

# Третий признак равенства треугольников

Три равные пары сторон — и треугольники можно считать одинаковыми по размеру и форме.



# Где в 7 классе пригодится третий признак



Равенство треугольников изучают после базовых понятий и обозначений. Третий признак дополняет первые два и опирается на точную запись сторон. Он помогает делать вывод по чертежу и в задачах сравнения фигур.



# Что значит «соответственно равны»



## Точное соответствие вершин

Порядок вершин задаёт, какие стороны считаются парными. Если вершины записаны как  $A, B, C$  и  $A_1, B_1, C_1$ , то сравнивают именно  $AB$  с  $A_1B_1$ ,  $BC$  с  $B_1C_1$ ,  $AC$  с  $A_1C_1$ .



## Нельзя путать пары сторон

Сравнение трёх сторон «как попало» не даёт корректного условия. Если порядок вершин перепутан, можно ошибочно решить, что треугольники равны, хотя условие на самом деле не выполнено.



## Ровно по записям в условии

Пока не установлено соответствие вершин, нельзя делать вывод. Третий признак требует строгой проверки всех трёх пар сторон с правильным сопоставлением отрезков.

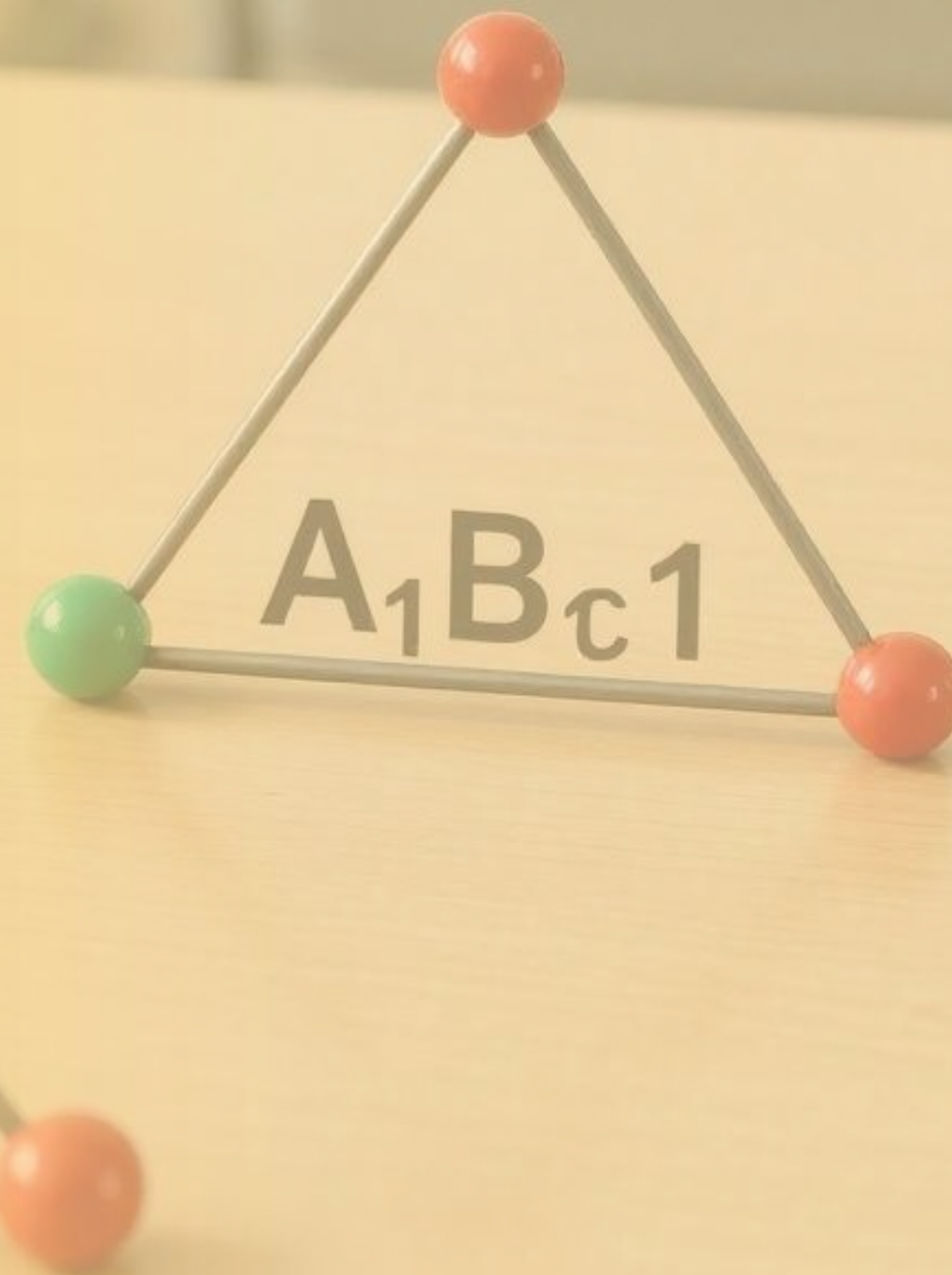
# Схема соответствия сторон и вершин

## Как устанавливают пары

Рассмотрим треугольники  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ . Одни и те же штрихи показывают три пары равных сторон. При этом вершины соответствуют так:  $A \leftrightarrow A_1$ ,  $B \leftrightarrow B_1$ ,  $C \leftrightarrow C_1$ .

