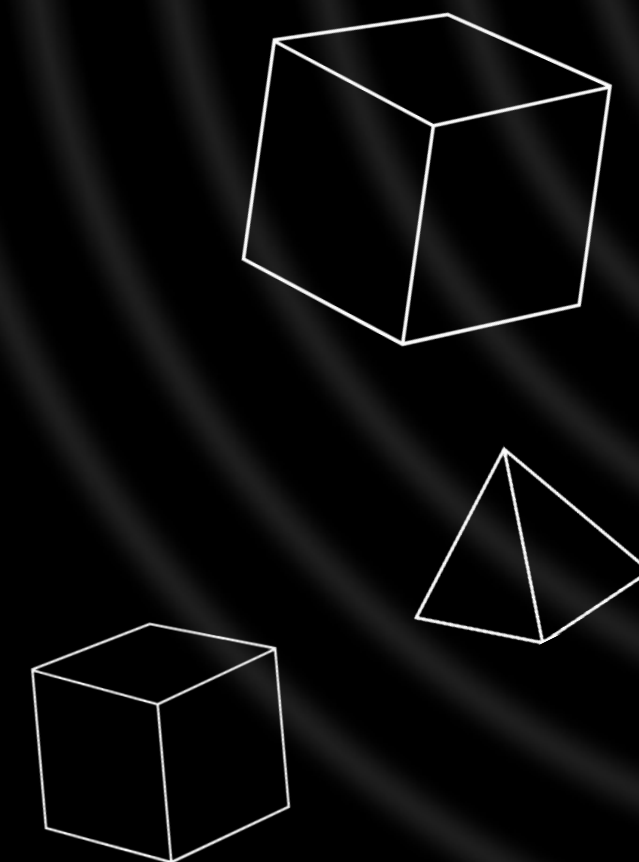


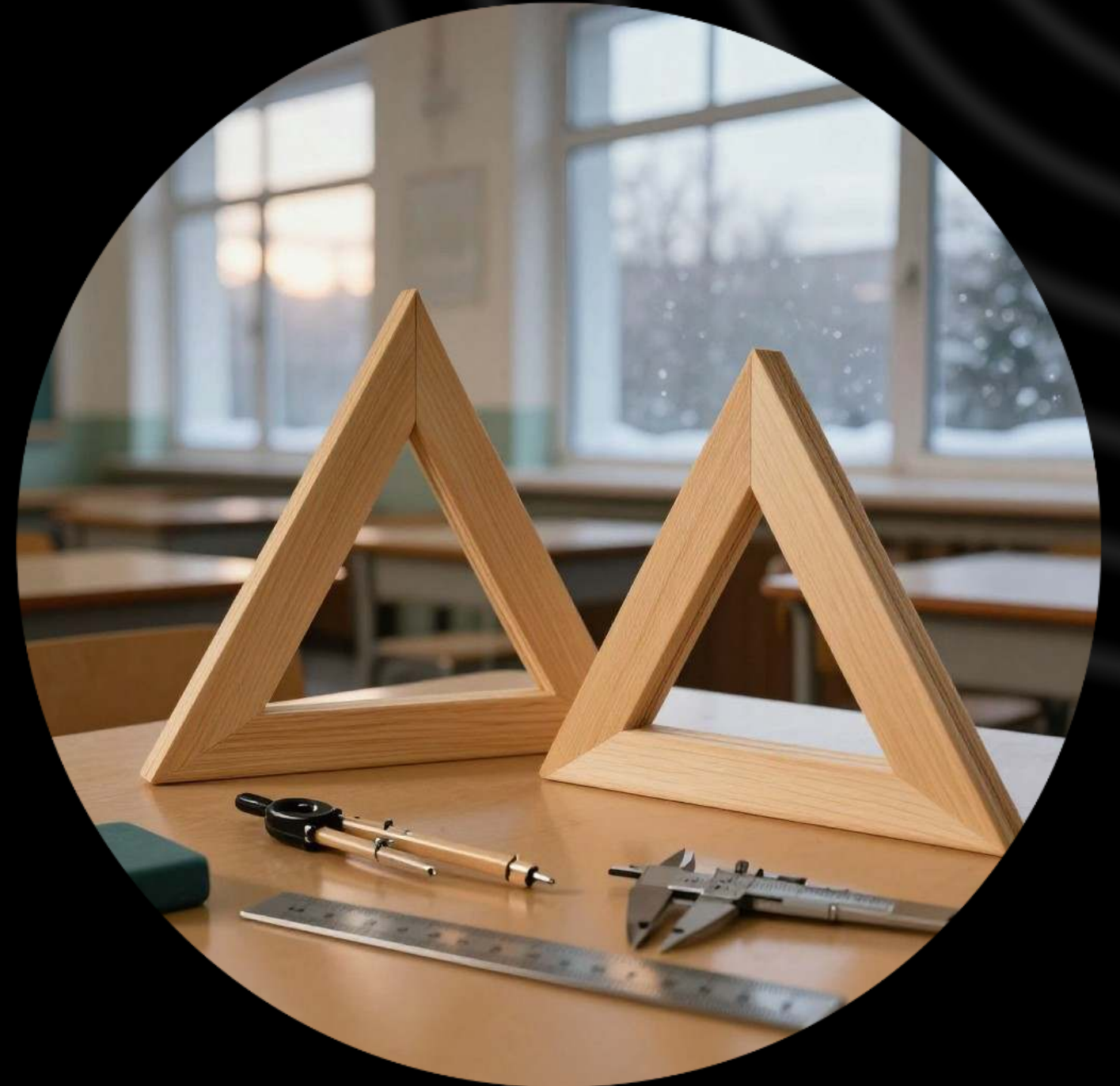
Доказательство от противного и второй признак равенства треугольников

Логика доказательств и равенство треугольников



Почему геометрия требует строгих доказательств

В геометрии важен не только ответ, но и путь к нему: точные свойства фигур позволяют делать выводы без измерений, а доказательство от противного помогает находить решение там, где прямой ход слишком сложен.



Что такое доказательство способом от противного

1

Начинаем с противоположного

Сначала принимают предположение, обратное тому, что требуется доказать. Такой прием позволяет проверить, не приводит ли выбранная версия к нарушению условий задачи или известных свойств фигуры.

2

Выводим следствия

Из сделанного предположения последовательно получают новые факты. Каждый шаг должен опираться на уже известные теоремы, определения или данные чертежа, чтобы рассуждение оставалось строгим и понятным.

3

Ищем невозможность

Если в ходе рассуждения появляется утверждение, которое не может быть верным, значит исходное противоположное предположение ошибочно. Именно это несоответствие и называют логическим противоречием.

4

Делаем окончательный вывод

Когда противоположная версия опровергнута, остается единственно возможный вариант: исходное утверждение верно. Так в геометрии доказывают равенство, неравенство и взаимное расположение элементов.

5

Где это особенно полезно

Этот способ часто используют, когда прямое доказательство неудобно. В задачах на треугольники он помогает проверить равенство элементов и показать, что другой ответ просто невозможен.

