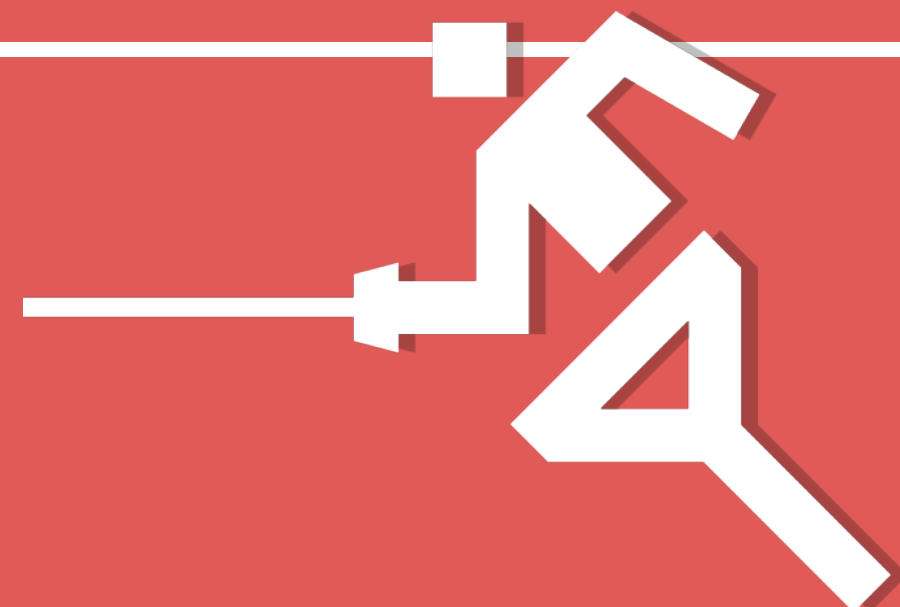
Сравнение нескольких формул показывает, как знак и модуль коэффициента меняют направление и крутизну прямой.

Одинаковая структура формулы приводит к разному графику: знак определяет направление, а $|a|$ — наклон.

Составлено по значениям функций $y = ax$

Как распознать функцию $y = ax$ в задаче

Схема проверки признаков прямой пропорциональности в текстовой и графической задаче.



Связь функции $y = ax$ с общим видом линейной функции

Шаг 1. Общая формула

Линейная функция записывается как $y = kx + b$. В этой записи коэффициент b сдвигает прямую вверх или вниз, меняя точку пересечения с осью Oy .

