

НЕРАВЕНСТВА С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ



Осваиваем решения и запись ответов
шаг за шагом.



ЛИНЕЙНЫЕ НЕРАВЕНСТВА: ГДЕ ОНИ ВСТРЕЧАЮТСЯ

Линейные неравенства помогают описывать все подходящие значения переменной. Они встречаются в задачах на выбор, сравнение и ограничения, а ответ удобно записывать через промежутки.



КАКИЕ БЫВАЮТ ЗНАКИ



МЕНЬШЕ

Знак $<$ показывает, что левая часть меньше правой. Его используют, когда нужно сравнить величины и указать строгое ограничение без включения равных значений.



С ГРАНИЦЕЙ

Знаки $\leq$ и $\geq$ разрешают равенство. Они нужны, когда условие допускает точное значение на границе, например не более 30 минут или не ниже 0°C .



ПРИМЕРЫ ИЗ ЖИЗНИ

В жизни такие записи помогают задавать реальные условия: температура выше нуля, путь короче часа, цена не превышает бюджет. Это делает неравенства очень практичными.



БОЛЬШЕ

Знак $>$ означает, что одно выражение больше другого. Он помогает описывать превышение температуры, расстояния, времени или любой другой измеряемой величины.



СВЯЗЬ ВЕЛИЧИН

Неравенство показывает связь между двумя выражениями, а не точное равенство. Поэтому его решение часто состоит не из одного числа, а из целого множества подходящих значений.



ЧТО ЗНАЧИТ РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

Найти все x

Решение неравенства – это все значения x , при которых исходная запись становится верной. Нельзя оставлять только один подходящий пример, если подходят и другие числа.

Возможные формы ответа

Ответ может быть отдельным числом, промежутком или бесконечным набором значений. Вид ответа зависит от самого неравенства и от того, включается ли граница.

Проверить результат

Лишние значения включать нельзя: они должны удовлетворять исходному условию. Поэтому после преобразований полезно проверять найденный ответ подстановкой одного числа из решения.



ЧЕМ НЕРАВЕНСТВО ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ УРАВНЕНИЯ

ТОЧНЫЕ ОТВЕТЫ

Уравнение ищет точные значения переменной. Обычно это одно число или несколько отдельных решений, которые делают равенство истинным.

01

ОБЛАСТЬ РЕШЕНИЙ

Неравенство описывает область допустимых значений. Вместо одной точки часто получается целый промежуток чисел, удовлетворяющих условию.

02

РАЗНАЯ ЗАПИСЬ

В уравнении стоит знак равенства, а в неравенстве – сравнение по величине. Поэтому запись, способ решения и форма ответа заметно отличаются.

03

КАК ПРЕОБРАЗОВЫВАТЬ НЕРАВЕНСТВА

ПЕРЕНОСИМ СЛАГАЕМЫЕ

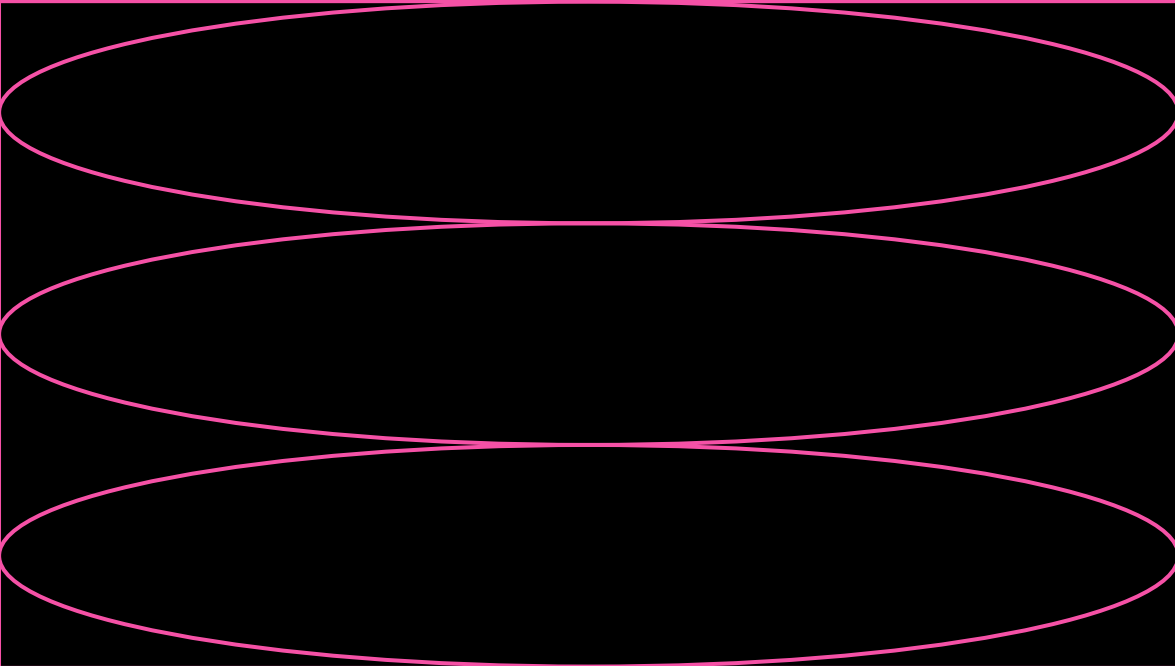
Сначала можно перенести слагаемые, чтобы все члены с переменной оказались с одной стороны, а числа – с другой. Такое преобразование не меняет множество решений.

