

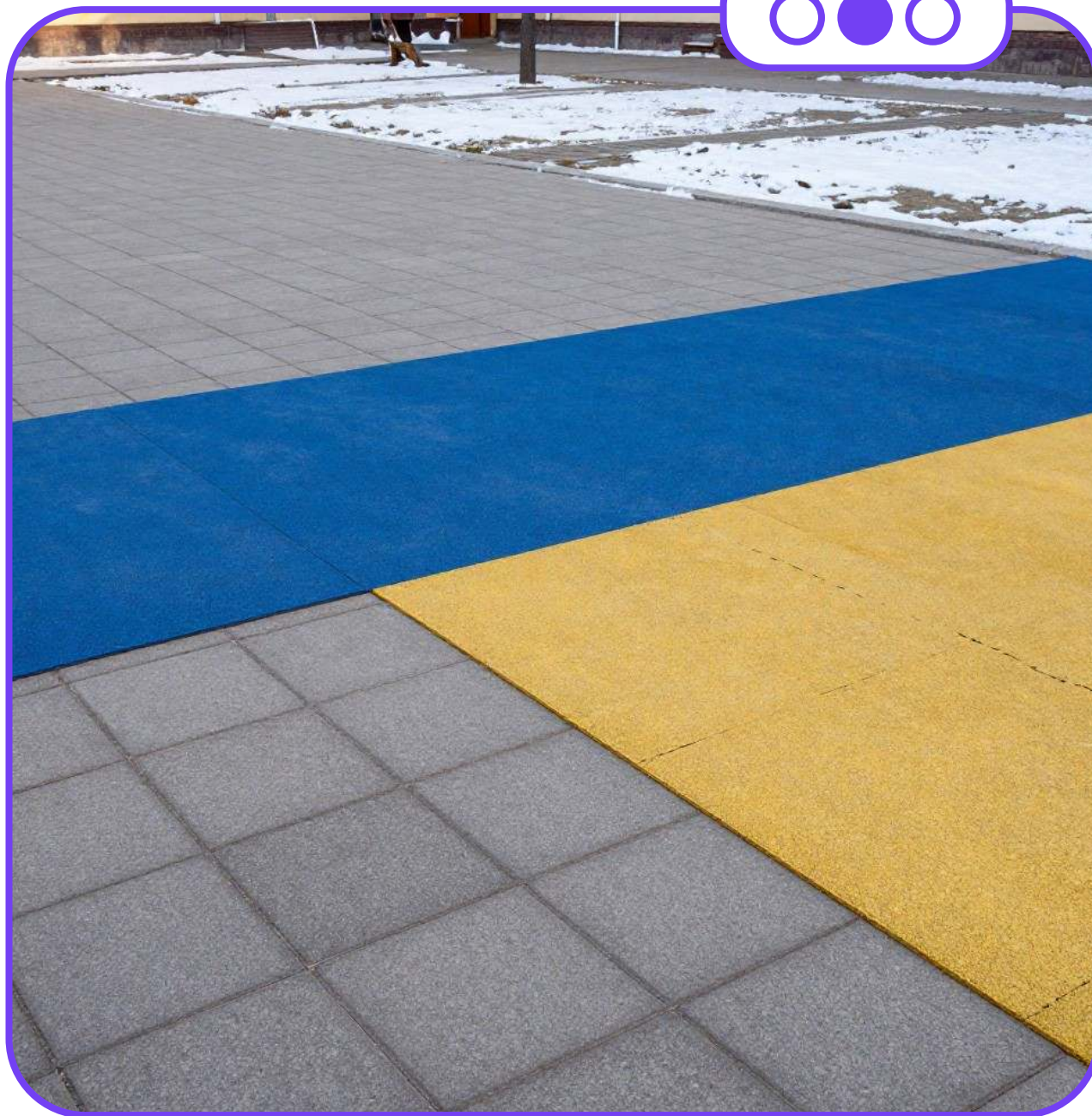
Нестрогие неравенства



Равенство тоже может быть ответом.