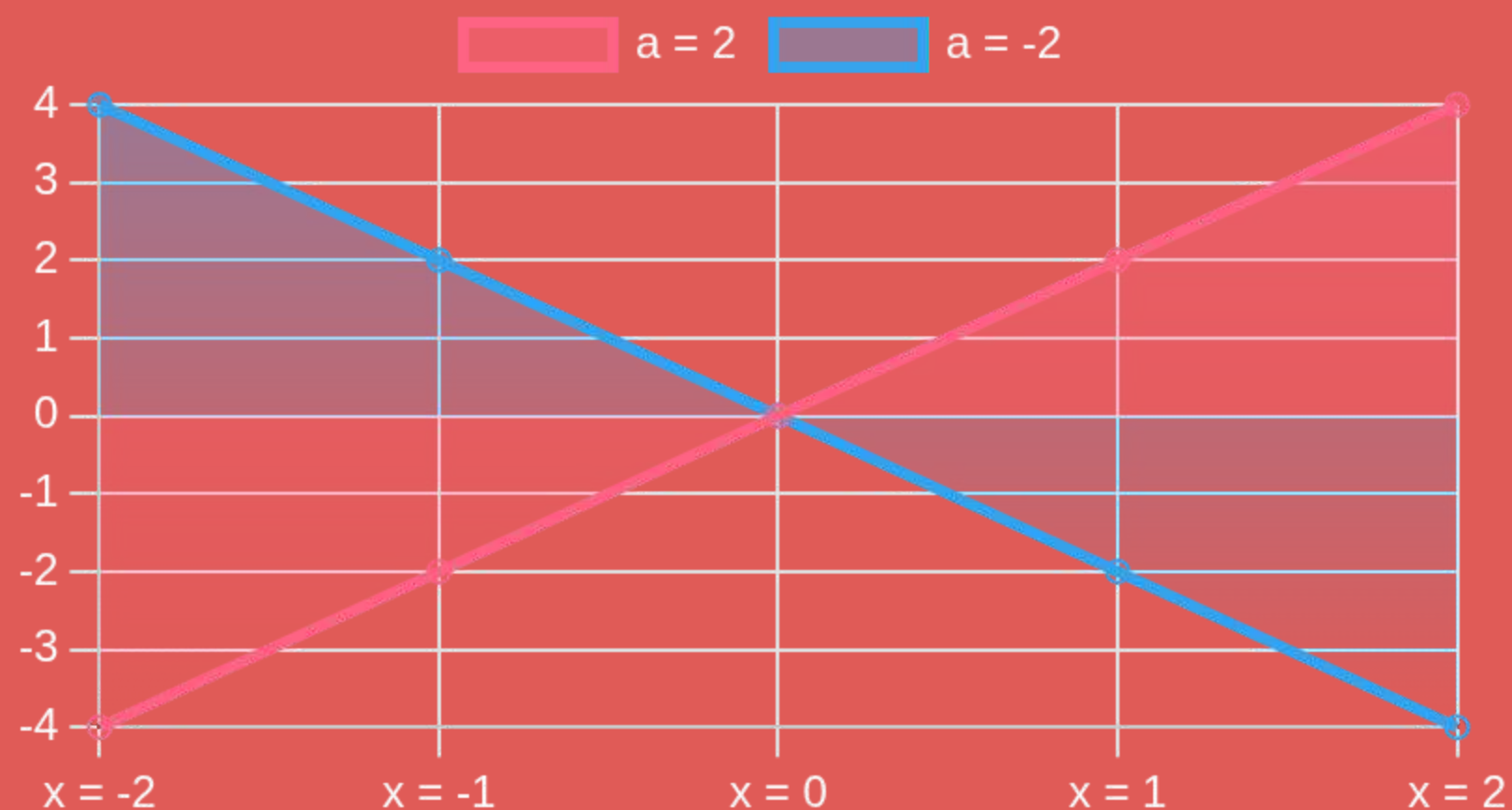
Шаг 2. Частный случай

Если $b = 0$, формула превращается в $y = ax$. График обязательно проходит через начало координат, поэтому построение становится проще