01

УПРОЩАЕМ ВЫРАЖЕНИЕ

Затем раскрывают скобки и приводят подобные члены. Это упрощает выражение и делает дальнейшие действия с неравенством более понятными.

02



ДЕЛИМ НА КОЭФФИЦИЕНТ

После упрощения делят обе части на ненулевой коэффициент при x . Важно помнить, что равносильность сохраняется только при аккуратном выполнении этого шага.

03

СОХРАНЯЕМ СМЫСЛ

Если коэффициент отрицательный, знак неравенства меняют на противоположный. Затем записывают ответ и, при необходимости, проверяют его подстановкой.

04



***Одна ошибка в этом шаге меняет весь ответ,
поэтому правило нужно помнить
без исключений.***

1

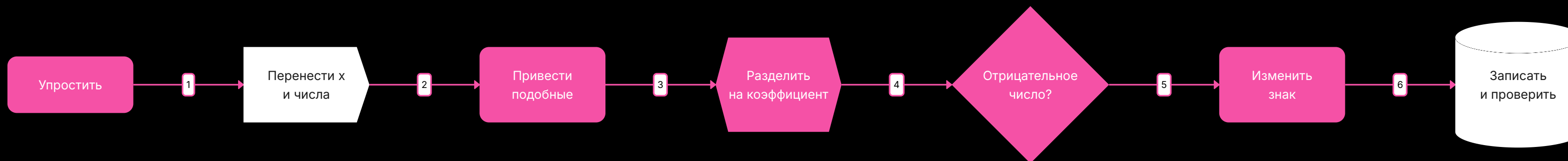
раз приходится менять знак
неравенства при делении
на отрицательное число.

Правило решения линейных неравенств
с одной переменной.

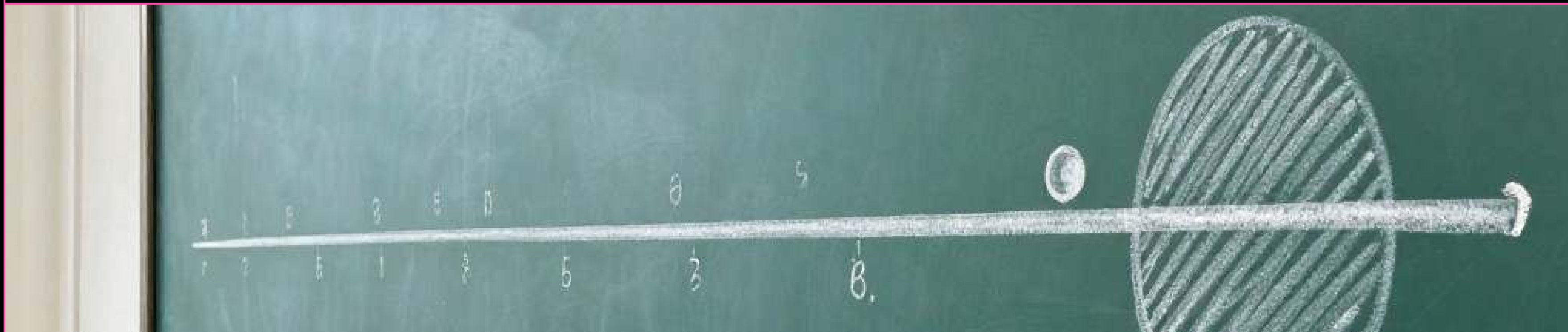


ШАГИ РЕШЕНИЯ

Последовательность действий помогает не пропустить важный шаг и избежать ошибок при решении.



ПРИМЕР 1: $Ax + B > 0$



УПРОЩАЕМ ЗАПИСЬ

Начинаем с неравенства $3x + 5 > 11$. Сначала переносим число 5 вправо, затем получаем $3x > 6$, чтобы оставить переменную отдельно.

01

НАХОДИМ X

Делим обе части на 3, потому что коэффициент положительный, и знак не меняется. Получаем $x > 2$ – все числа, которые больше двух.

02

ЗАПИСЫВАЕМ ОТВЕТ

На числовой прямой отмечаем пустую точку в 2 и штриховку вправо. В интервальной записи это $(2; +\infty)$, что удобно для краткого ответа.