Где встречаются нестрогие неравенства



Такие записи помогают задавать границы: от температуры и возраста до длины и времени. Они показывают, какие значения допустимы, а какие уже нарушают условие задачи.

Знаки $\leq$ и $\geq$: значение и чтение

01

Как читаются знаки

Знак $\leq$ читается «меньше или равно», а знак $\geq$ — «больше или равно». Они сразу показывают, что в ответе допускается не только строгое сравнение, но и равенство.

02

Что означает запись

Запись $a \leq b$ говорит, что число a не больше b , а запись $a \geq b$ — что a не меньше b . Это удобный способ описывать границы без перечисления всех чисел.

03

Примеры сравнения

Верными будут записи $5 \leq 5$, $7 \geq 7$, $3 \leq 9$ и $12 \geq 4$. Во всех примерах левая часть либо меньше правой, либо совпадает с ней, поэтому равенство не нарушает условие.

Как нестрогое неравенство выглядит на числовой прямой

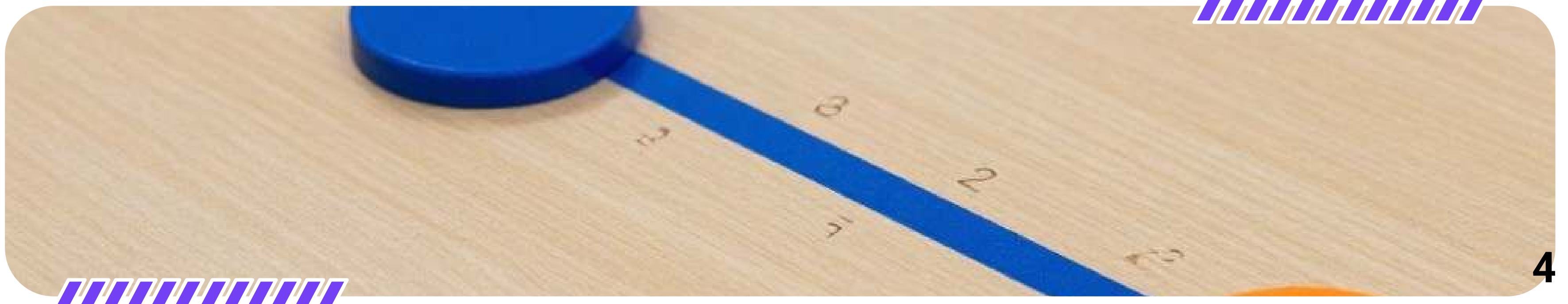


○ Граница входит в ответ

Если число подходит вместе с самой границей, точку на прямой отмечают закрашенной. Это означает, что значение на границе разрешено и тоже считается решением.

○ Направление луча

Для $x \geq 3$ закрашивают точку 3 и проводят луч вправо, потому что подходят все числа, не меньшие трёх. Для $x \leq -2$ закрашивают точку -2 и направляют луч влево.



Строгие и нестрогие неравенства: главное отличие



Правила сравнения чисел и обозначение границ на числовой прямой.



Сравнение помогает сразу увидеть, входит ли граница в множество решений.

Вид	Знак	Граница
Строгие	$<, >$	Не входит
Нестрогие	$\leq, \geq$	Входит

Главное различие — в наличии границы среди решений: у нестрогих неравенств она включена, у строгих исключена.

