

Расстояние между точками и уравнение окружности

Геометрия на координатной плоскости становится точной и понятной



Зачем это нужно в 9 классе

Координаты помогают считать длины, проверять свойства фигур и быстро решать задачи ОГЭ. Эти темы связывают рисунок, числа и формулы в одном способе рассуждения.



Именно пара координат позволяет найти
смещение по горизонтали и вертикали
без измерений на чертеже.

Определение координат точки на плоскости

3

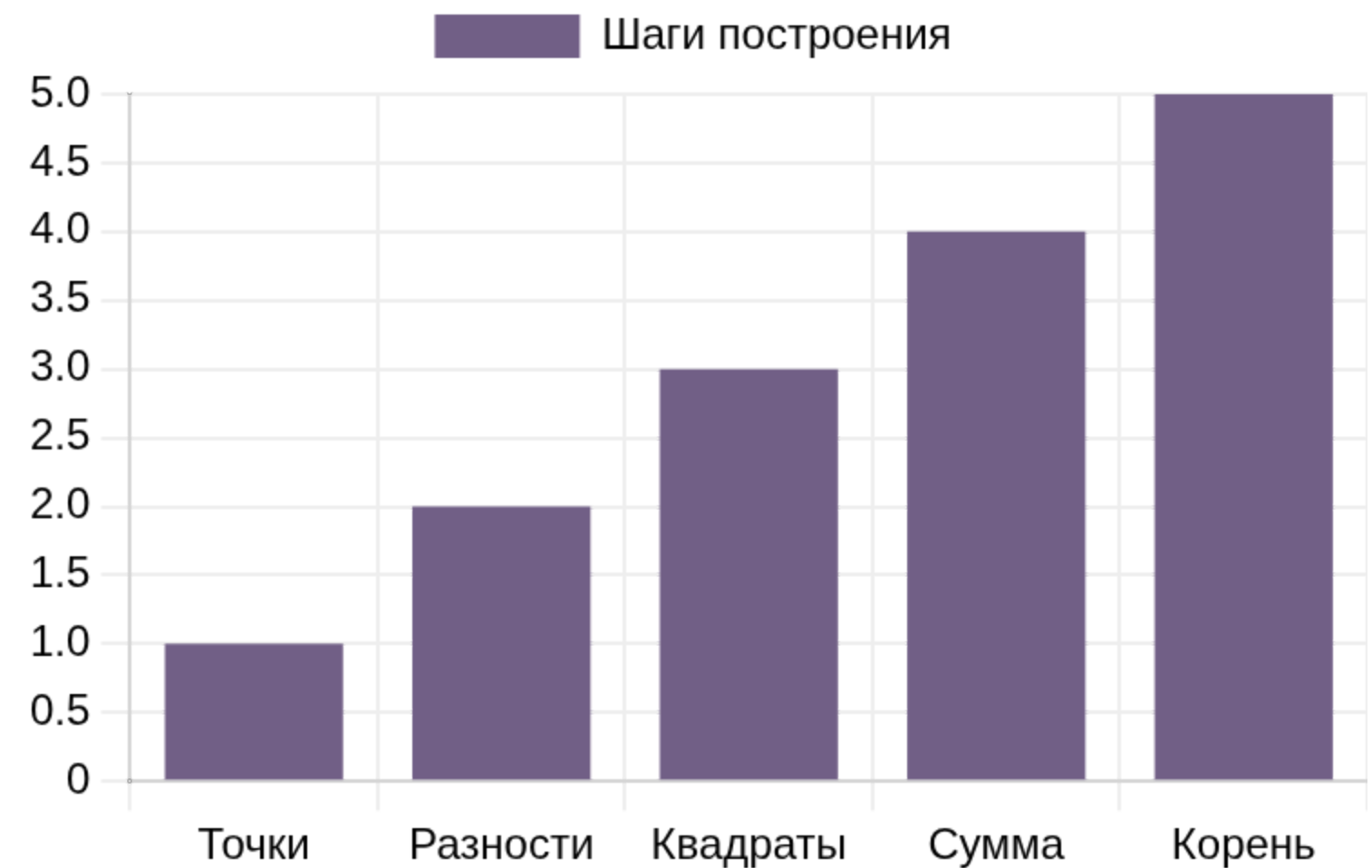
2

числа задают
положение точки
на плоскости

Как получается формула расстояния

Каждый шаг переводит геометрический рисунок в числовую запись, а затем возвращает длину отрезка из формулы.

Формула расстояния строится последовательно: разности координат превращаются в катеты, а итогом становится длина гипотенузы.



*Теорема Пифагора и вывод формулы
расстояния между точками*

Примеры вычисления расстояния между точками

В таблице показаны случаи с диагональным, вертикальным и горизонтальным отрезком. Они помогают увидеть, как формула работает на практике.