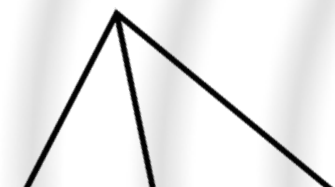
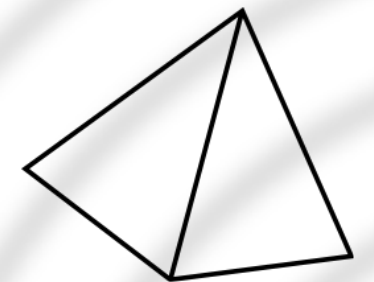
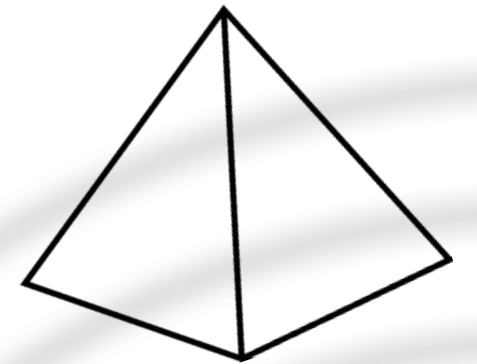
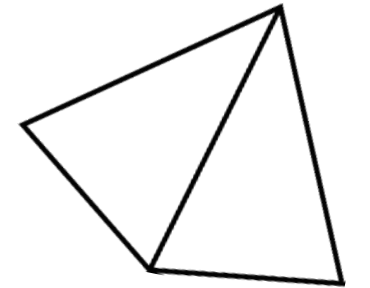
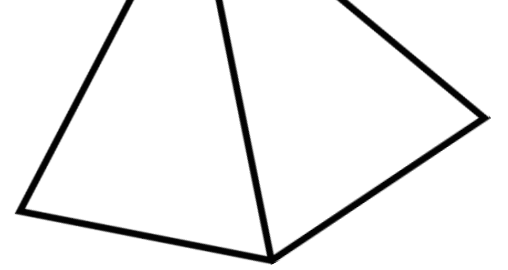
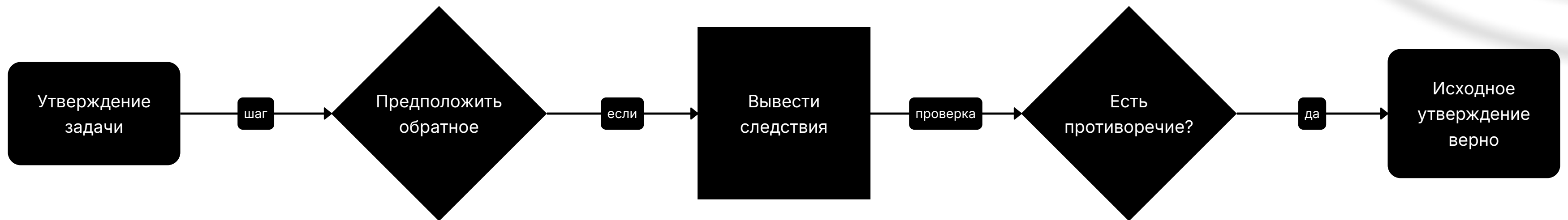


Схема доказательства от противного

Логическая последовательность рассуждения в геометрической задаче



Где в геометрии появляется противоречие

Одна величина — два значения

Противоречие возникает, когда одной и той же величине приходится быть одновременно равной и неравной. В геометрии это сразу показывает, что предположение сделано неверно.

Стороны и углы

В задачах на треугольники противоречие часто связано с попыткой считать одну сторону равной и неравной или приписать одному углу два разных значения.

Положение точки

Иногда из предположения следует, что точка должна одновременно лежать на отрезке и не лежать на нем. Такое рассуждение невозможно, поэтому версия опровергается.

Проверка чертежа

Если по условию рисунка элементы уже зафиксированы, а новое предположение нарушает их взаимное расположение, это служит надежным признаком ошибки в рассуждении.

Второй признак равенства треугольников

Три нужных элемента

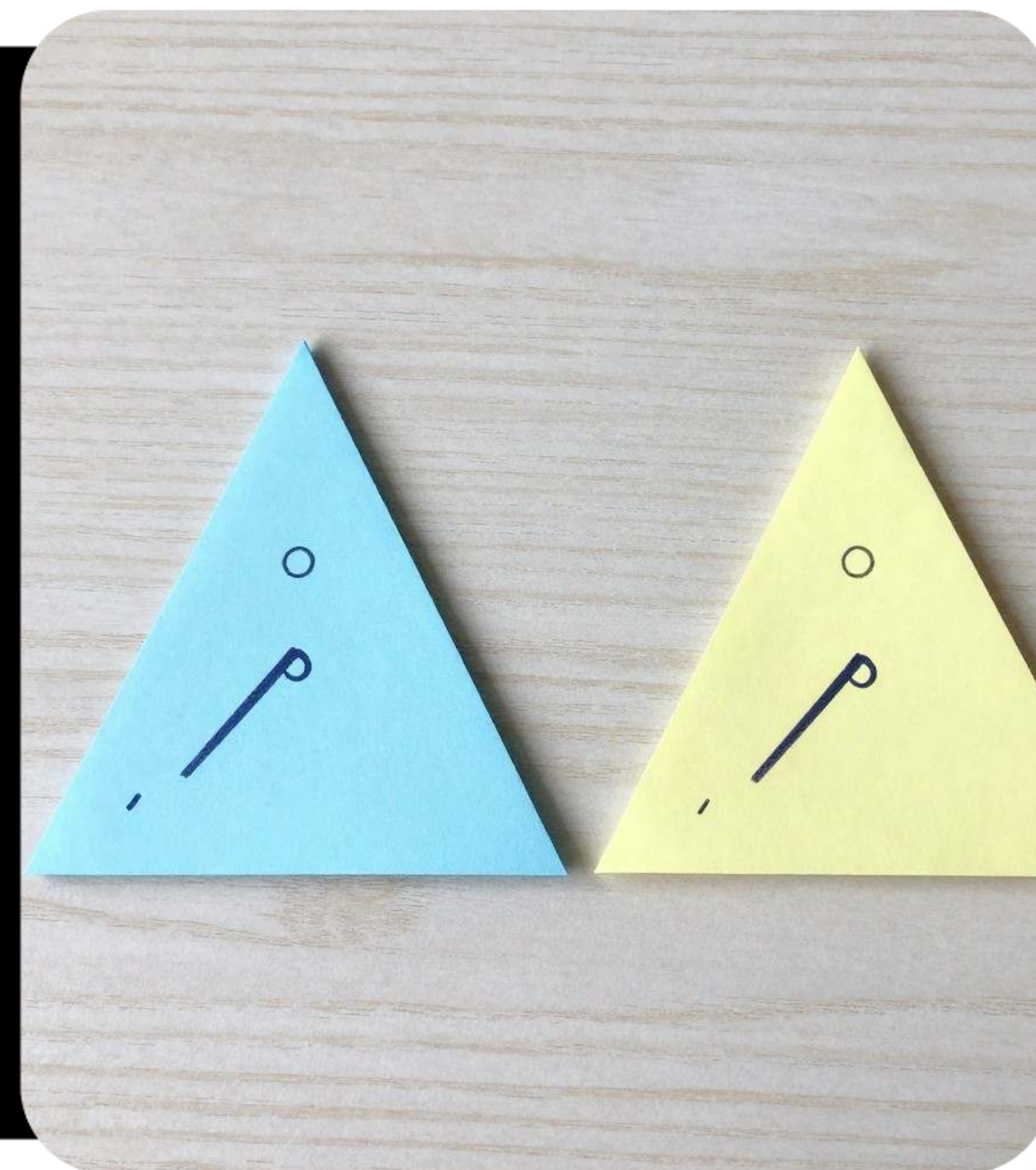
Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого, то треугольники равны.

