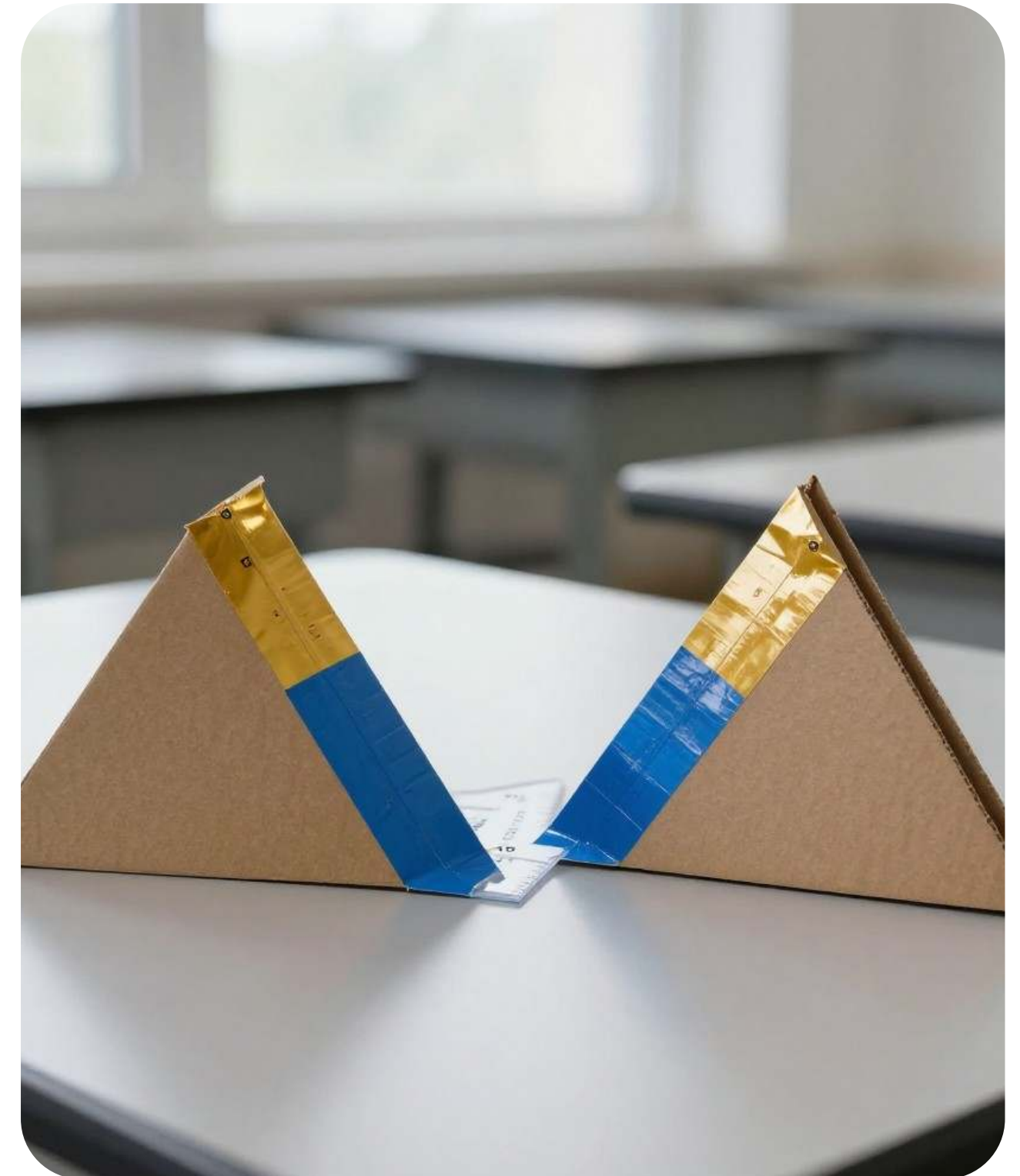




Признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними

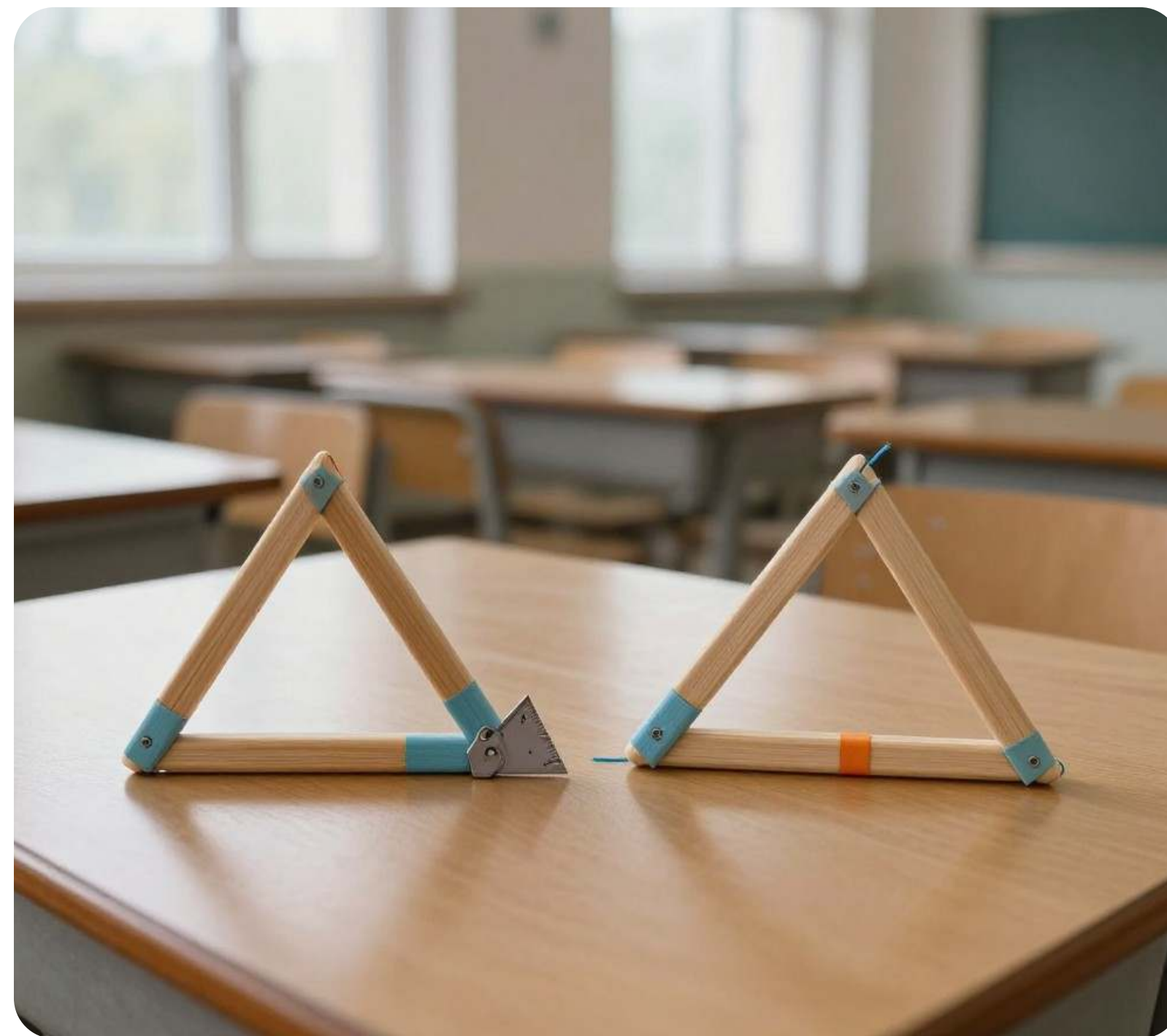
Как по трём данным доказать, что два
треугольника равны?