В первых двух примерах получается знакомый треугольник 3–4–5, а в двух других формула упрощается из-за совпадения одной координаты.

Учебные примеры по теме

Точки	Расстояние	Особенность
A(0; 0), B(3; 4)	5	3–4–5
C(-2; 1), D(1; 5)	5	3–4–5
E(2; -1), F(2; 6)	7	вертикаль
G(-3; 4), H(1; 4)	4	горизонталь

Особые случаи формулы расстояния

Одинаковая абсцисса

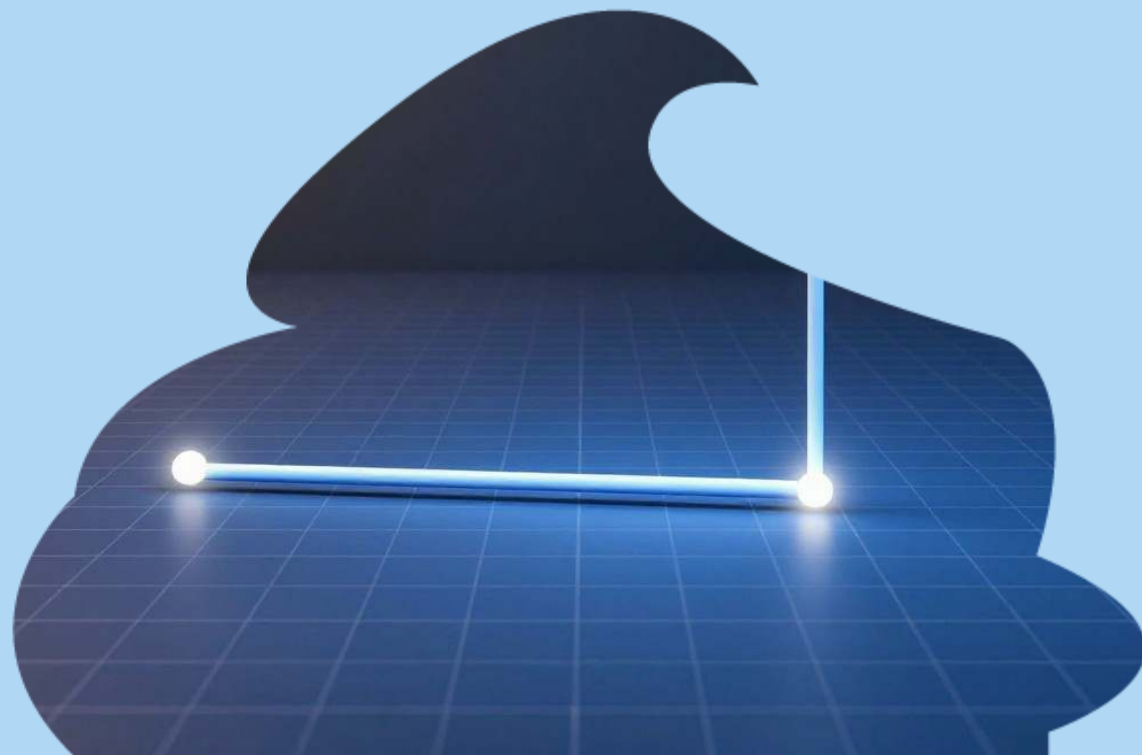
Если x у точек совпадает, отрезок идёт строго вверх или вниз. Тогда нужно найти только модуль разности ординат, потому что горизонтального смещения нет.

Одинаковая ордината

Если совпадает y , отрезок лежит на одной горизонтали. В этом случае расстояние равно модулю разности абсцисс, и полная формула становится не нужна.



Теорема Пифагора и расстояние между точками



Почему появляется прямоугольный треугольник

Если от двух точек провести отрезки, параллельные осям, получится прямоугольный треугольник. Его катеты равны разностям координат, а искомый отрезок становится гипотенузой. Так координаты превращаются в привычную геометрическую схему.



Как алгебра помогает измерять длину

Теорема Пифагора даёт равенство, в котором вместо рисунка работают числа. Благодаря этому длину отрезка можно найти точно, даже если чертёж большой, неаккуратный или вообще отсутствует.

Алгоритм нахождения расстояния между точками

Последовательность действий для любых двух точек на координатной плоскости

Что такое окружность

1

Множество точек

Окружность состоит из всех точек плоскости, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной фиксированной точки. Это расстояние не меняется и задаёт саму фигуру.

3

Точка на окружности

Если точка лежит на окружности, её расстояние до центра равно радиусу. Именно это свойство позже позволяет записать окружность уравнением в координатах.