Как отмечают на чертеже

Равные стороны обычно обозначают одинаковыми штрихами, а равный угол — одинаковой дугой. Такие отметки помогают сразу увидеть, какие элементы уже совпадают.

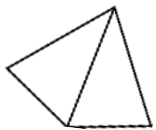
Почему признак работает

Именно включенный угол задает взаимное расположение сторон. Благодаря этому треугольник становится определенным, а не превращается в множество разных вариантов построения.

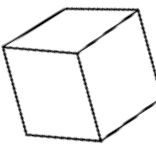


Три признака равенства треугольников

Признак	Равны	Вывод
2 стороны + угол	включенный угол	треугольники равны
сторона + 2 угла	прилежащие углы	треугольники равны
3 стороны	все стороны	треугольники равны



Основные признаки, изучаемые в 7 классе, позволяют установить равенство треугольников по разным наборам элементов.



Во всех трех случаях достаточно одного набора данных, чтобы сделать вывод о полном равенстве треугольников по форме и размеру.

1

включенный угол делает построение треугольника единственным

Без угла между двумя равными сторонами фигура может измениться, поэтому этот угол и фиксирует точную форму треугольника.

Школьный курс геометрии, 7 класс

Какие данные чаще используются в признаках равенства

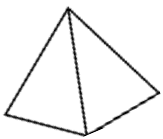
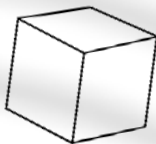
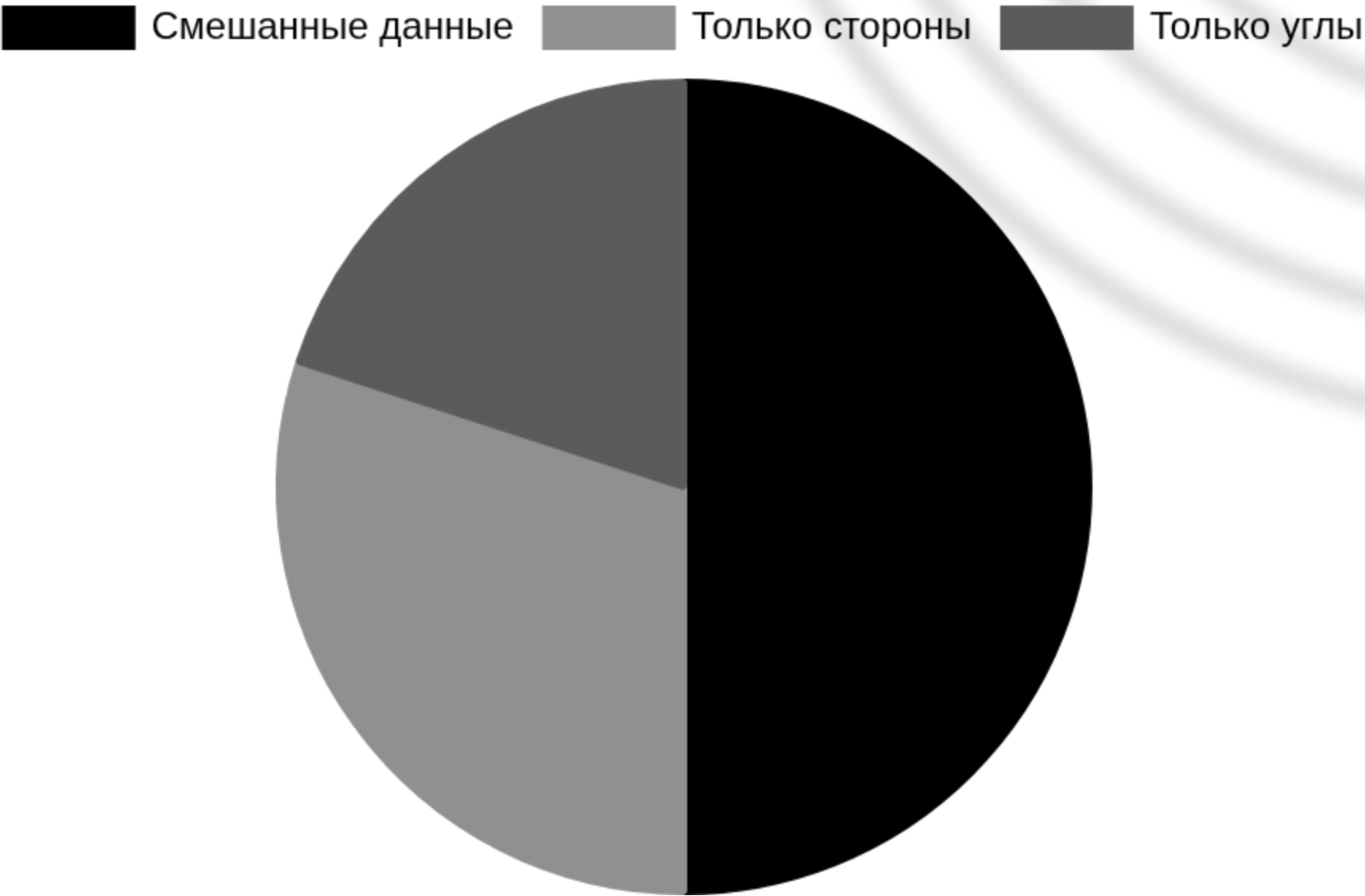


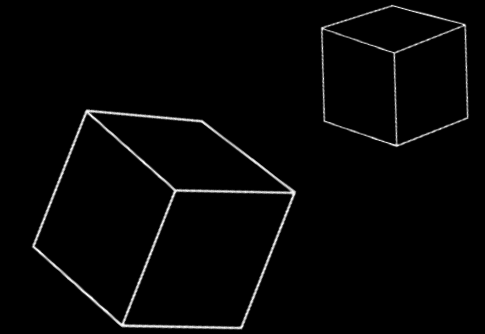
Схема показывает, что в задачах часто важны не отдельные элементы, а их сочетание в одном условии.



Наибольшую долю составляют смешанные данные: именно они лежат в основе второго признака равенства треугольников.



Связь второго признака и доказательства от противного



1

Сравниваем треугольники

Сначала отмечают две равные стороны и угол между ними в каждом треугольнике. Эти данные становятся основой для дальнейшего строгого рассуждения и проверки.

2

Предполагаем неравенство

Затем временно считают, что треугольники все же не равны. Такое предположение позволяет проверить, не приведет ли оно к невозможному результату при уже известных равных элементах.

3

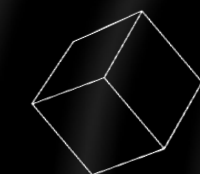
Находим противоречие

Если все нужные элементы совпадают, различие треугольников объяснить нельзя. Получается несоответствие между предположением о неравенстве и фактами, установленными по чертежу.