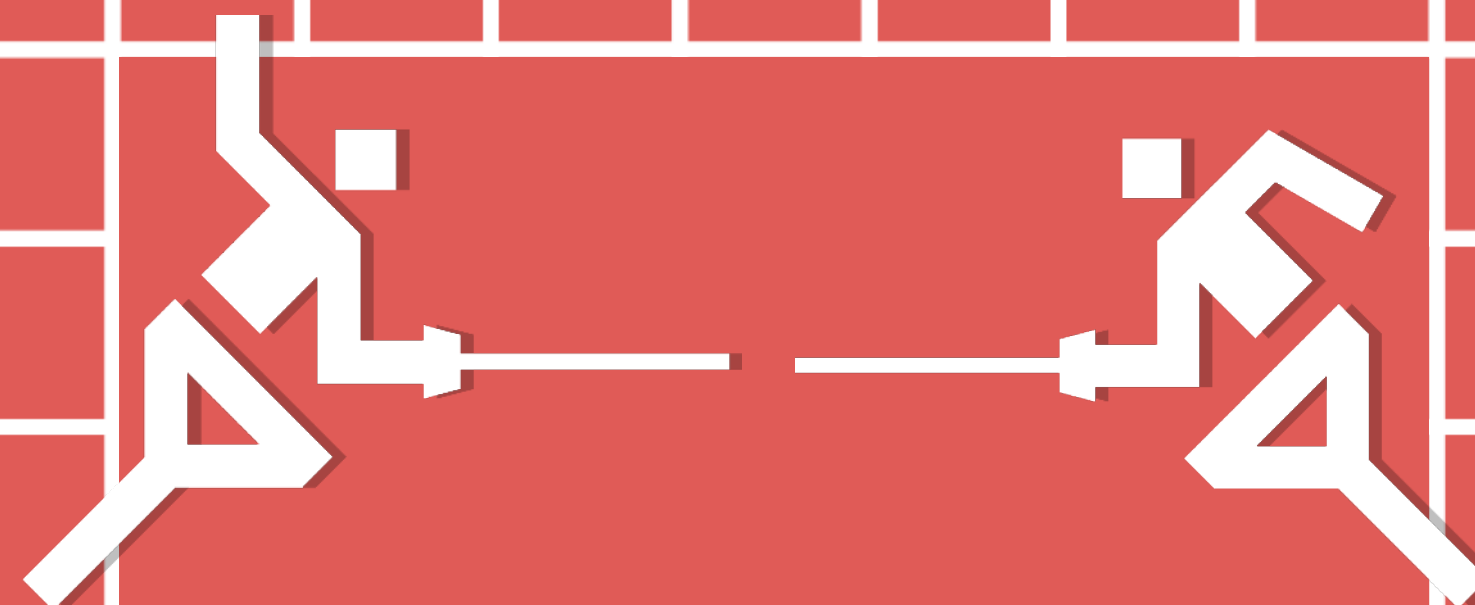
Шаг 3. Учебная роль

Такой вид функции удобно использовать как переход от прямой пропорциональности к более общим линейным моделям и задачам с произвольным свободным членом.

Изменение значений функции при разных x



Составлено по значениям функции $y = ax$



Для одинаковых по модулю аргументов значения функции тоже равны по модулю, но при отрицательном коэффициенте меняют знак. Графики симметричны относительно оси Ox ; знак a полностью определяет направление отклонения от начала координат.

Типичные ошибки при работе с формулой $y = ax$

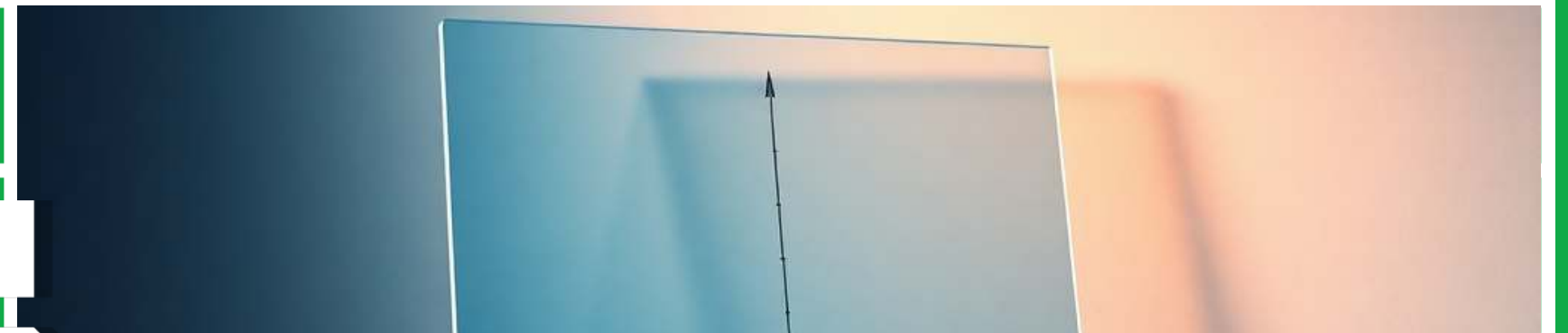
Минус, который забывают первым

Ученик видит коэффициент 2 и автоматически рисует возрастающую прямую, хотя в условии стоит -2. Из-за пропущенного знака график уходит в противоположную сторону, а таблица значений становится неверной уже на первом шаге.