2

Центр и радиус

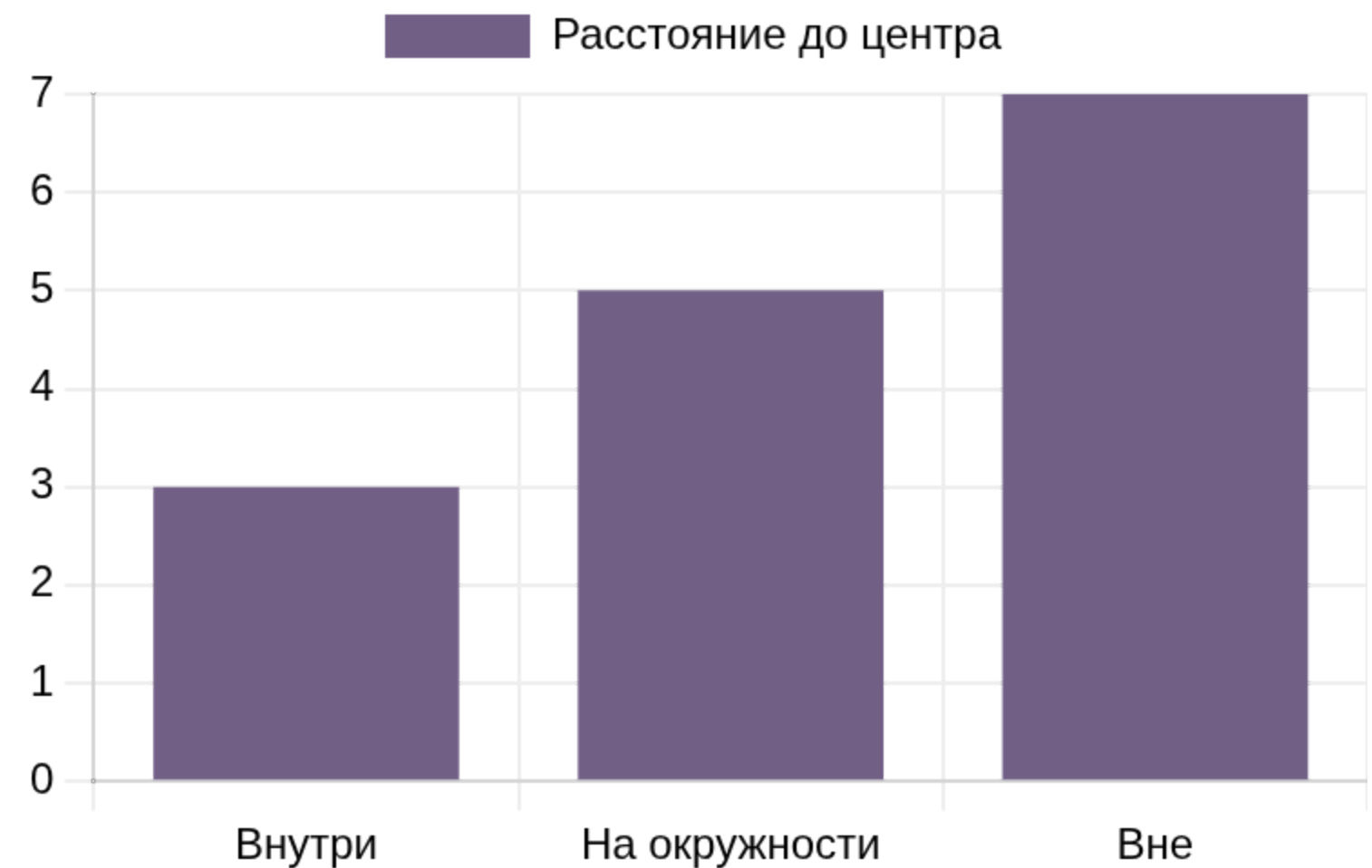
Фиксированная точка называется центром окружности, а постоянное расстояние от центра до любой точки окружности — радиусом. Все такие отрезки имеют одинаковую длину.



Центр, радиусы и точки окружности

Схема показывает, как меняется расстояние от центра до разных точек. Для окружности важно только одно число — радиус.

Если расстояние меньше радиуса, точка внутри; если равно — на окружности; если больше — снаружи.



Схематическая иллюстрация по определению окружности

Уравнение окружности в общем виде

1

Центр и радиус

Окружность полностью задаётся двумя числами — координатами центра и длиной радиуса. Если центр обозначен как $(a; b)$, а радиус как r , можно записать одно общее уравнение для всех точек фигуры.

3

Проверка точки

Если подставить координаты точки, лежащей на окружности, левая часть формулы обязательно совпадёт с r^2 . Это удобный способ быстро проверить, принадлежит ли точка заданной окружности без построения чертежа.