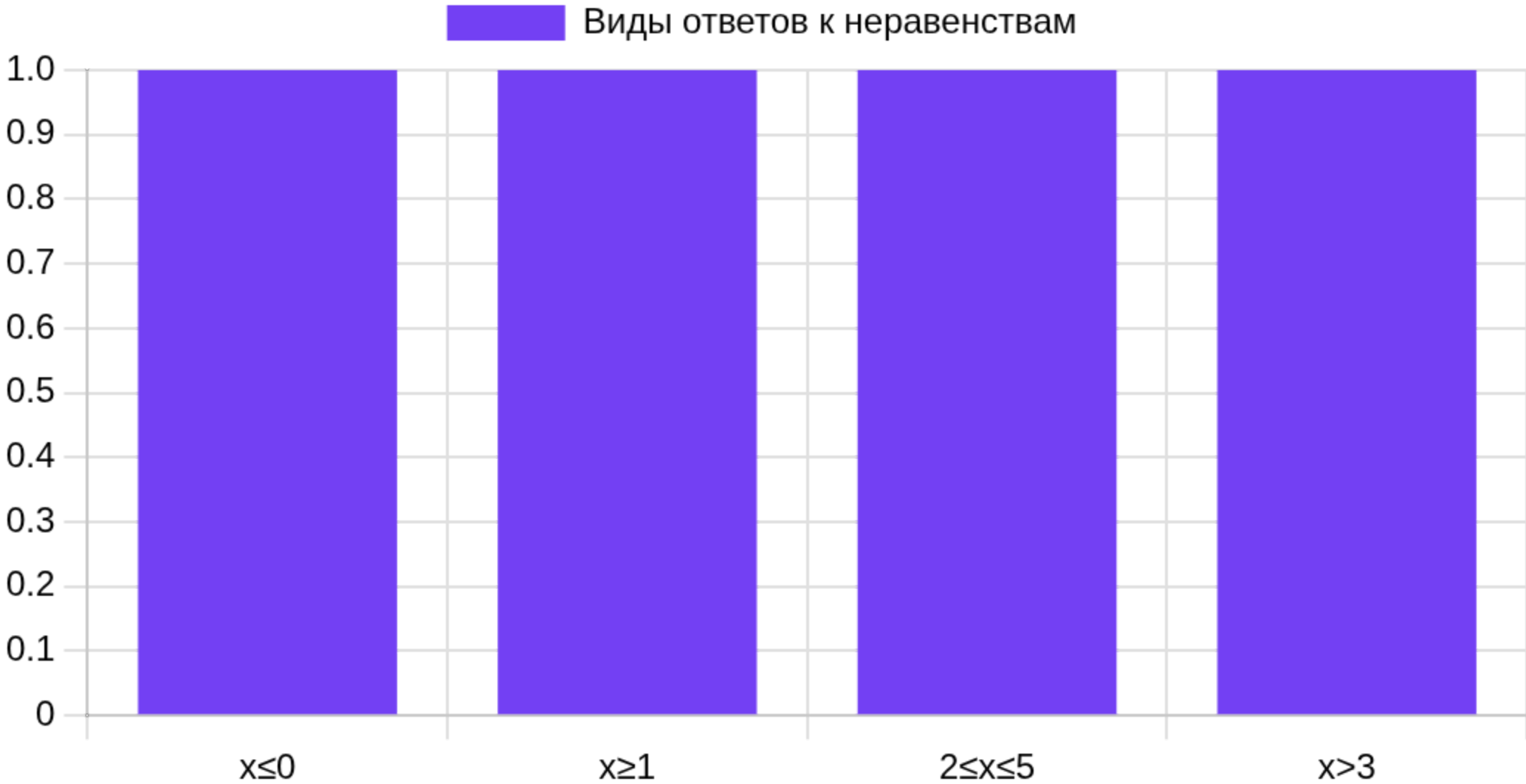


Какие ответы чаще получаются при решении нестрогих неравенств



На диаграмме показаны формы записи, которые встречаются при решении задач на числовую прямую и промежутки.

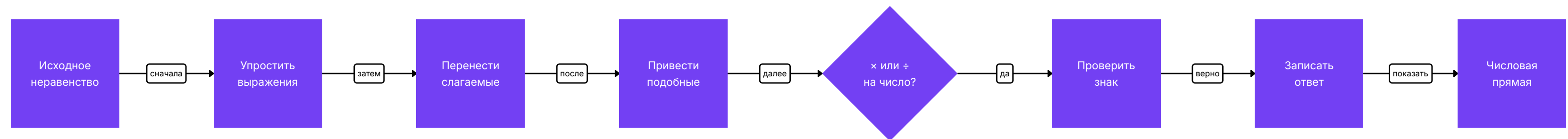
Обобщение стандартных записей ответов по теме «Нестрогие неравенства».