4

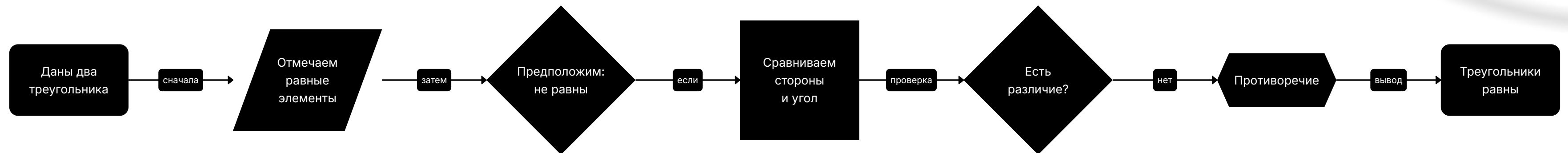
Формулируем вывод

После опровержения неверной версии остается сделать правильный вывод: треугольники равны по второму признаку, потому что две стороны и включенный угол совпадают.

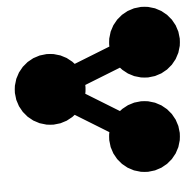


Алгоритм применения второго признака через противоречие

Два треугольника сравнивают по двум сторонам и углу между ними, затем проверяют, не приводит ли предположение о неравенстве к логическому конфликту.



Какие факты помогают в доказательствах



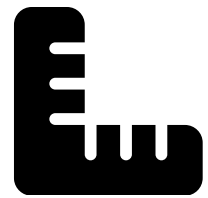
Общая сторона

Если у двух треугольников есть общая сторона, ее не нужно доказывать заново. Она сразу становится равной самой себе и помогает связать две части чертежа в единое рассуждение.



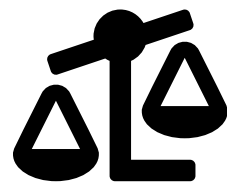
Вертикальные углы

Вертикальные углы всегда равны, поэтому их удобно использовать как уже известный элемент доказательства. Они часто позволяют быстро получить нужный угол между двумя сторонами треугольников.



Смежные углы

Свойства смежных углов помогают находить равные или дополнительные углы на прямой. Это полезно, когда в задаче нужно уточнить величину угла между двумя данными сторонами.



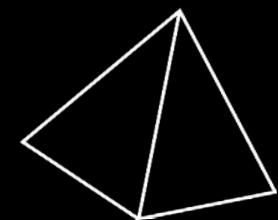
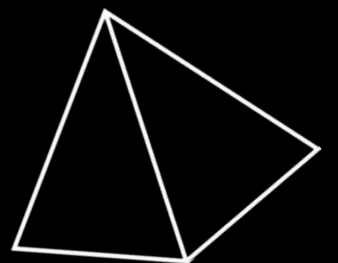
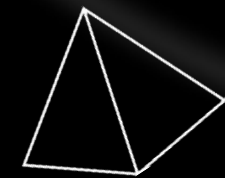
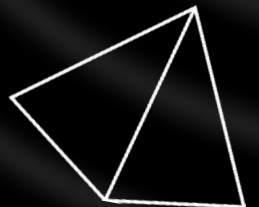
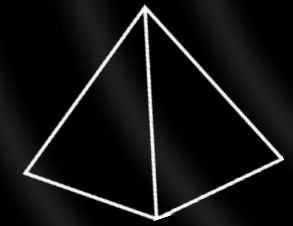
Биссектриса и высота

Биссектриса, медиана и высота часто делят фигуру на две симметричные части. Благодаря этому удастся найти равные элементы и применить второй признак равенства треугольников.

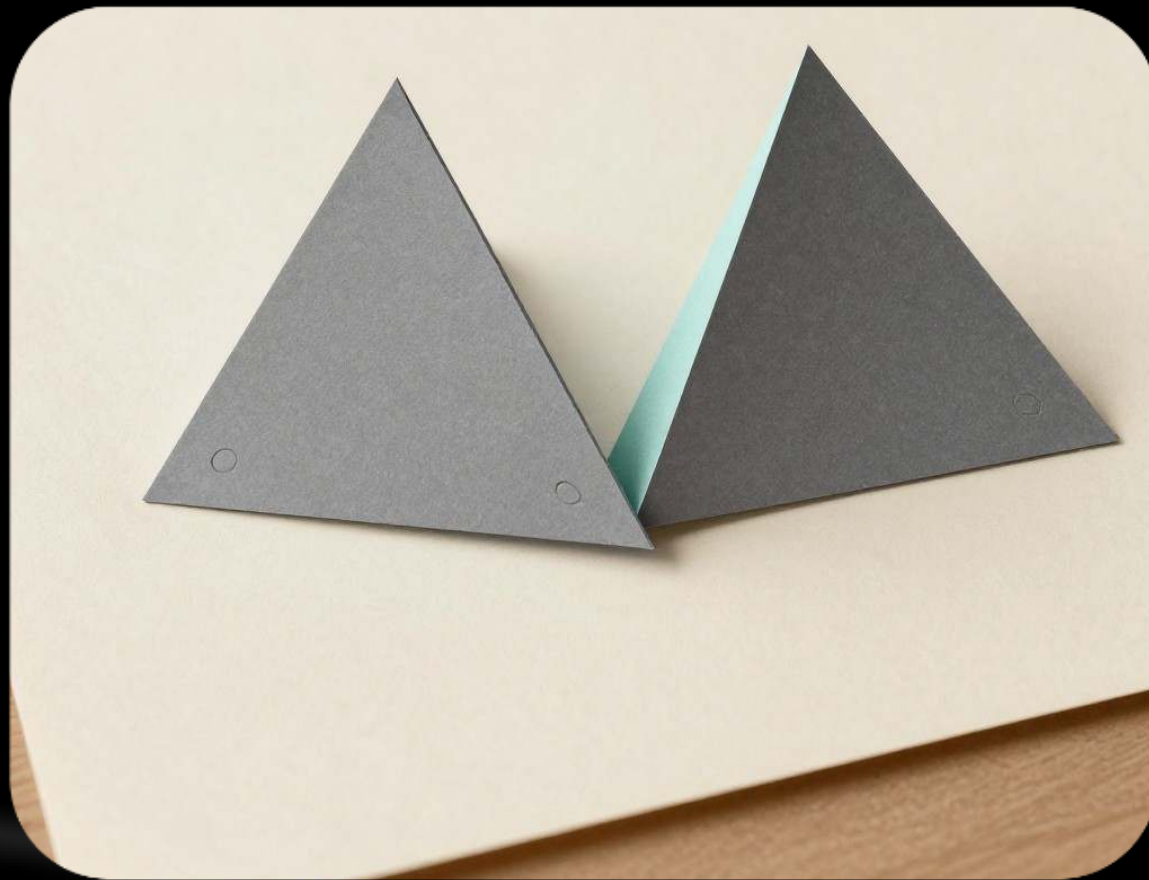
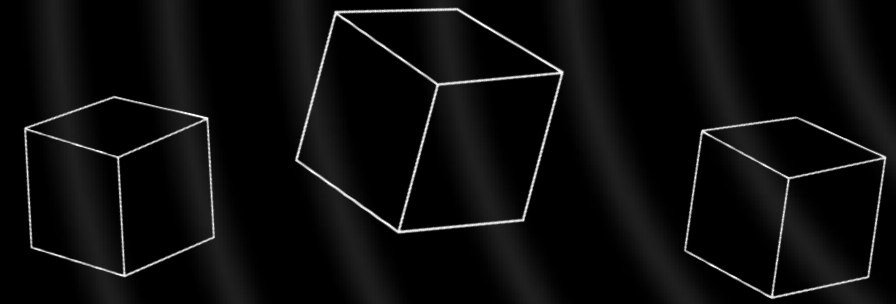


Равнобедренность и симметрия

Свойства равнобедренного треугольника и осевой симметрии дают много равных отрезков и углов. Такие факты особенно полезны в задачах, где нужно доказать совпадение двух треугольников.