Зачем этот признак нужен в геометрии



Этот признак позволяет быстро сравнивать треугольники без лишних измерений. Он особенно полезен в задачах на построение, симметрию и доказательство равенства отрезков, когда известны две стороны и угол между ними.



Что называют равными треугольниками



Полное совпадение

Два треугольника считают равными, если их можно совместить наложением. При этом совпадают все вершины, стороны и углы, а фигуры имеют одинаковые форму и размеры.



Соответствующие элементы

У равных треугольников равны соответствующие стороны и соответствующие углы. Чтобы сделать такой вывод, нужно установить совпадение всех нужных элементов, а не только части из них.



Недостаточно частичного сходства

Если совпадают лишь одна сторона или один угол, этого мало для доказательства равенства. Геометрическое равенство требует полной согласованности всех соответствующих элементов двух треугольников.

Формулировка признака



01

Сравните две стороны

У первого треугольника выберите две стороны и найдите такие же две стороны у второго. Равенство длин этих сторон — первая часть условия, без которой признак не работает.

02

Проверьте угол между ними

Затем сравните угол, заключённый между этими сторонами. Именно этот угол определяет взаимное положение сторон, поэтому он должен быть равен у обоих треугольников.

03

Сделайте вывод

Если две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого, а включённые углы равны, то треугольники равны. Это и есть признак SAS.

Какие элементы должны совпасть



Элемент	Треугольник 1	Треугольник 2
1-я сторона	равна	равна
2-я сторона	равна	равна
Угол между ними	равен	равен

Формулировка признака равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними

Для применения признака важно проверить все три элемента одновременно.

Совпадение всех трёх элементов достаточно для вывода о равенстве треугольников; двух сторон без включённого угла недостаточно.

Почему нужен именно угол между сторонами



Одни и те же стороны

Две стороны могут быть одинаковыми по длине, но этого ещё не хватает для однозначного выбора фигуры. Без угла треугольник можно расположить по-разному.



Разная форма

При тех же сторонах треугольник может выглядеть более вытянутым или более широким. Меняется именно взаимное положение сторон, а значит, и форма фигуры.