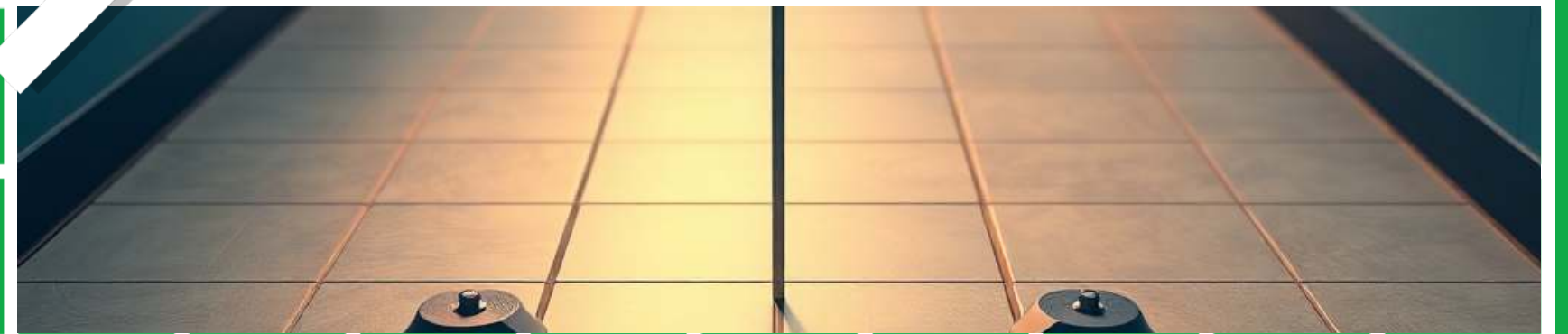
Путаница между x и y

Иногда в таблице меняют местами аргумент и значение функции: вместо подстановки x вычисляют y как исходную величину. Тогда точки оказываются не на одной прямой, и построение перестаёт соответствовать формуле.



Прямая не через начало координат

Ещё одна частая ошибка — соединить найденные точки, но забыть проверить, проходит ли линия через $(0; 0)$. Для $y = ax$ это обязательный признак, поэтому любой сдвиг сразу показывает, что формула записана неверно.



Практические задания по теме $y = ax$



Короткие упражнения помогают быстро проверить подстановку, знак коэффициента и понимание графика.

Во всех заданиях ключевым действием остаётся отношение y/x при $x \neq 0$: оно позволяет найти коэффициент и проверить пропорциональность.

Задание	Дано	Ответ	Проверка
Найти y	$a=2, x=3$	6	$y/x=2$
Найти a	$y=10, x=5$	2	$10/5$
Проверить пропорц.	через $(0; 0)$	да	$y=ax$

Составлено по типовым заданиям по теме $y = ax$

Функция $y = ax$, пропорции и симметрия графика



Возрастание

Если $a > 0$, то большему значению x соответствует большее значение y . Порядок величин сохраняется, и прямая идёт вверх слева направо.



Убывание

Если $a < 0$, зависимость меняет направление на противоположное. При увеличении x значения y уменьшаются, а график наклоняется вниз.