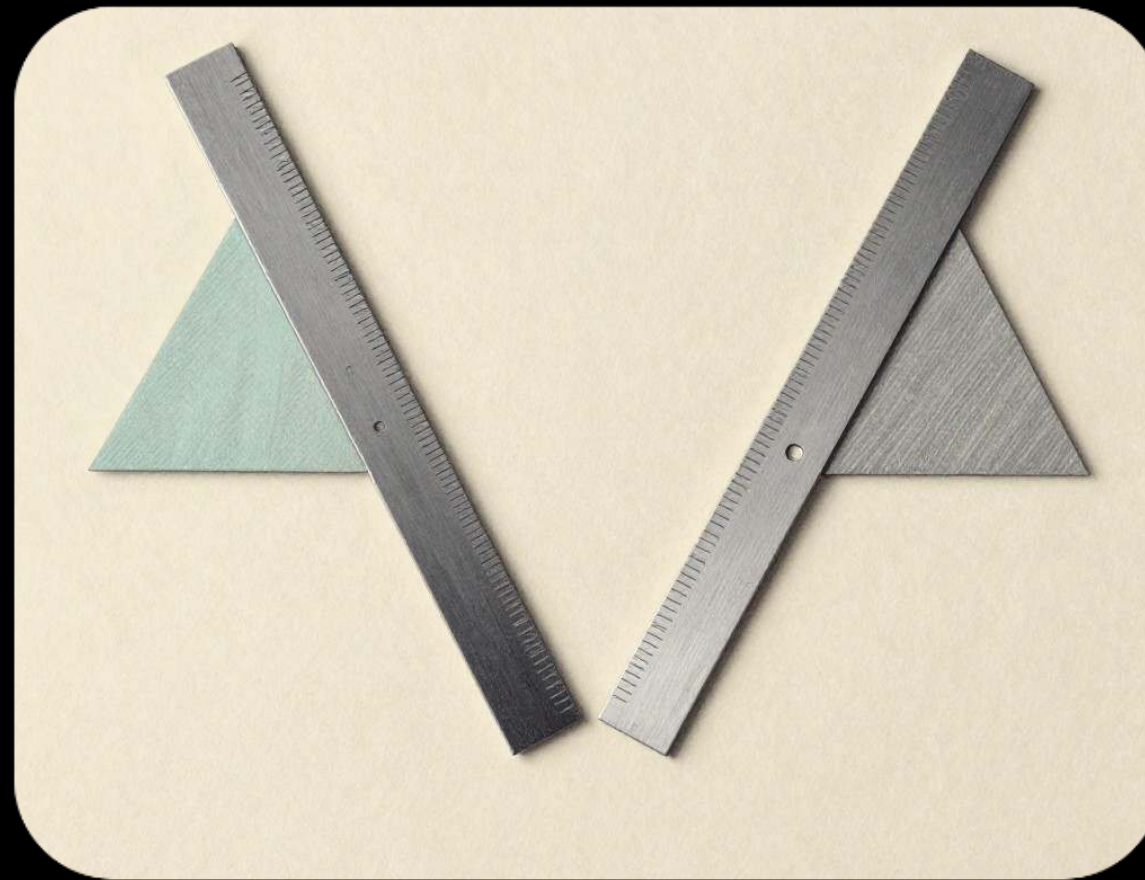


Пример на чертеже с двумя равными треугольниками



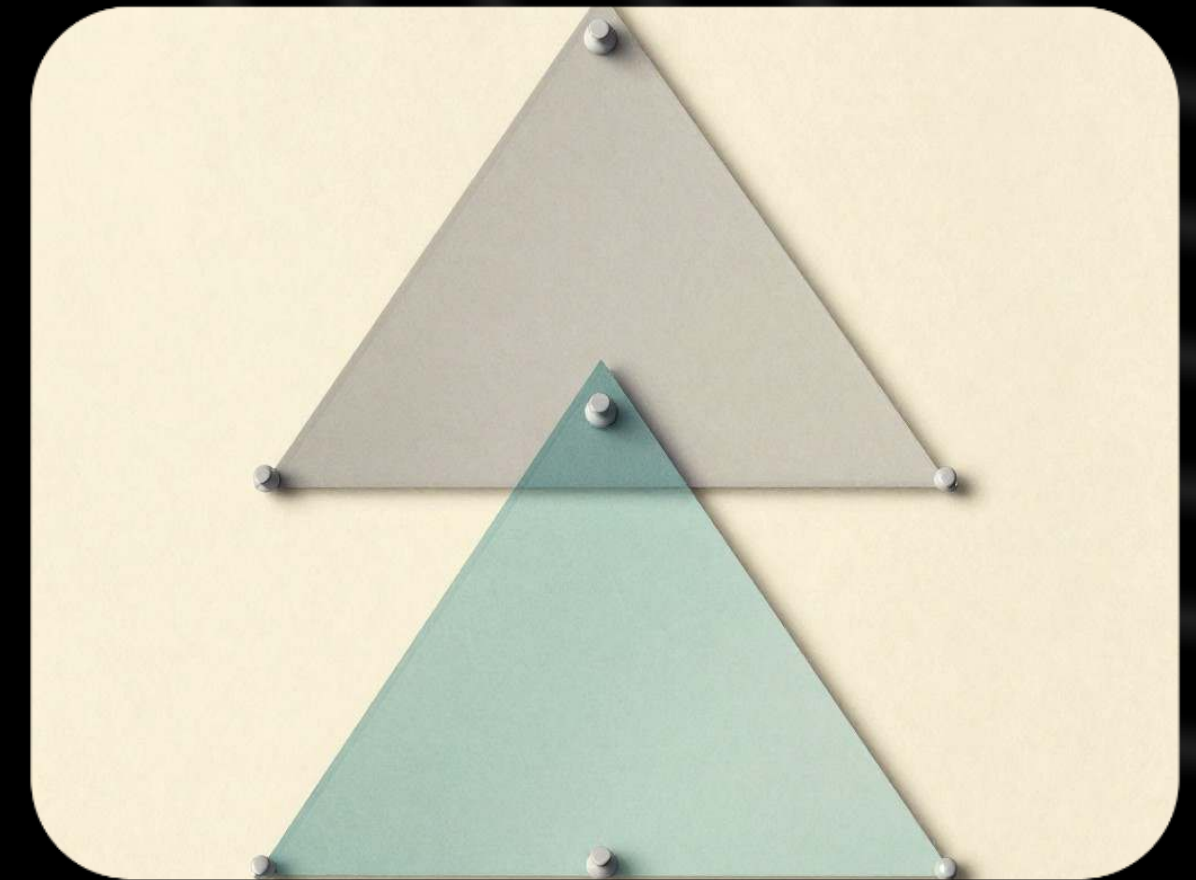
Одинаковые отметки на сторонах

На чертеже у двух треугольников одна сторона помечена одинаковыми штрихами, а другая совпадает как общая. Это сразу показывает, какие отрезки уже считаются равными. Остается только проверить угол между ними и сделать строгий вывод.