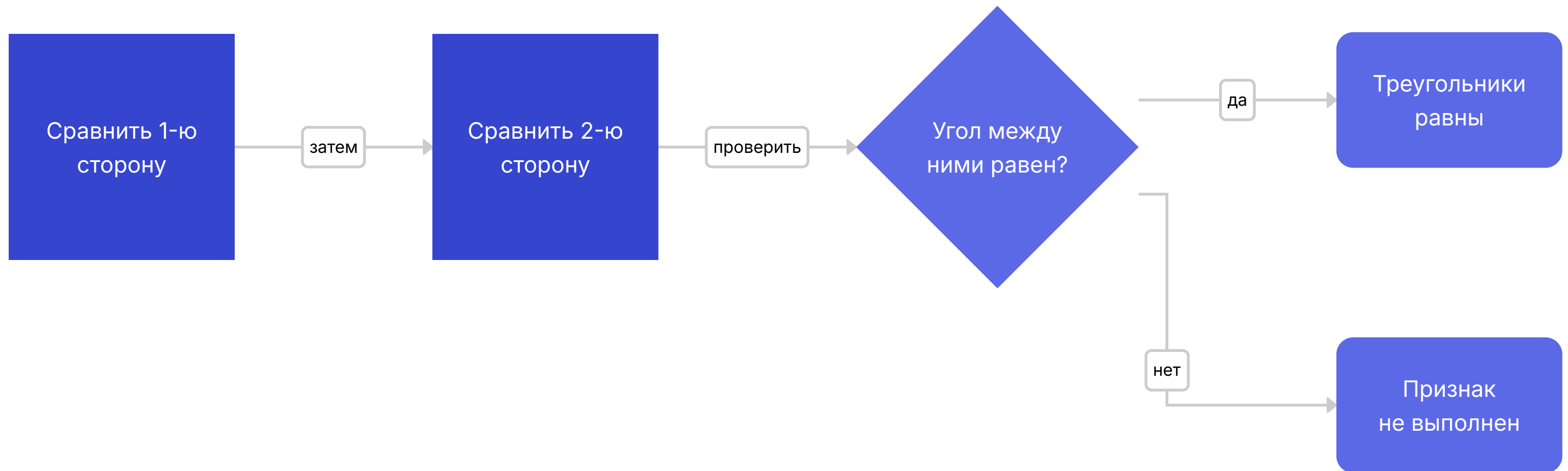


Включённый угол решает

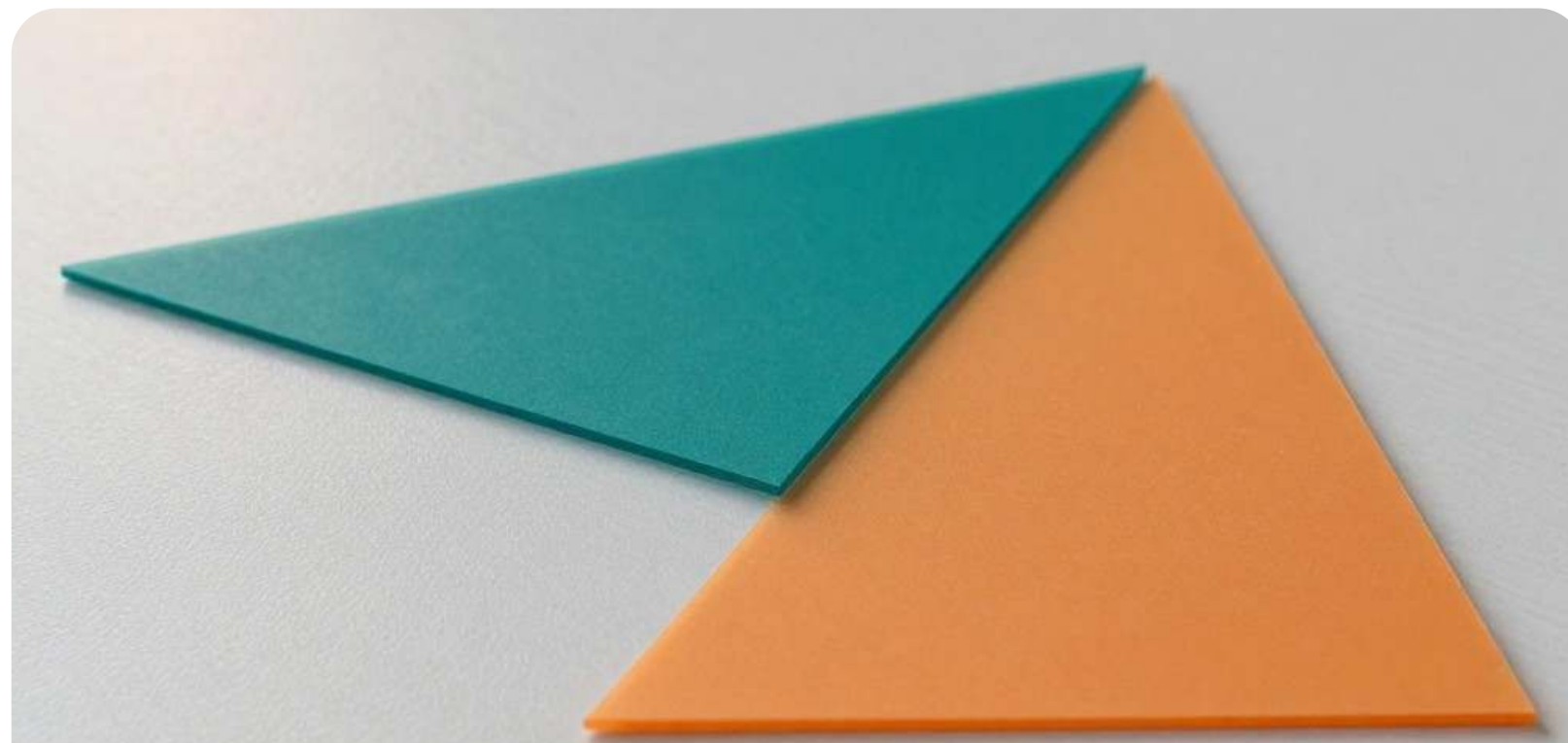
Угол между данными сторонами фиксирует их расположение. Поэтому именно он завершает условие равенства и делает треугольник определённым без двусмысленности.