03

ПРИМЕР 2: ЗНАК МЕНЯЕТСЯ

ПЕРЕНОСИМ ЧИСЛО

Начинаем с $-2x + 7 \leq 3$ и переносим 7 вправо: $-2x \leq -4$. Так удобнее выделить неизвестное и увидеть, какое действие нужно выполнить дальше.

01

ДЕЛИМ ПРАВИЛЬНО

Делим обе части на -2 и обязательно меняем знак неравенства: $x \geq 2$. Именно здесь чаще всего допускают ошибку, если забывают про правило смены знака.

02

ФОРМУЛИРУЕМ ОТВЕТ

Ответ записываем как $x \geq 2$, а на прямой отмечаем закрашенную точку в 2 и штриховку вправо. Интервал: $[2; +\infty)$.

03





ЧЕК-ЛИСТ ОШИБОК

ЗАБЫВАЮТ ЗНАК

Перед каждым шагом уточняйте, что именно вы делаете с обеими частями неравенства. Если делите или умножаете на отрицательное число, знак обязательно меняется, иначе ответ окажется неверным.

ПУТАЮТ ПЕРЕНОС

При переносе слагаемых важно менять не только их место, но и знак. Ошибка в одном действии сразу искажает результат, поэтому полезно выполнять преобразования поэтапно и аккуратно.

ТЕРЯЮТ СКОБКИ

Раскрывая скобки, не теряйте минусы перед скобкой и знаки у всех слагаемых внутри. Эта ошибка особенно часто встречается в выражениях с отрицательным коэффициентом перед скобкой.