Ответ может быть лучом, отрезком или промежутком; выбор зависит от того, включена ли граница и с одной или двух сторон ограничено множество решений.

Как решать нестрогое неравенство

Последовательность действий при преобразовании неравенства в 7 классе.



Основные свойства неравенств

Переход по цепочке

Если $a \leq b$ и $b \leq c$, то можно сделать вывод $a \leq c$. Это свойство помогает сравнивать числа через промежуточное значение и не переписывать длинные цепочки сравнений по отдельности.

1

Сложение и вычитание

Если к обеим частям неравенства прибавить или вычесть одно и то же число, знак не изменится. Так удобно переносить слагаемые и сохранять множество решений.

2

Умножение на число

При умножении или делении на положительное число знак сохраняется, поэтому неравенство остаётся по смыслу тем же. Меняется только вид записи, а не набор подходящих чисел.

3

Почему это важно

Эти свойства позволяют преобразовывать неравенства шаг за шагом, не теряя решения. Главное — следить, чтобы каждое действие выполнялось одинаково для обеих частей.

4

Почему при умножении на отрицательное число знак меняется



▮ Направление сравнения

Если умножить обе части неравенства на отрицательное число, порядок чисел меняется на противоположный. Поэтому знак сравнения тоже должен развернуться, иначе ответ станет неверным.

▮ Пример преобразования

Из $2 \leq 7$ после умножения на -1 получаем $-2 \geq -7$. Здесь числа меняют расположение на числовой прямой, и именно поэтому знак становится противоположным.

▮ Частая ошибка

Если забыть изменить знак, решение окажется перевёрнутым и будет описывать уже другое множество чисел. В 7 классе это одна из самых распространённых ошибок при решении неравенств.

Как записывают ответ: неравенство, промежуток, луч



Один ответ — три записи

Множество решений можно показать по-разному: неравенством, промежутком или на числовой прямой. Например, $x \geq 4$ означает то же самое, что $[4; +\infty)$, а $x < 2$ записывается как $(-\infty; 2)$.



Скобки как подсказка

Квадратная скобка говорит, что граница входит в ответ, а круглая — что не входит. Поэтому запись $[4; +\infty)$ включает число 4, а $(-\infty; 2)$ не включает число 2.



Удобно для проверки

Когда ответ записан в нескольких видах, проще увидеть, правильно ли выбрана граница и не потеряно ли равенство. Это особенно полезно при работе с лучами и отрезками на прямой.

Символы промежутков и их смысл

Правила записи промежутков и нестрогих неравенств
в школьной математике

Запись	Значение	Пример
$x \leq 3$	до 3 включ.	$(-\infty; 3]$
$[-1; 4]$	все между	-1 и 4
$x \geq 0$	от 0 и выше	$[0; +\infty)$
$(2; 6]$	2 не входит	от 2 до 6

Таблица показывает, как неравенства переводятся на язык промежутков и как обозначается включённая или исключённая граница.

Квадратная скобка показывает включение границы, круглая — исключение; это помогает быстро связать ответ на языке неравенств с записью промежутка.

Отрезки и лучи как ответы к нестрогим неравенствам



$$1 \leq x \leq 5$$

Получаем все числа от 1 до 5 включительно. На числовой прямой это отрезок с закрашенными концами, потому что обе границы входят в ответ.

$$x \geq -3 \text{ или } x \leq 8$$

Если одна граница задана, решение продолжается бесконечно в одну сторону. Такой ответ изображают лучом: влево для $x \leq -3$ и вправо для $x \geq 8$.

Итоговая запись

Нестрогие неравенства удобно показывают множество решений, а не одно число. Поэтому ответ часто записывают как отрезок или луч, чтобы сразу видеть границы.