2

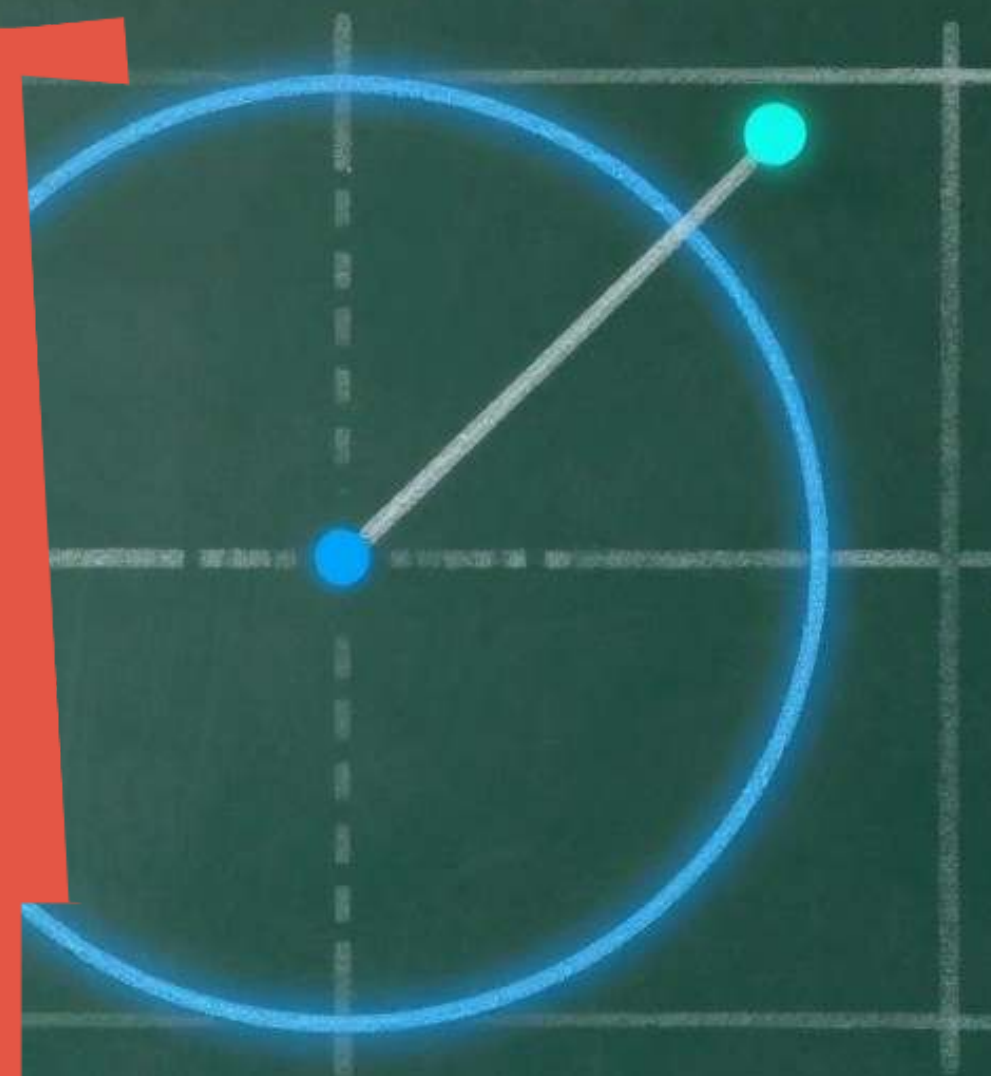
Главная запись

Любая точка окружности удовлетворяет равенству $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. Оно показывает, что расстояние до центра по координатам складывается из двух квадратов и остаётся одинаковым для всей линии.

4

Связь с геометрией

Такое уравнение соединяет рисунок и числа: по записи сразу видно положение окружности на плоскости, её размер и центр. Именно поэтому координатный метод так важен в задачах 9 класса.



Составные части уравнения окружности



Каждый элемент формулы имеет своё значение. Вместе они показывают, как расстояние до центра превращается в координатную запись окружности.



Формула строится из двух расстояний до центра и их квадратов, поэтому окружность удобно описывается в координатах одним равенством.