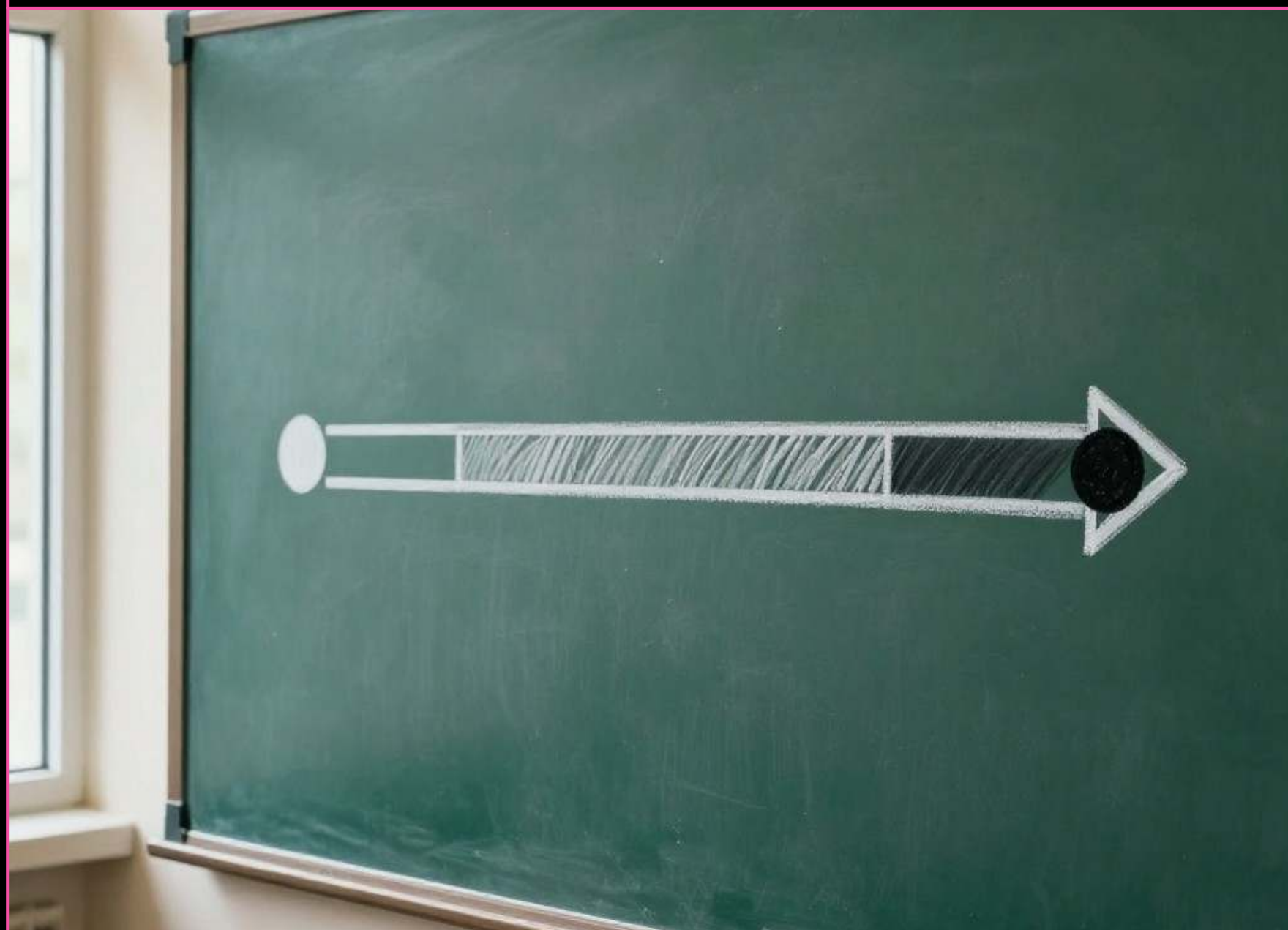
НЕТ ПРОВЕРКИ

После решения всегда проверяйте, подходит ли полученный ответ исходному неравенству. Это помогает заметить пропущенную смену знака, неверные вычисления и случайно записанные лишние значения.

ПУТАЮТ ТОЧКИ

На числовой прямой пустая точка означает, что число не входит в ответ, а закрашенная – входит. Если перепутать их, запись решения станет неверной.

ЧИСЛОВАЯ ПРЯМАЯ И РЕШЕНИЕ



Граница решения

Числовая прямая помогает увидеть, какие значения входят в ответ. По ней сразу понятно, где находится граница, и в какую сторону продолжается множество решений.

Включено или нет

Пустая точка ставится там, где число не включается в ответ. Закрашенная точка показывает, что граница входит в множество решений и является допустимым значением.

Направление ответа

Стрелка вправо означает, что подходят большие числа, а стрелка влево – меньшие. Для промежутка закрашивают весь подходящий участок, а не отдельные точки.

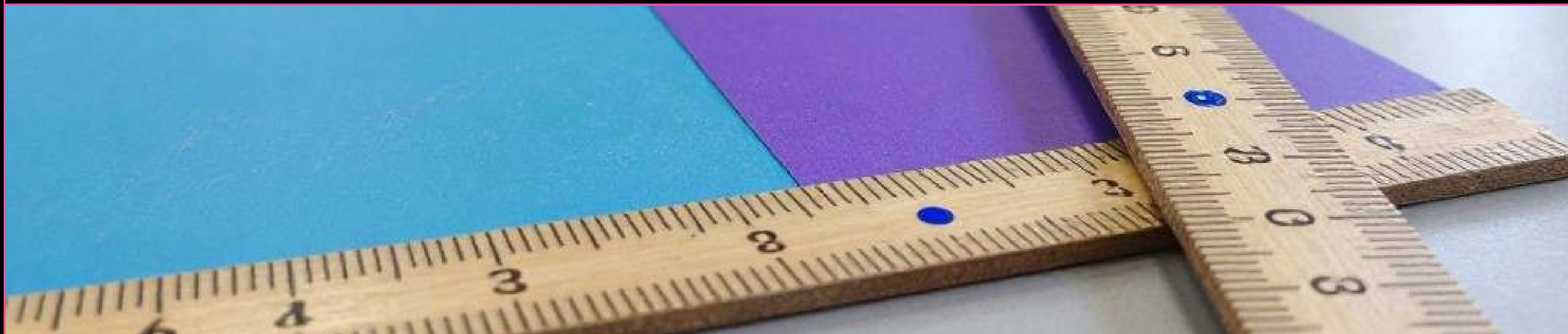
ИНТЕРВАЛЬНАЯ ЗАПИСЬ

Запись	Смысл	Пример
$(a; b)$	оба конца не входят	$(1; 4)$
$[a; b]$	оба конца входят	$[1; 4]$
$[a; b)$	входит левый конец	$[1; 4)$
$(a; +\infty)$	числа больше a	$(2; +\infty)$

Основные способы записи множества решений показывают, входит ли граница в ответ. Бесконечность всегда пишут с круглой скобкой, потому что это не число.

Круглая скобка означает невключение границы, квадратная – включение; при бесконечности используется только круглая скобка.

ПРИМЕР 3: ОТВЕТ В НЕСКОЛЬКИХ ФОРМАХ



УПРОСТИМ ВЫРАЖЕНИЕ

Начинаем с неравенства $4x - 1 \leq 7$.
Прибавим 1 к обеим частям, чтобы
убрать число слева: получаем $4x \leq 8$.

01

НАЙДЁМ x

Теперь делим обе части на 4.
Коэффициент положительный, поэтому
знак не меняется: $x \leq 2$. Это и есть
множество всех решений.

02

ЗАПИШЕМ ОТВЕТ

Ответ можно записать несколькими
способами: словесно, как интервал
и на прямой. Закрашенная точка в 2
показывает, что число 2 входит
в решение.