Проверка признака равенства

Последовательность действий при сравнении двух треугольников



Наложение треугольников на рисунке



Как выглядит совмещение

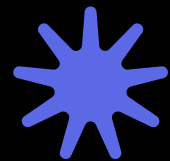
На рисунке один треугольник можно мысленно или наглядно наложить на другой. Если две стороны и включённый угол совпали, вершины оказываются в тех же местах, а фигуры полностью совпадают по контуру. Это удобно показывать с помощью поворота или отражения.



Почему это наглядно

Такой способ помогает увидеть равенство без долгих вычислений. Когда треугольники совпадают при наложении, сразу понятно, что равны и остальные соответствующие элементы. Именно поэтому рисунок делает признак SAS особенно убедительным для школьных задач.

Что можно утверждать после доказательства равенства



01 Равенство сторон

После доказательства можно сразу записать равенство всех соответствующих сторон. Это помогает находить неизвестные длины и сравнивать отрезки без дополнительных построений и измерений.

02 Равенство углов

Если треугольники равны, то равны и соответствующие углы. Благодаря этому можно делать выводы о параллельности, симметрии и свойствах геометрических фигур в задаче.

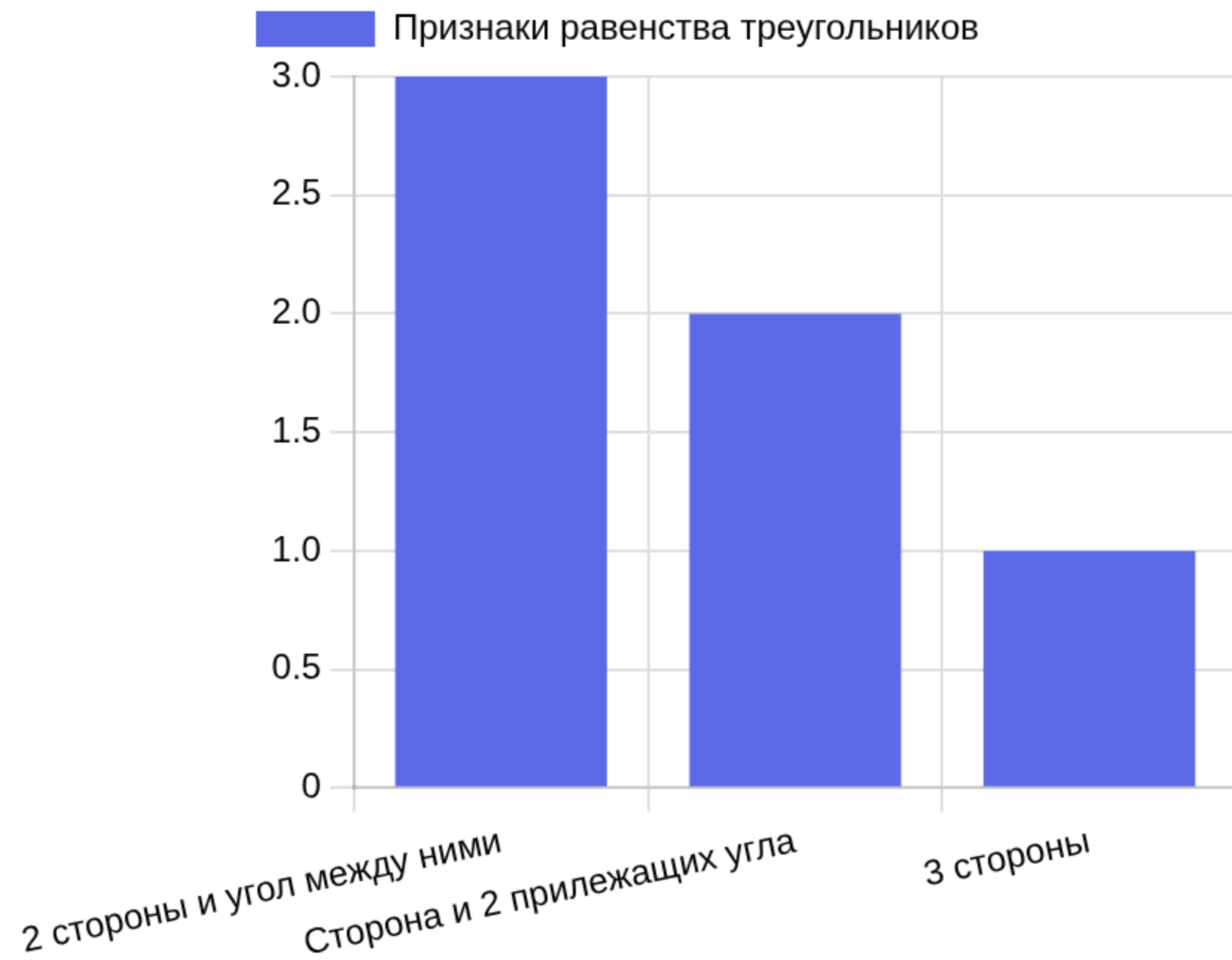
03 Свойства элементов

Признак часто применяют при работе с биссектрисами, медианами и высотами. Он помогает доказывать, что отдельные части фигуры равны или имеют нужное положение.

04 Решение задач

После установления равенства треугольников многие задачи становятся проще: можно заменить сложные вычисления коротким доказательством и получить ответ через уже найденные соответствующие элементы.

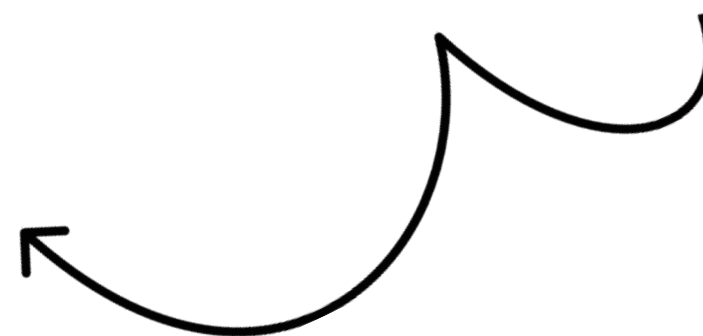
Три признака равенства треугольников



На чертежах чаще всего используют первый признак, потому что нужные данные обычно видны сразу.

Все три признака важны, но SAS особенно удобен, когда на рисунке уже заданы две стороны и включённый угол.

Школьный курс геометрии, 7 класс

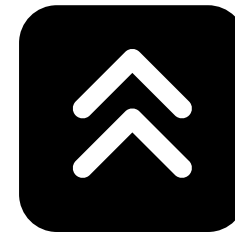


Как обозначают равные элементы на чертеже



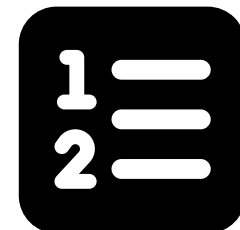
Равные стороны

Одинаковые стороны на чертеже отмечают одинаковым числом засечек. Такой знак сразу показывает, какие отрезки имеют равную длину и должны сравниваться между собой.