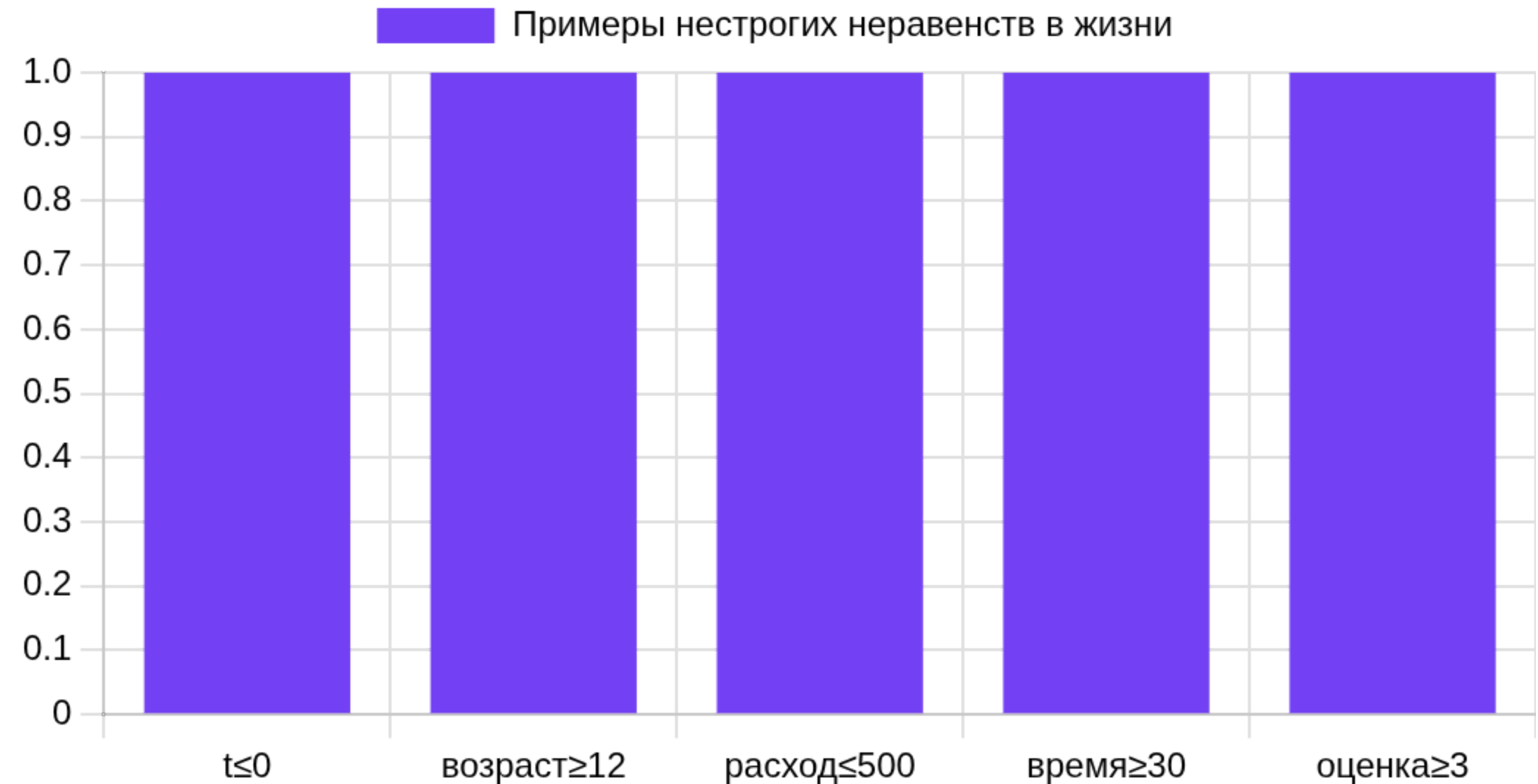


Где встречаются нестрогие неравенства в жизни



Во всех примерах граница задаёт предел: ниже, выше или ровно допустимое значение.

Примеры бытовых и школьных ограничений, составленные по условиям задания



Нестрогие неравенства чаще всего описывают ограничения, где сама граница разрешена и потому важна для точной формулировки условия.