Обобщение по формуле $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ из школьной геометрии

Обозначение	Что означает
a	абсцисса центра
b	ордината центра
r	радиус
$(x-a)^2$	горизонтальный вклад
$(y-b)^2$	вертикальный вклад
r^2	постоянная сумма

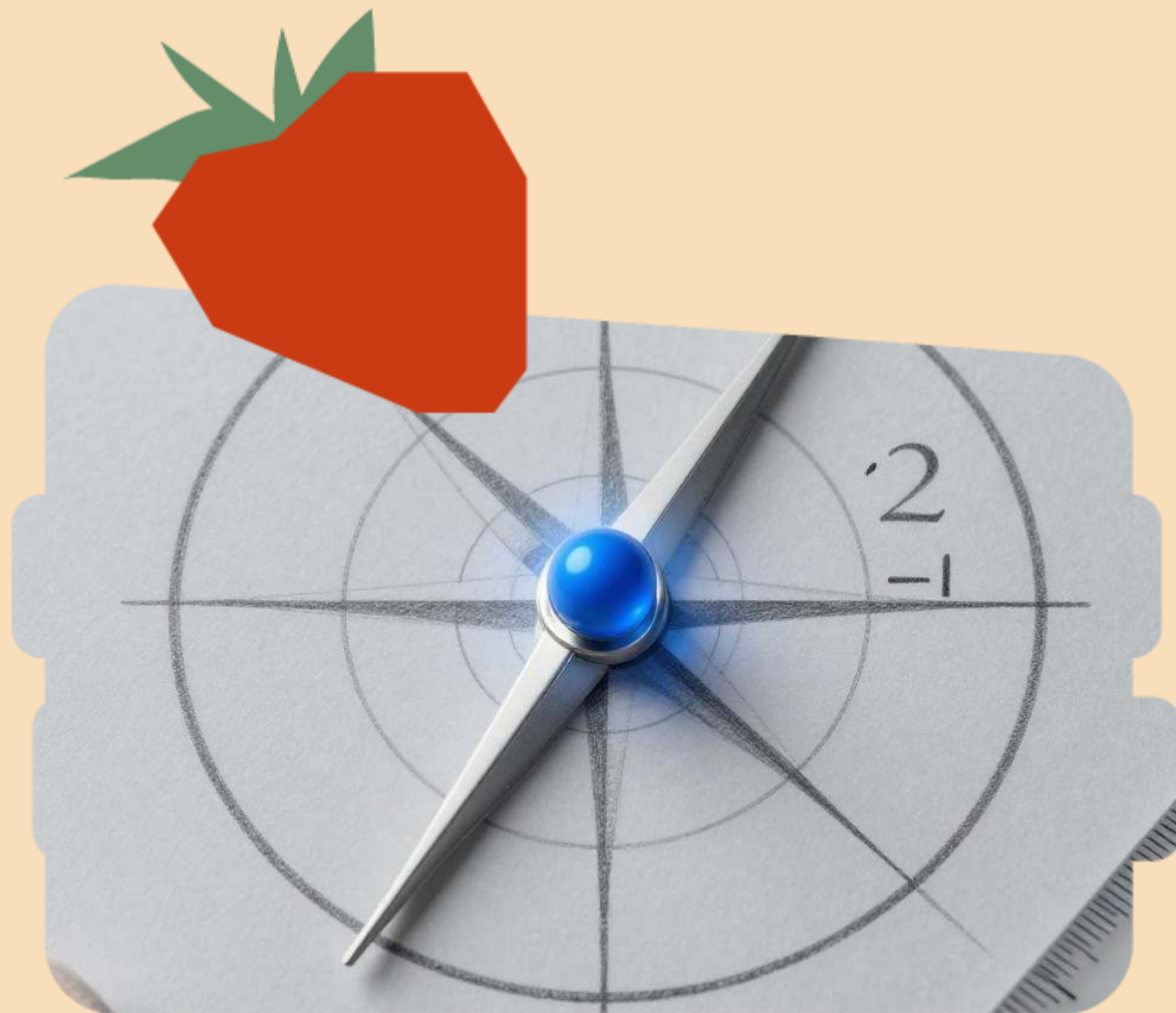
Эта запись удобна для первых задач:
достаточно сравнить сумму квадратов
координат точки с r^2 и понять, где она
расположена.

Школьная формула окружности с центром
 $O(0; 0)$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