Равные углы

Равные углы выделяют одинаковыми дугами. Если на двух треугольниках дуги совпадают по виду, значит, эти углы считаются соответствующими и равными.



Порядок вершин

В записи треугольников вершины указывают в одинаковом порядке. Это помогает не перепутать соответствующие стороны и углы и делает сравнение фигур точным.

Примеры верного и неверного применения признака



Случай	Что дано	Вывод
Верно	2 стороны + угол	Треугольники равны
Недостаточно	только 2 стороны	Вывод нельзя сделать
Ошибка	внешний угол	Признак не подходит

Таблица показывает, когда признак выполняется, а когда данных недостаточно или выбран не тот угол. Она помогает быстро отличить правильное применение признака от ошибки.

Признак работает только тогда, когда совпадают две стороны и именно включённый между ними угол. Если угол внешний или данные неполные, равенство не доказано.

Сравнение типичных ситуаций при применении признака равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними



Где этот признак встречается чаще всего



Симметрия фигур

В задачах на симметрию признак помогает доказать равенство частей, расположенных по разные стороны оси, без лишних измерений и вычислений.

Равнобедренные треугольники

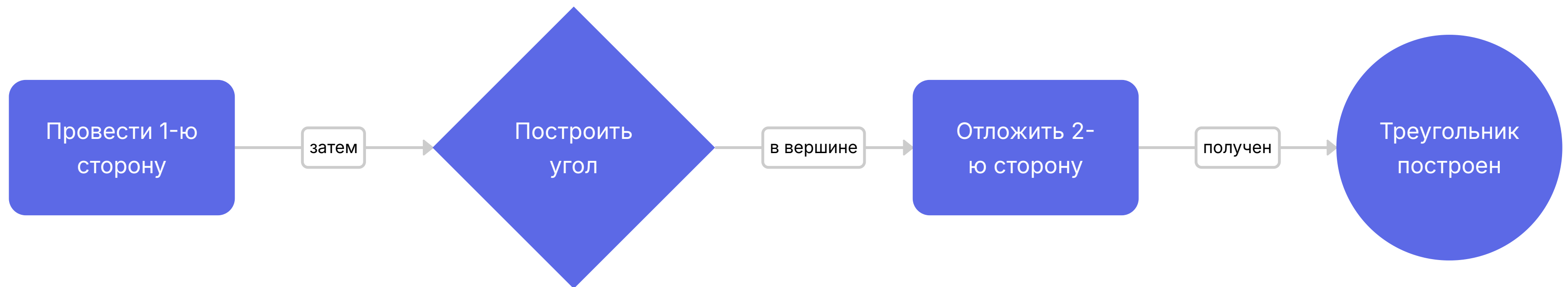
При работе с равнобедренными треугольниками его используют для сравнения боковых частей, углов у основания и связанных с ними отрезков.

Построения и чертежи

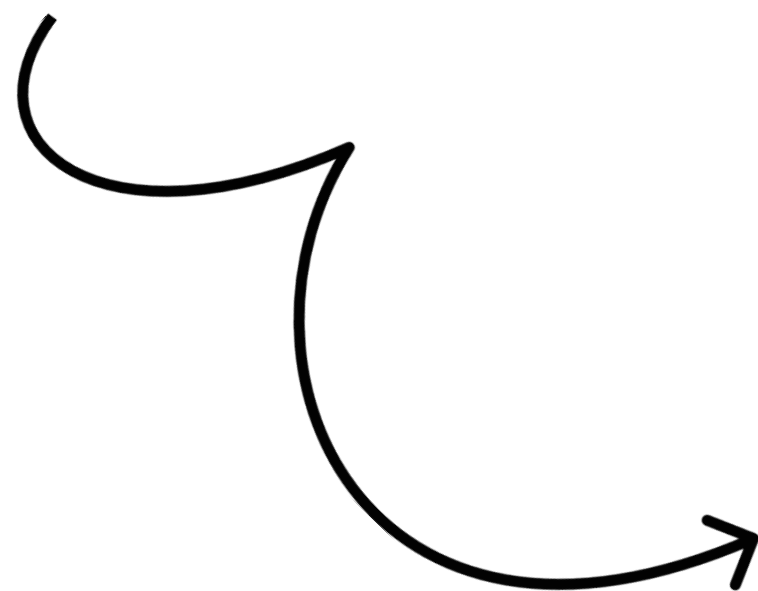
При построениях циркулем и линейкой, а также в чертежах с пересекающимися отрезками признак позволяет быстро установить равенство нужных треугольников.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Последовательность показывает, как по заданным данным получается единственная фигура.