03



НАЙДИ ОШИБКУ

НЕВЕРНЫЙ ШАГ

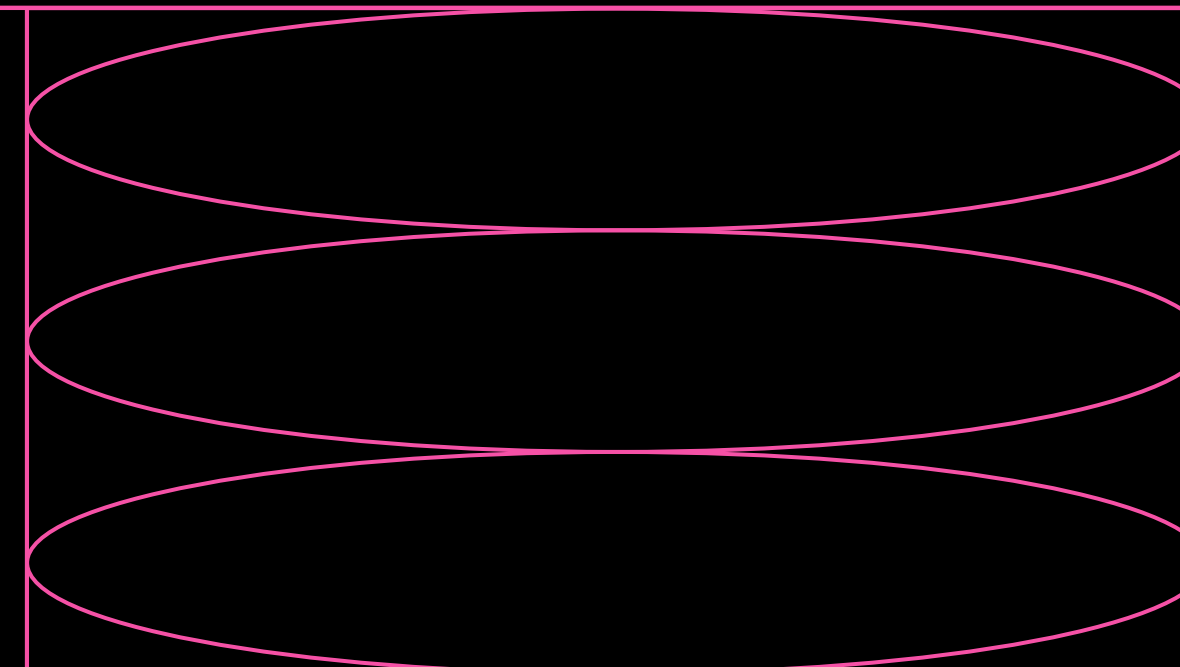
В неверном решении после деления на -3 знак неравенства оставили без изменений. Это главная ошибка: при делении на отрицательное число направление сравнения всегда меняется.

01

ВЕРНОЕ РЕШЕНИЕ

Правильное преобразование дает $x < -3$. Такое неравенство означает, что подходят все числа, меньшие -3 , а -3 само в ответ не входит.

02

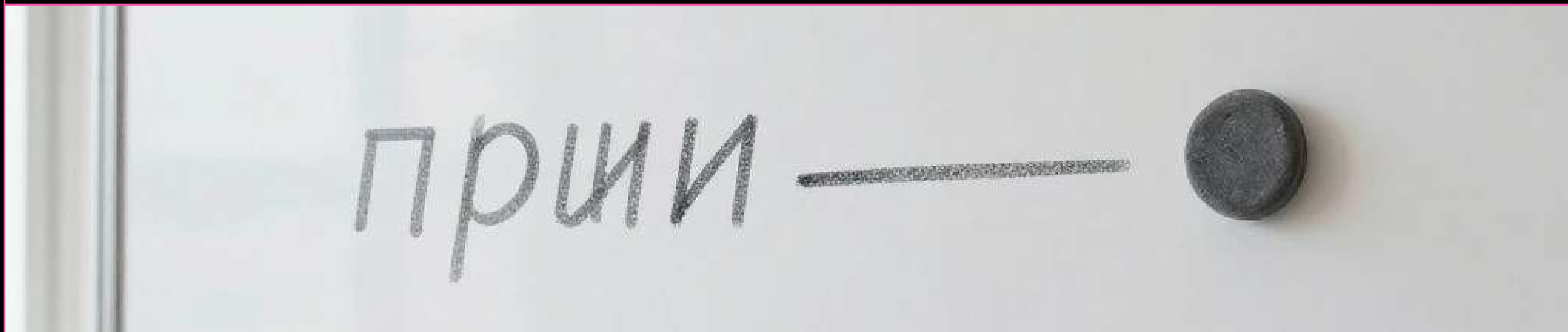


СВЕРКА ОТВЕТОВ

Проверка подтверждает результат: 0 не подходит, потому что не делает неравенство истинным, а -4 подходит. Так легко увидеть, где была допущена ошибка.