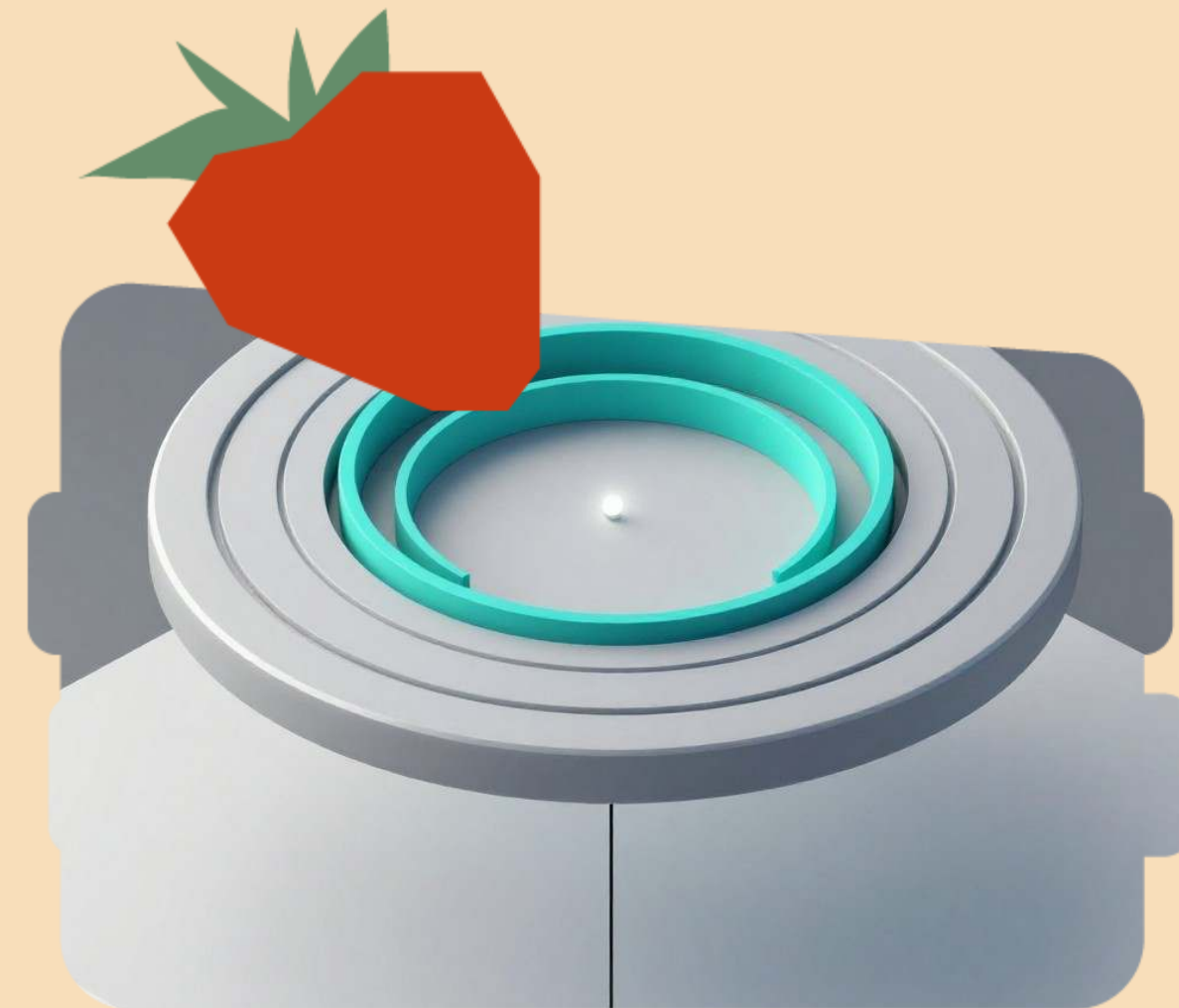
— так выглядит самое
простое уравнение
окружности с центром
в начале координат.

Пример окружности по уравнению



Центр сразу виден в записи

В уравнении $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ легко узнать центр окружности: он находится в точке $(2; -1)$. Знаки внутри скобок меняются на противоположные, поэтому по формуле можно быстро прочесть координаты без построения.