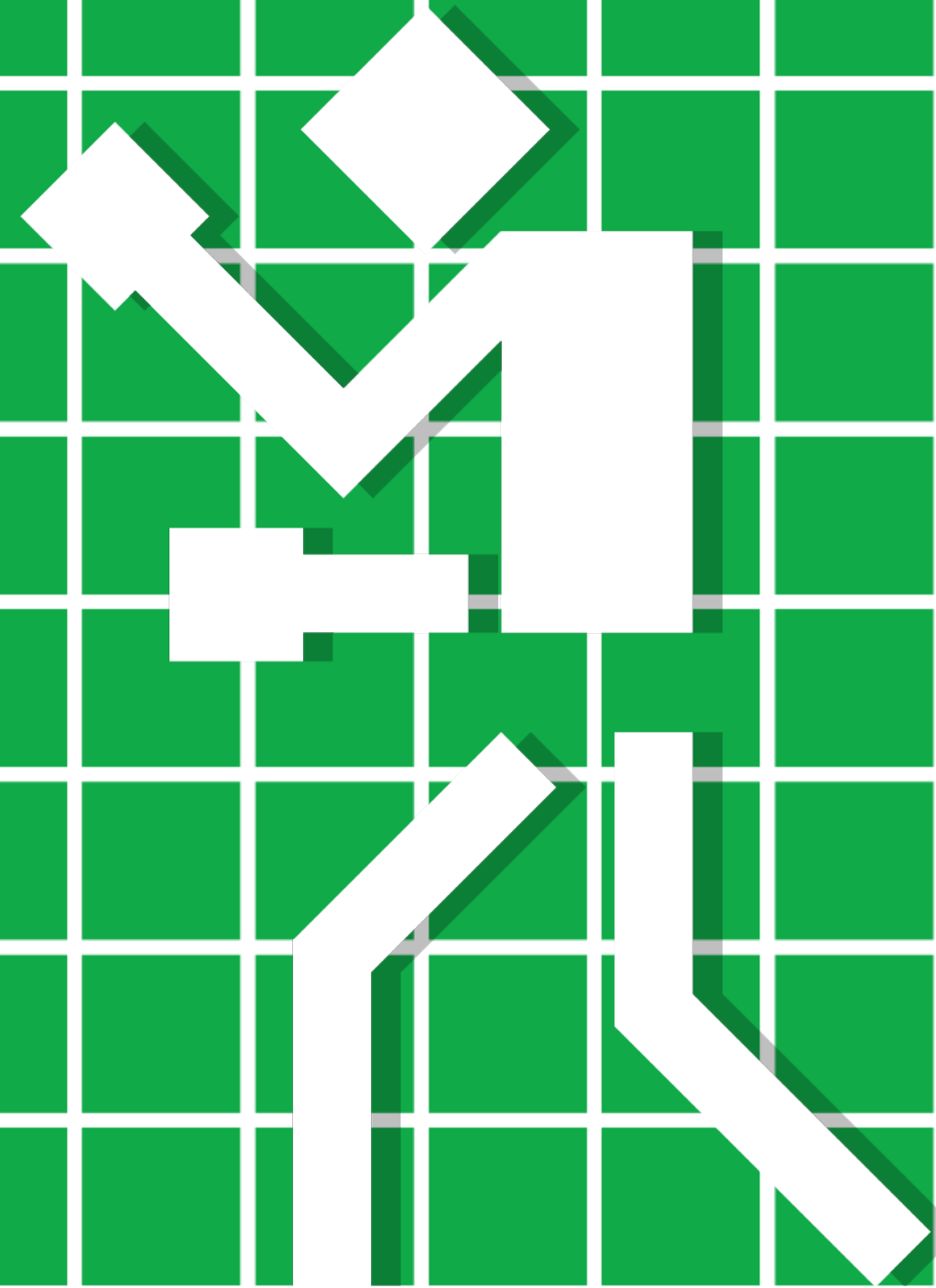
Постоянное отношение

Для любых ненулевых x отношение y/x остаётся равным коэффициенту a . Именно это свойство выражает прямую пропорциональность в алгебраической форме.



Симметрия

При отрицательном коэффициенте график как бы отражается относительно оси Ox . Эта наглядная симметрия помогает быстро отличать знак a по рисунку.



Главные выводы о функции $y = ax$

Функция $y = ax$ наглядно показывает, как коэффициент задаёт направление и скорость изменения. Её график проходит через начало координат и служит удобной моделью прямой пропорциональности.