Угол, который все решает

Иногда на рисунке легко заметить две равные стороны, но без отмеченного угла доказательство еще не завершено. Когда дугой показан именно угол между этими сторонами, появляется полный набор данных для второго признака.



Вывод по чертежу

После проверки трех элементов становится ясно, что треугольники совпадают по форме и размеру. Такой чертеж удобен тем, что наглядно показывает ход рассуждения и помогает не перепутать наблюдение с доказательством.



Как выглядит противоречие в задаче

1

Шаг 1. Берем допущение

Сначала предполагают противоположное тому, что требуется доказать. Это допущение должно быть четко сформулировано, иначе дальше невозможно проверить, к какому именно выводу приведут рассуждения.

2

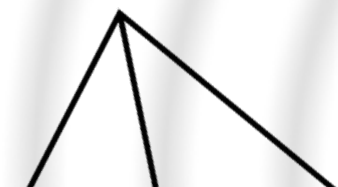
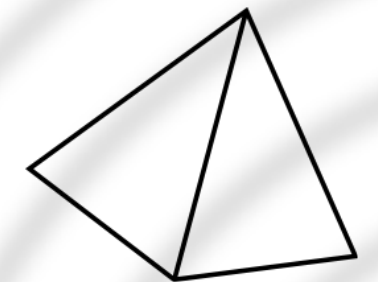
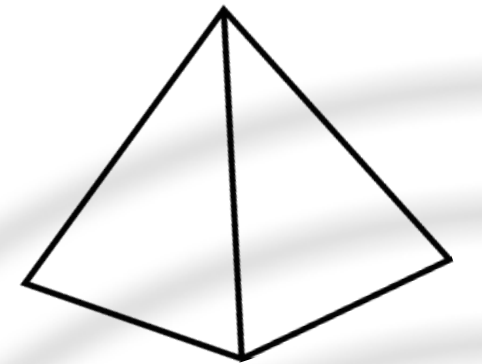
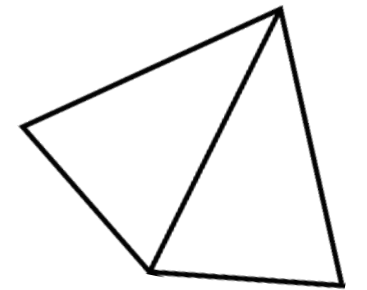
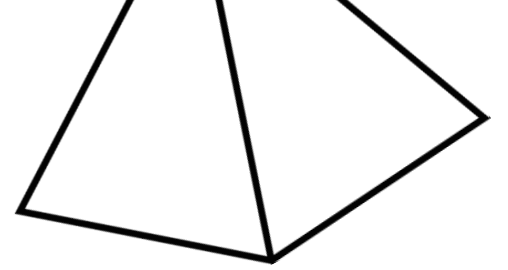
Шаг 2. Получаем следствия

Затем из предположения выводят новые факты, опираясь на условие задачи и известные свойства фигур. Если в цепочке появляется величина, которая обязана быть равной, но по допущению должна отличаться, возникает конфликт.

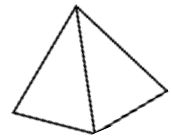
3

Шаг 3. Делаем вывод

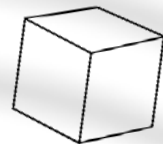
Когда один и тот же угол или отрезок одновременно получается равным и неравным, допущение становится невозможным. Значит, исходное утверждение верно, а противоположное предположение нужно отвергнуть.



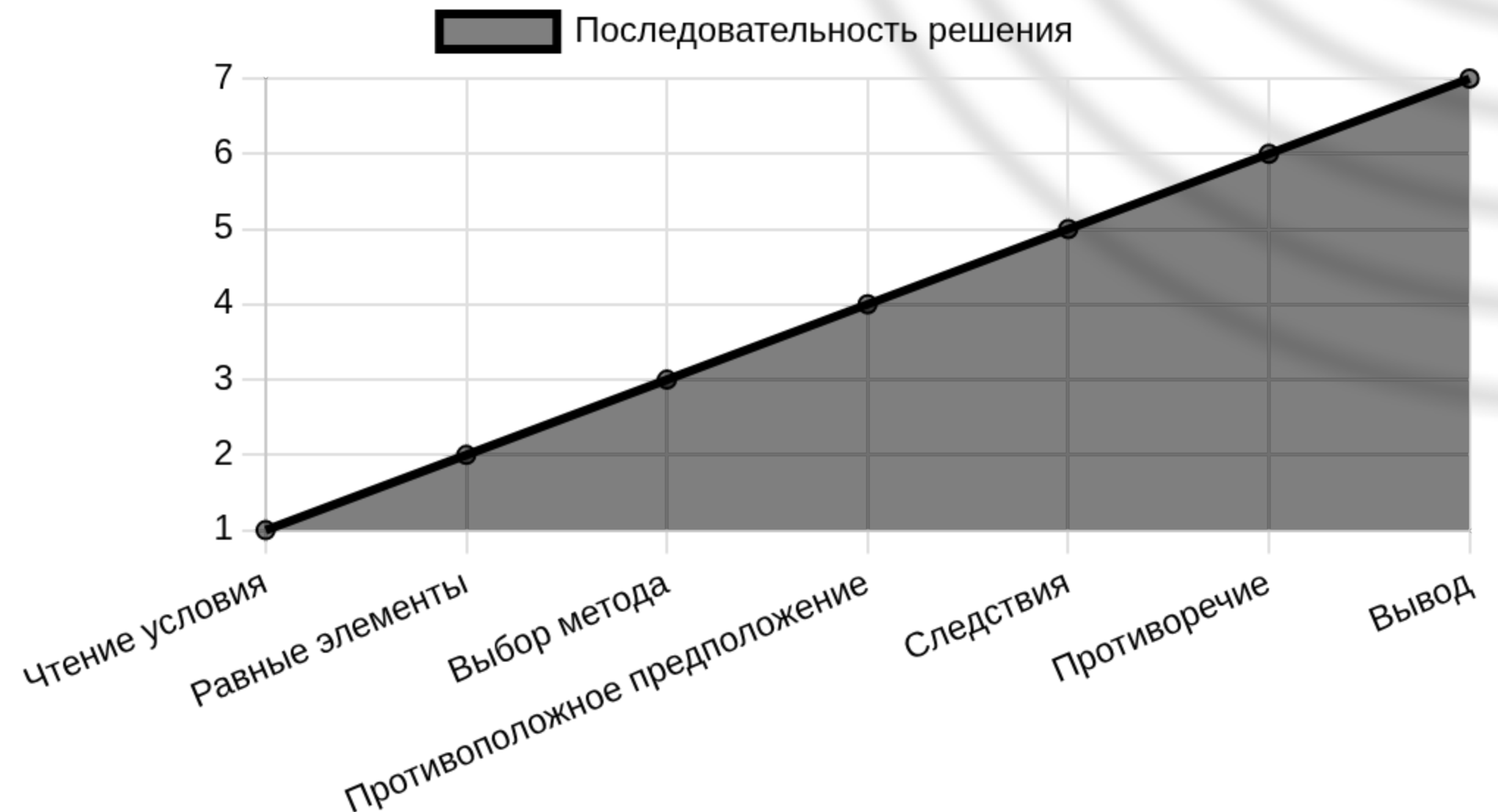
Этапы решения задачи по геометрии



Линия показывает, как одно действие логично подготавливает следующее и не позволяет пропустить важное звено.