03

САМОСТОЯТЕЛЬНО 1



ПЕРВЫЙ ШАГ

Сначала перенесем число -10 в правую часть: получаем $5x < 25$. Так выражение становится проще, а переменная остается слева.

01

НАХОДИМ ОТВЕТ

Делим обе части на 5, потому что коэффициент положительный. Знак неравенства сохраняется, и получаем $x < 5$, то есть все числа меньше пяти.

02

ЗАПИСЬ РЕШЕНИЯ

На прямой отмечаем пустую точку в 5 и штриховку влево. В интервальной записи это выглядит как $(-\infty; 5)$, что полностью задает множество решений.

03

САМОСТОЯТЕЛЬНО 2

УПРОСТИМ ВЫРАЖЕНИЕ

Переносим 6 вправо: $-4x \geq 8$. Теперь остается разделить обе части на -4 , но именно здесь нужно помнить о смене знака неравенства.

01

ПОЛУЧИМ ОТВЕТ

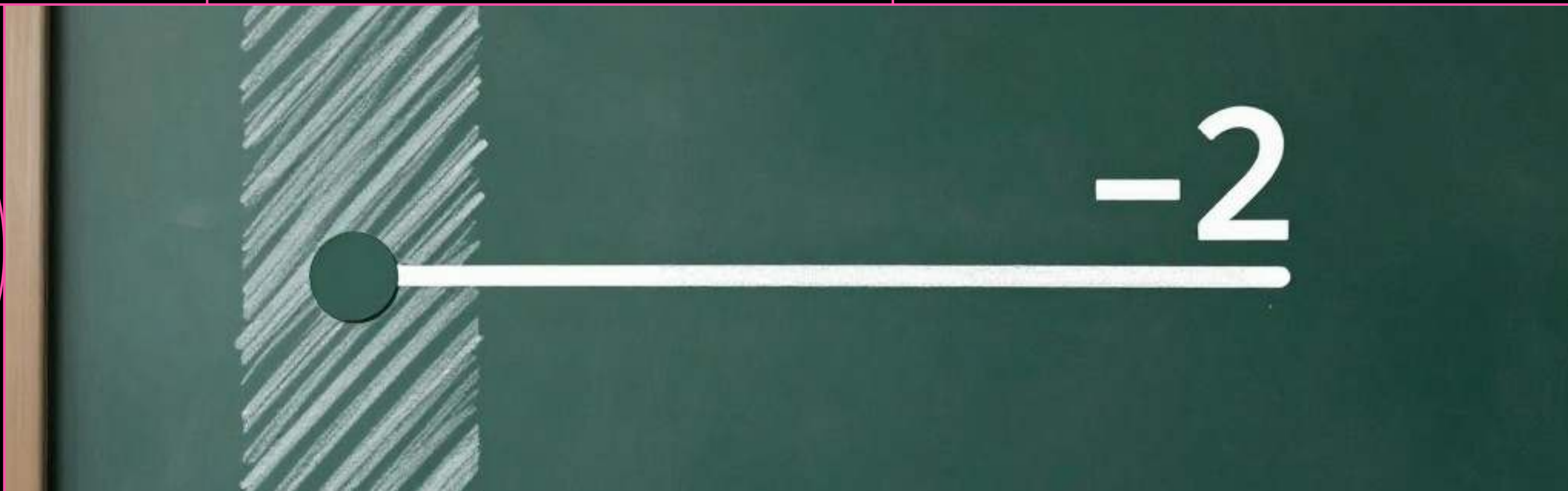
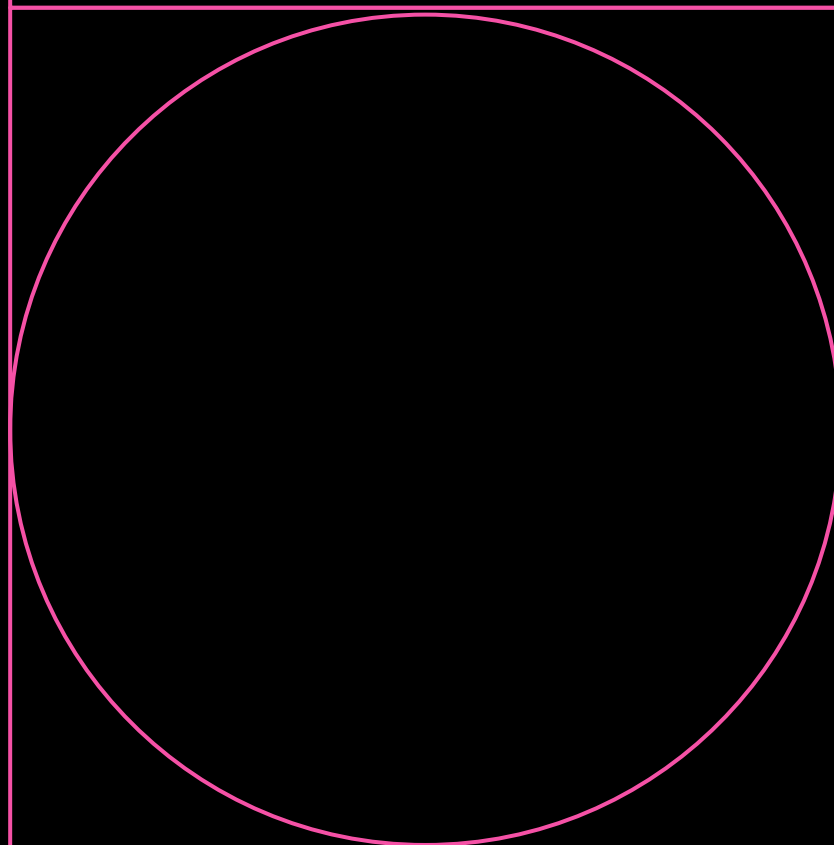
После деления получаем $x \leq -2$. Это значит, что подходят все числа, не большие -2 , включая само число -2 .