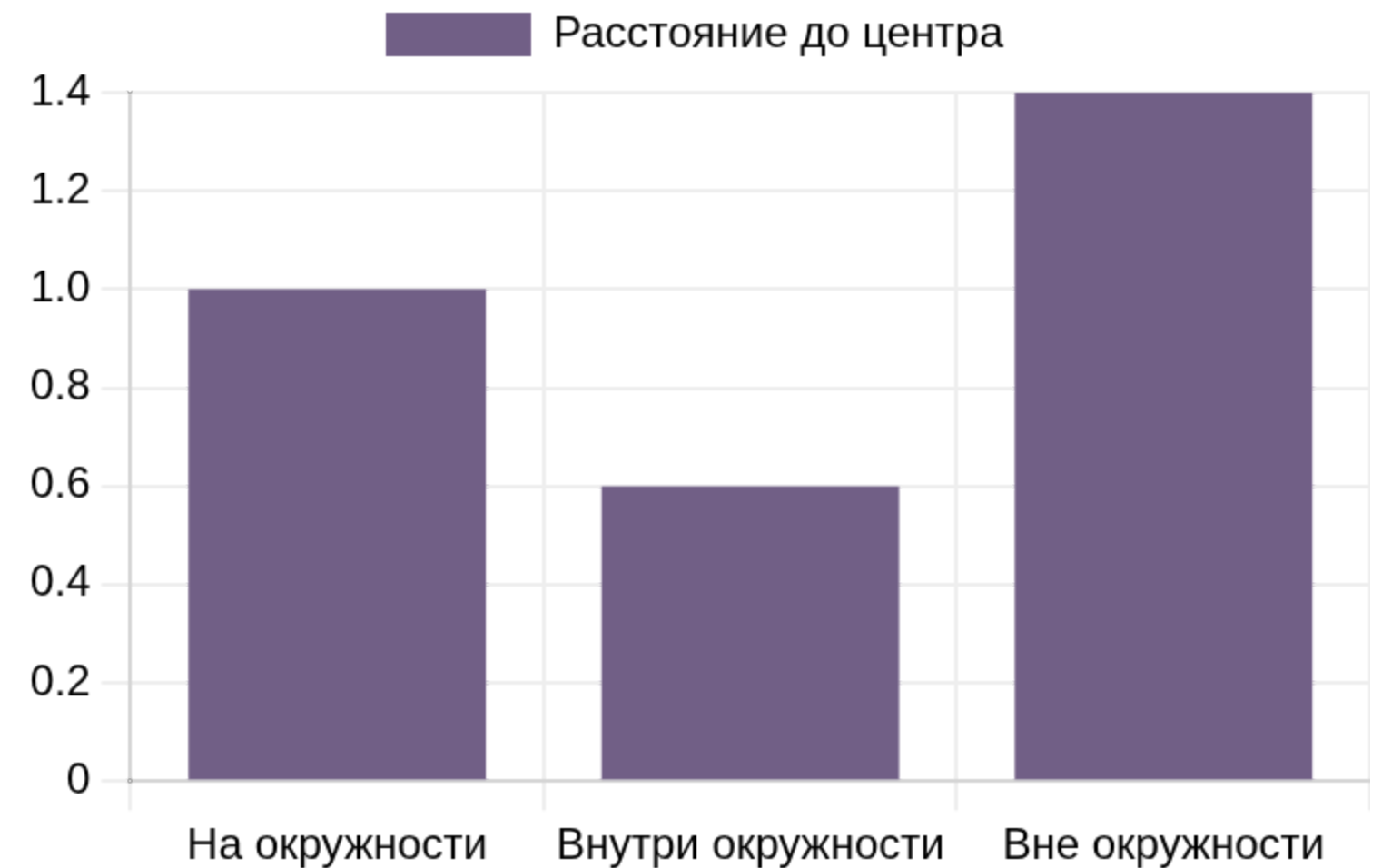
Радиус и проверка точек

Число 9 показывает квадрат радиуса, значит сам радиус равен 3. Если подставить координаты любой точки, лежащей на окружности, получится именно 9; так можно проверить рисунок или найденный ответ.

Сравнение расстояния до центра и радиуса

Диаграмма показывает не сами координаты, а их смысл: расстояние до центра сравнивается с радиусом. Это помогает понимать уравнение окружности без лишних вычислений.

Если расстояние равно радиусу, точка лежит на окружности; если меньше — внутри; если больше — снаружи.



Схематическое сравнение по определению окружности

Типичные ошибки в задачах по теме

Путают скобки

При вычислении расстояния важно не потерять скобки в выражениях $x_2 - x_1$ и $y_2 - y_1$. Без них легко изменить порядок действий и получить неверный ответ.

Неверный знак центра

В уравнении окружности знак внутри скобок противоположен координате центра. Поэтому запись $(x+1)^2$ означает центр с абсциссой -1 , а не $+1$.