Когда известны две стороны и угол между ними, фигура задаётся без вариантов. Поэтому такое построение даёт один-единственный треугольник.



3

заданных элемента
определяют треугольник
однозначно и не оставляют
места для другой фигуры
с теми же данными.

Свойство однозначного построения треугольника по двум сторонам и углу между ними

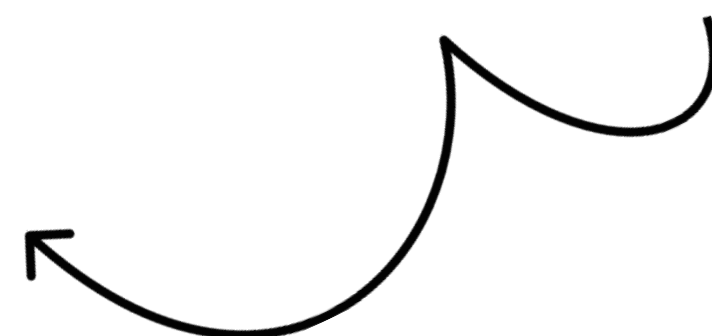
Что происходит при нарушении условия



Для доказательства важна не просто близость данных, а точное совпадение всех нужных элементов треугольника.

Полный набор совпадений даёт равенство треугольников. Если угол не включён или его вовсе нет, признак не подтверждается.

Учебное сравнение трёх типичных случаев применения признака; дата не требуется



Пример с конкретными данными



01

Дано

В двух треугольниках указаны стороны 5 см и 7 см, а между ними отмечен угол 40° . Эти данные относятся к одному и тому же набору элементов.

02

Применяем признак

Поскольку совпадают две стороны и угол между ними, можно сразу использовать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.

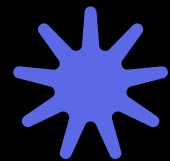
03

Делаем вывод

Треугольники равны, а значит, совпадают и все остальные соответствующие стороны и углы. Это позволяет дальше решать задачу без дополнительных измерений.



Как записывают доказательство в задаче



01 Указывают равные стороны

Сначала в записи называют две пары равных сторон и обязательно уточняют, что они соответствуют друг другу в обоих треугольниках.

02 Отмечают равный угол

Затем записывают равенство угла между этими сторонами. Именно этот угол является обязательным условием признака и не может быть заменён другим.

03 Ссылаются на признак

После этого формулируют применение признака равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними, чтобы обосновать равенство фигур.

04 Записывают вывод

В конце делают вывод о равенстве треугольников и перечисляют равные соответствующие стороны и углы, если это требуется по условию задачи.

Краткая памятка для решения задач



Шаг	Что проверить	Результат
Дано	2 стороны + угол	Есть основание
Проверка	угол между ними	Признак подходит
Вывод	треугольники равны	Можно сравнить элементы

Памятка по признаку равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними

Таблица помогает быстро проверить, достаточно ли данных для применения признака и какой вывод можно сделать после проверки.

Если угол не является включённым, признак применять нельзя. При выполнении всех условий можно сразу утверждать равенство треугольников.

Главный вывод по теме



Признак по двум сторонам и углу между ними позволяет быстро и точно доказывать равенство треугольников. Он экономит время, упрощает чертёж и помогает уверенно решать геометрические задачи.