02

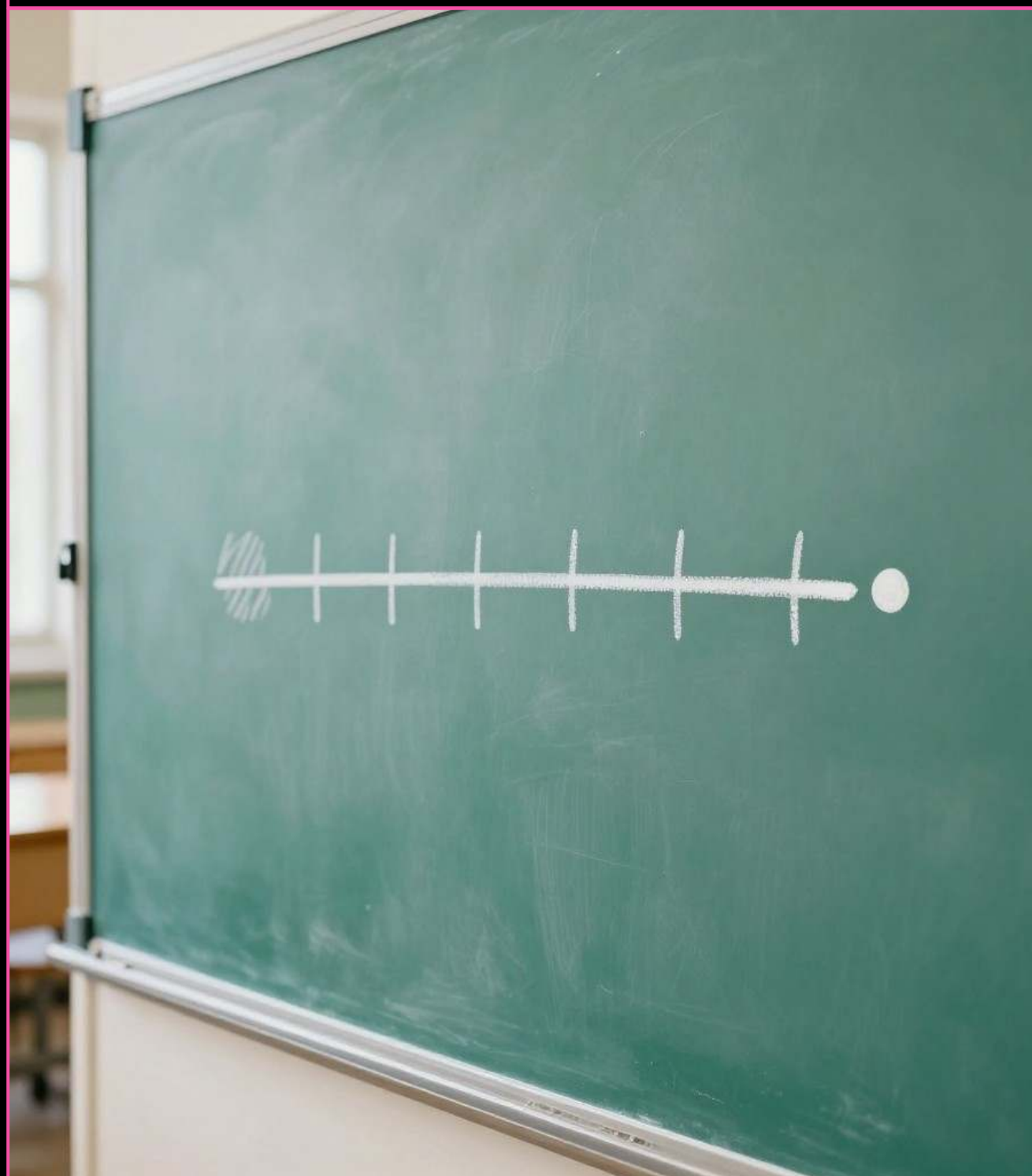
ПОКАЖЕМ НА ПРЯМОЙ

На числовой прямой решение изображают закрашенной точкой в -2 и штриховкой влево. В интервале это записывают как $(-\infty; -2]$.