Проверка ответа подстановкой числа



Проверяем подходящее число

Подставьте число из найденного ответа в исходное неравенство. Если сравнение остаётся верным, решение записано правильно и граница выбрана без ошибки.



Отсекаем неподходящее

Подстановка числа, которое не должно входить в ответ, быстро показывает лишние значения. Так легче заметить неверный знак или ошибку в преобразовании выражения.

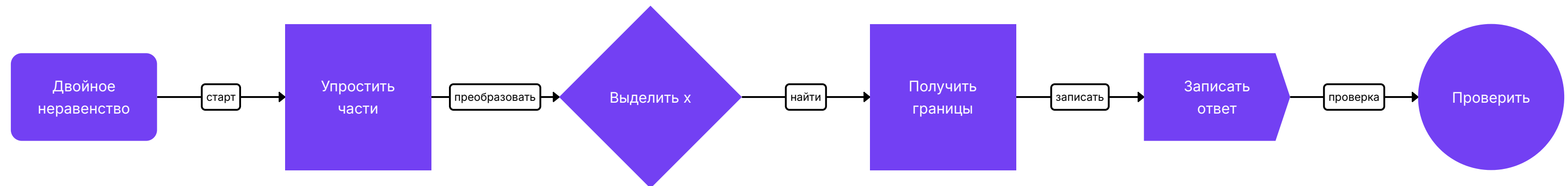


Находим источник ошибки

Проверка помогает увидеть, где допущена неточность: при переносе слагаемых, вычислениях или умножении на отрицательное число. Это полезно даже после аккуратного решения.

Как решают двойное неравенство

Последовательность действий при преобразовании двойного неравенства и записи ответа



Нестрогое неравенство с модулем



○ Модуль как расстояние

Запись $|x| \leq 3$ означает, что число x находится не дальше чем на 3 единицы от нуля. Поэтому подходят все значения от -3 до 3 включительно.

○ Два отдельных ответа

Если $|x| \geq 3$, число лежит вне центрального отрезка. Тогда решений два: $x \leq -3$ или $x \geq 3$, потому что расстояние от нуля не меньше трёх.



Типичные ошибки при работе с нестрогими неравенствами



Правила решения и записи нестрогих неравенств
в школьном курсе математики



Таблица показывает самые частые ошибки и помогает понять, как они влияют на множество решений.

Ошибка	Причина	Верно
Нет точки	забыли границу	закрасить
Знак не сменён	делили на -1	поменять
Скобки перепутаны	не видят включение	$[]$ и $()$
Одна граница	неполный ответ	указать обе

Большинство ошибок связано не с вычислением, а с записью ответа и обозначением границы; именно они сильнее всего меняют множество решений.



Нестрогие неравенства в школьных и жизненных задачах

01

Масса и нагрузка

Если указано «не более 50 кг», нужно записать $x \leq 50$. Такая форма помогает сразу понять, что значение 50 допустимо, а большее уже нарушает условие.

02

Температура и режим

Фраза «не ниже 18 °C» означает $x \geq 18$. В подобных задачах важно помнить, что граница входит в ответ и не считается нарушением.

03

Оценки и результаты

Условие «не меньше 3» удобно записывать как $x \geq 3$. Это встречается в правилах перевода, проходных баллах и заданиях с ограничением по качеству.