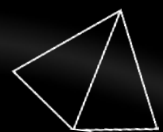


Чем точнее выделены данные и проверена логика, тем быстрее находится противоречие и тем надежнее вывод.

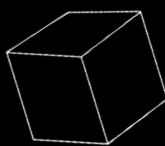


Что достаточно для применения второго признака

Набор данных	Достаточно?	Почему
2 стороны + угол между ними	Да	Это второй признак
2 стороны + другой угол	Нет	Нужен включенный угол
1 сторона + 2 угла	Нет	Это другой признак
3 стороны	Нет	Это третий признак



Сравнение наборов данных помогает понять, когда можно сразу применять второй признак равенства треугольников.



Для второго признака обязательно нужны две стороны и именно угол между ними; остальные наборы относятся к другим признакам или не дают полного основания.

Типичные ошибки в доказательствах

Неверное допущение

Ошибка начинается уже в формулировке противоположного предположения. Если оно записано неточно, дальше невозможно проверить, действительно ли возникло противоречие и к какому утверждению относится вывод.

Не все данные использованы

Иногда берут только две равные стороны и забывают про угол между ними. В таком случае второй признак не работает, потому что треугольник еще не определен полностью.

Путаница с подобием

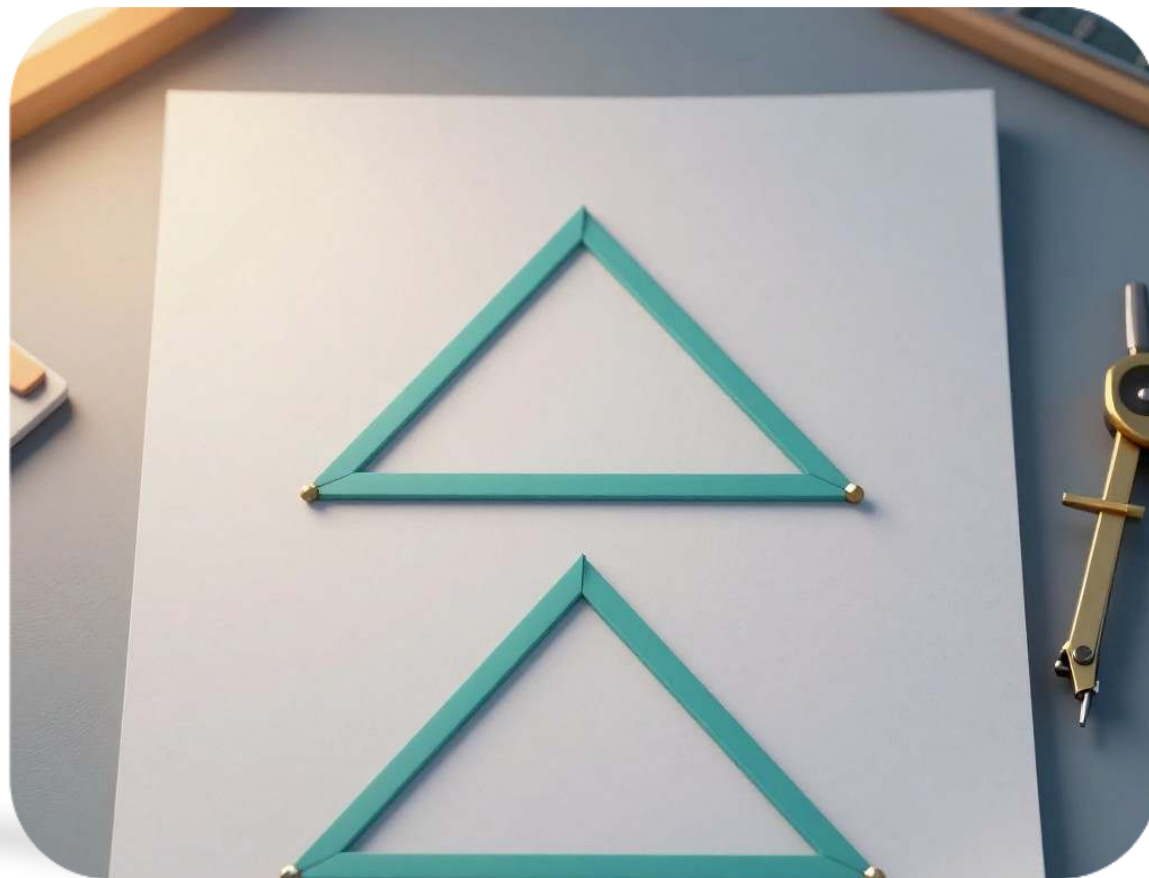
Равенство и подобие — разные свойства фигур. Если их смешать, можно сделать неверный вывод о совпадении треугольников, хотя по условию доказано только сходство.

Неверный угол

Для второго признака важен именно угол между двумя сторонами. Если взять соседний или внешний угол, построение становится неверным, а доказательство теряет логическую точность.

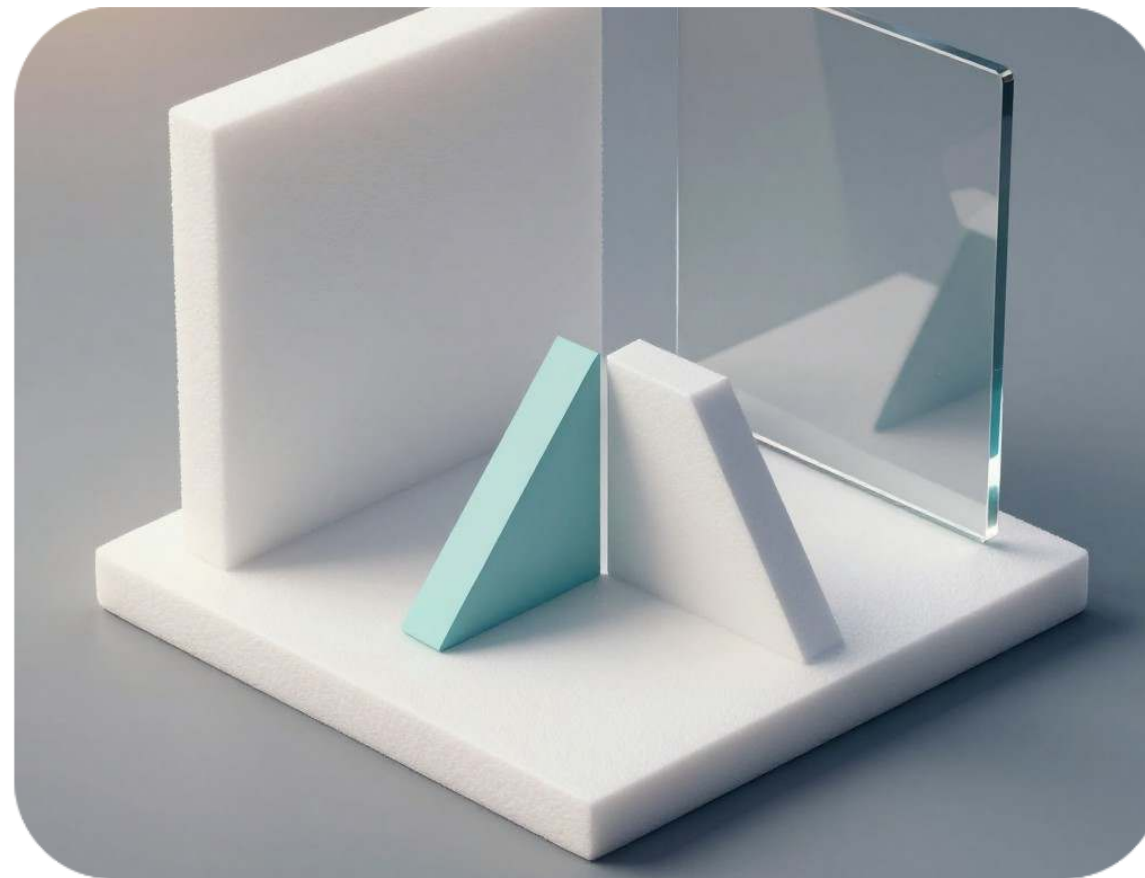
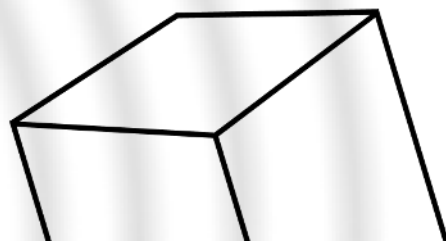