Путают разные расстояния

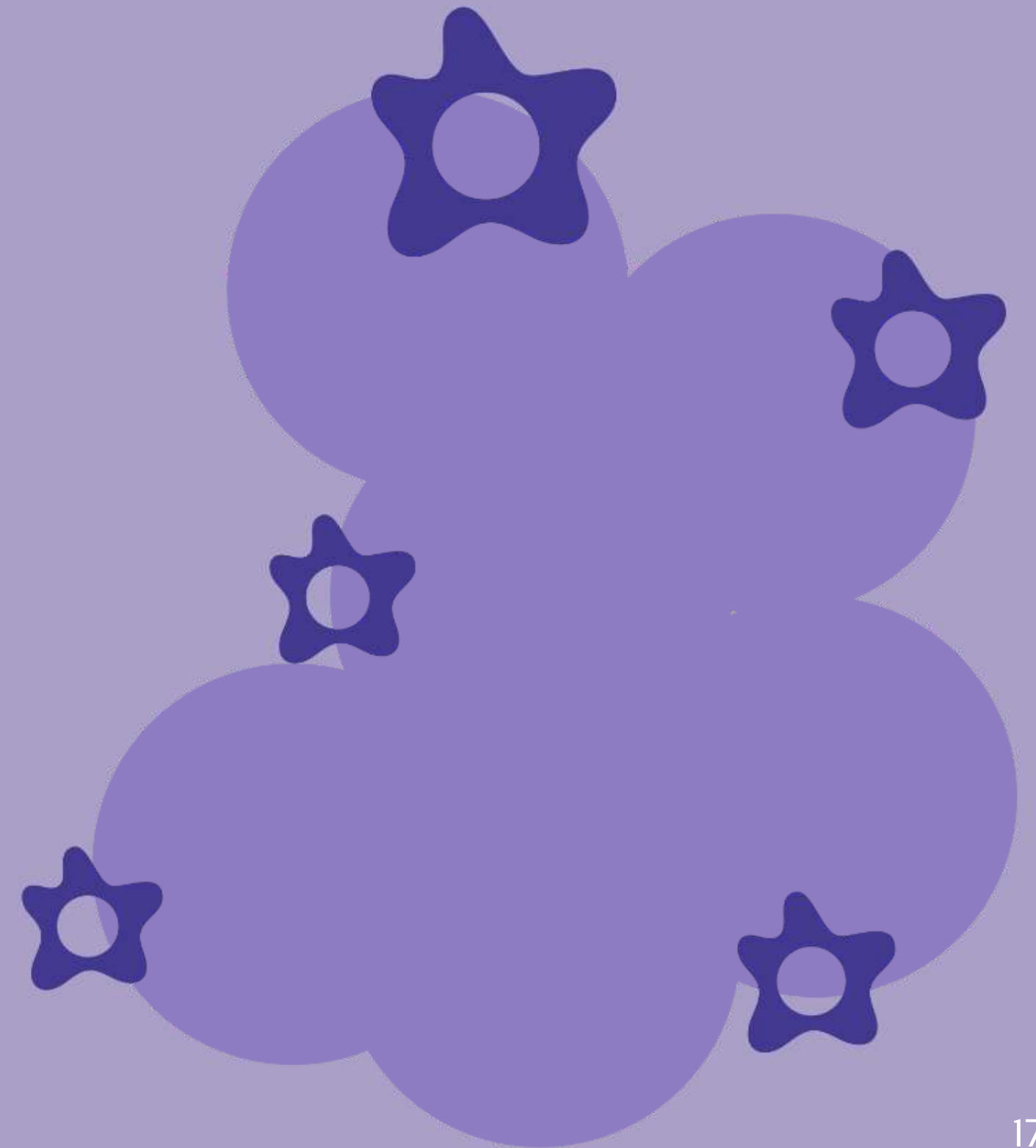
Расстояние между двумя точками и расстояние от точки до центра — это разные задачи. Чтобы не ошибиться, нужно сначала понять, что именно требуется найти.

Забывают квадраты

Разности координат обязательно возводят в квадрат, иначе формула Пифагора не работает. Эта ошибка особенно часто встречается, когда ученик спешит и сразу берёт корень.

Сравнивают не с тем числом

Для проверки точки нужно сравнивать левую часть с r^2 , а не с радиусом r . Если перепутать эти величины, вывод о положении точки будет неправильным.



Тренировочные задания по теме

Короткие задания помогают проверить и формулу расстояния, и запись окружности, и умение находить центр по уравнению.

Во всех примерах достаточно правильно подставить числа и аккуратно прочесть знаки в записи окружности.

Задания по теме на основе школьных формул

Задание	Ответ
(1; 2) и (4; 6)	5
(3; 1) на $(x-2)^2+(y-1)^2=5$	не лежит
Центр (0; 0), $r=4$	$x^2+y^2=16$
$(x+1)^2+(y-3)^2=25$	центр (-1; 3), $r=5$

Где применяются расстояния и окружности



Карты и навигация

Расстояния между точками помогают оценивать перемещения, строить маршруты и сравнивать пути на карте. Координаты делают такие расчёты точными и наглядными.



Черчение и геометрия

Окружности и радиусы нужны при построении фигур, дуг и симметричных элементов. Координатная запись позволяет проверять размеры без дополнительного измерения.



Игры и графика

В компьютерной графике окружности помогают изображать колёса, мишени, кнопки и другие круглые объекты. Координаты упрощают их создание на экране.



Траектории движения

Расстояние и окружность используются для описания путей, поворотов и движения по дуге. Такие модели встречаются в физике, робототехнике и навигации.



Школьные задачи

В учебных примерах эти темы связывают рисунок, числа и формулы. Это помогает лучше понимать геометрию и уверенно решать задания ОГЭ.

Главное, что нужно запомнить

Формула расстояния и уравнение окружности показывают, как геометрия переводится на язык чисел. Если помнить смысл координат, центр и радиус, любые задачи становятся понятнее и решаются увереннее.