04

Длины и размеры

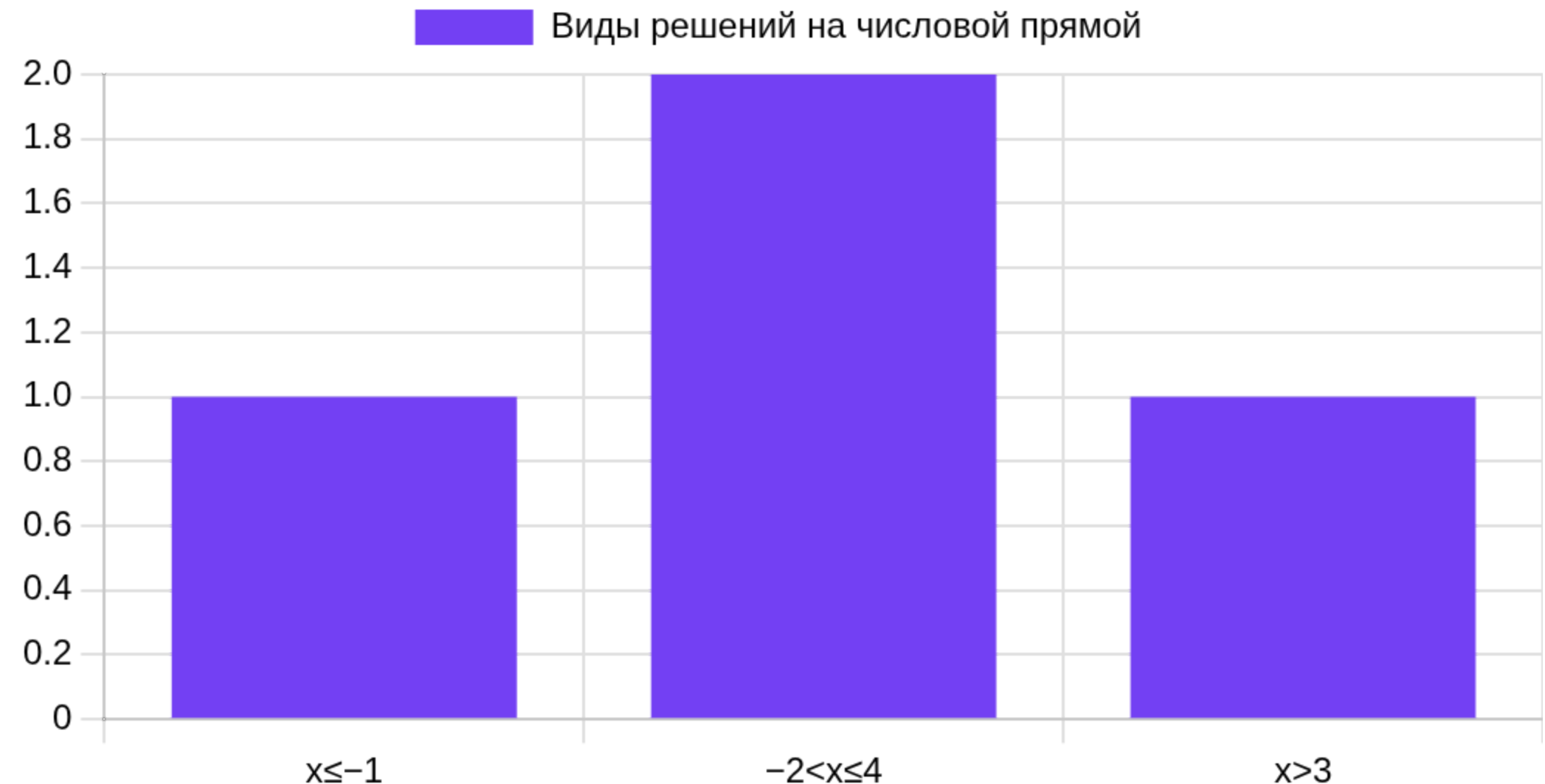
Запись «не больше 10 см» соответствует $x \leq 10$. Такую форму используют, когда нужно отделить допустимые размеры от тех, которые выходят за предел.

Три вида решений на числовой прямой



Разные виды ответа зависят от того, входит ли граница в решение и есть ли одна или две границы.

Схемы записи решений нестрогих неравенств, составленные по правилам школьной математики



На числовой прямой легко отличить луч, отрезок и полуинтервал: форма записи сразу показывает, где граница включена, а где исключена.



Итоги темы: как понимать и записывать нестрогие неравенства



Нестрогие неравенства показывают целую область решений и включают границу, если используется знак $\leq$ или $\geq$. Умение читать такие записи, преобразовывать их и проверять ответ помогает избегать ошибок.