Где применяется второй признак равенства треугольников



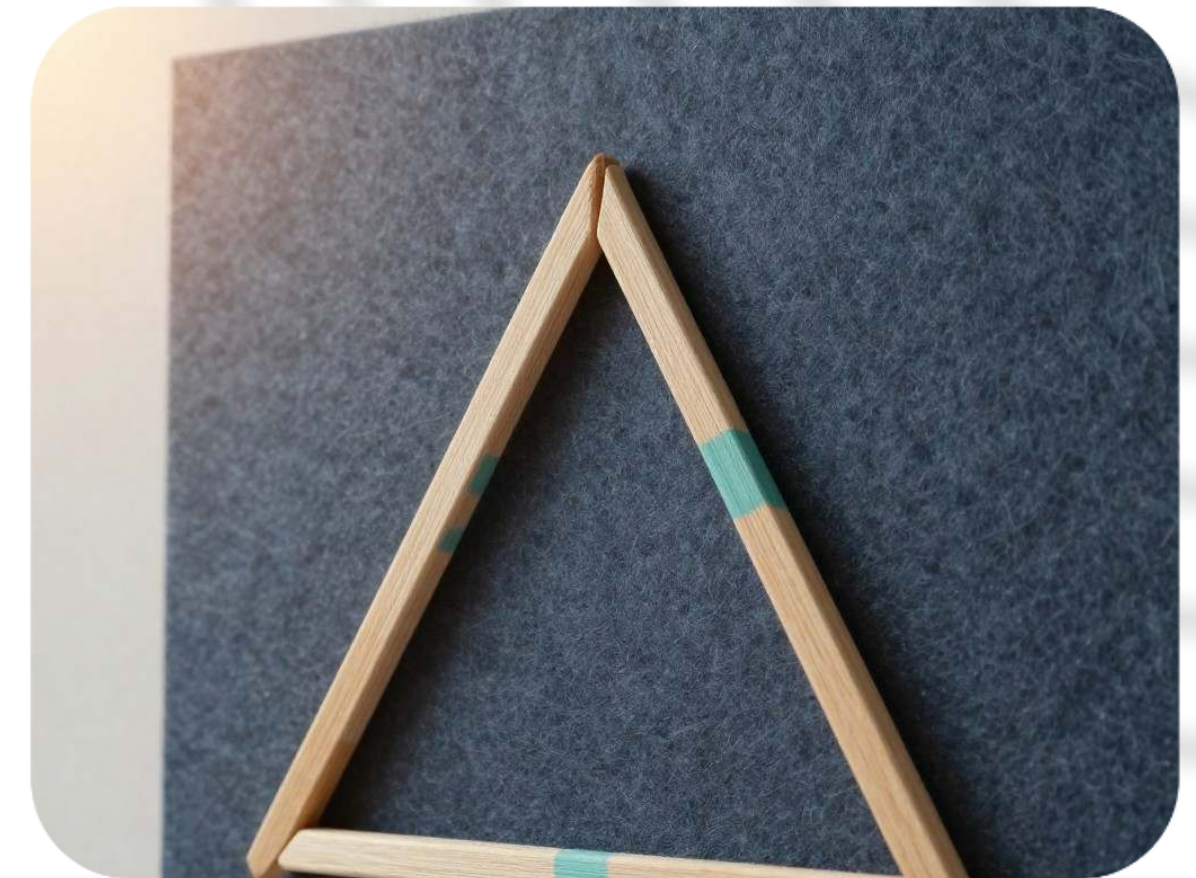
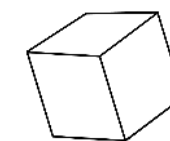
Задачи на чертежах

Во многих школьных задачах второй признак помогает находить неизвестные стороны и углы по рисунку. Если на чертеже уже отмечены две равные стороны и угол между ними, можно строго доказать равенство треугольников и продолжить решение.



Симметрия и деление фигуры

Признак особенно полезен, когда фигуру нужно разделить на две равные части или проверить зеркальность ее участков. Тогда две части часто оказываются треугольниками с одинаковыми элементами, и их равенство устанавливается без измерений.

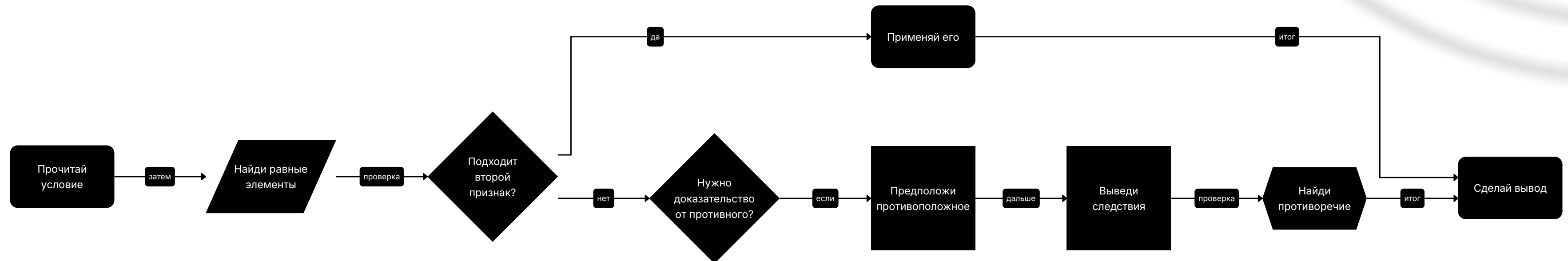


Равнобедренные треугольники

В задачах с равнобедренными треугольниками второй признак помогает сравнивать части рисунка, которые выглядят одинаково. Он позволяет объяснить, почему соответствующие отрезки и углы равны, а затем сделать более общий вывод о всей фигуре.

Памятка для решения задач

Последовательность действий помогает не смешивать условие, предположение и вывод и вовремя проверить, подходит ли второй признак равенства треугольников.



Главное, что нужно запомнить

Доказательство от противного помогает находить логическое противоречие, а второй признак равенства треугольников опирается на две стороны и включенный угол. Вместе они делают рассуждение точным и понятным.