03



САМОСТОЯТЕЛЬНО 3



РАСКРЫВАЕМ СКОБКИ

Сначала раскрываем скобки: $2(x - 3) < 10$ превращается в $2x - 6 < 10$. Это помогает убрать скобки и перейти к более простому виду.

01

НАХОДИМ X

Добавим 6 к обеим частям: $2x < 16$. Далее делим на 2, и знак не меняется, потому что число положительное.

02

ЗАПИСЫВАЕМ ОТВЕТ

Получаем $x < 8$, значит подходят все числа меньше 8. В ответе это интервал $(-\infty; 8)$, а на прямой – пустая точка в 8.

03

ПОНИМАЕМ РИСУНОК

Штриховка идет влево от 8, потому что подходят только меньшие значения. Такое изображение удобно сразу сопоставить с алгебраической записью решения.

04

ПРОВЕРКА ПОДСТАНОВКОЙ

ВЫБОР ЧИСЕЛ

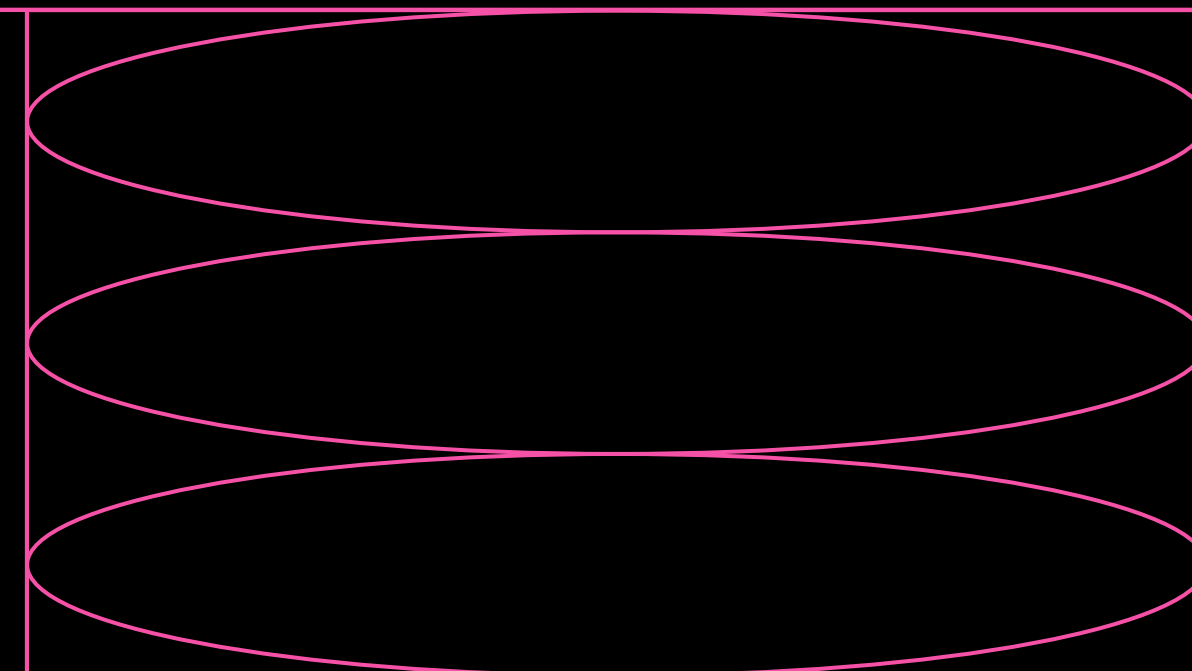
Для проверки удобно выбрать одно число из найденного ответа и одно число вне его. Так можно быстро убедиться, что граница и направление решения выбраны верно.

01

ПРОВЕРКА ВНУТРИ

Если подстановка числа из ответа делает неравенство истинным, решение выглядит правильно. Когда подходящее число не проходит проверку, в преобразованиях почти наверняка допущена ошибка.

02



ПРОВЕРКА СНАРУЖИ

Число вне ответа должно давать ложное неравенство. Это помогает не только подтвердить результат, но и понять, что лишние значения не попали в множество решений.

03

ГЛАВНЫЙ ИТОГ



Неравенства с одной переменной решаются последовательно и аккуратно: упрощаем выражения, соблюдаем правило смены знака и обязательно проверяем результат. Ответ удобно показывать словами, на прямой и в интервальной записи.