## Как это записывают

Дальше пары сторон связывают с соответствующими вершинами:  $AB \leftrightarrow A_1B_1$ ,  $BC \leftrightarrow B_1C_1$ ,  $AC \leftrightarrow A_1C_1$ . Такая схема помогает без ошибок записывать условие третьего признака и делать правильный вывод.



# Как проверить третий признак в задаче

Действия идут по цепочке: от сторон к соответствию вершин и выводу о равенстве



# 3

**С фиксацией трёх длин  
форма и размеры  
треугольника становятся  
единственными.**

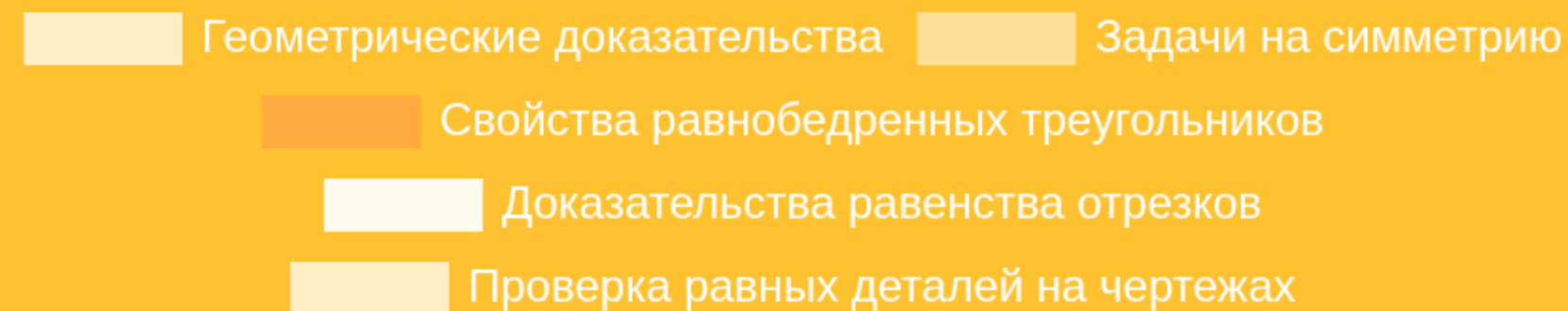
Три стороны задают треугольник целиком: его нельзя «изменить» так, чтобы стороны остались теми же. Поэтому равенство по трём сторонам гарантирует равенство треугольников.

Учебный курс геометрии 7 класса (свойство жёсткости треугольника)

# Где применяется третий признак

На практике чаще всего используют его именно в доказательствах: когда по чертежу можно получить равенство трёх пар сторон.

Доли показывают, что третий признак особенно ценят в школьных геометрических рассуждениях и задачах, где требуется обосновать совпадение треугольников строго.



Обобщённое представление по типовым школьным задачам (точные проценты в учебниках обычно не приводятся)

# Примеры правильного соответствия сторон

| Треугольники                      | Равные стороны        | Вывод                           |
|-----------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$ | $AB=DE, BC=EF, AC=DF$ | $\triangle ABC = \triangle DEF$ |
| $\triangle MNP$ и $\triangle KLM$ | $MN=KL, NP=LM, MP=KM$ | $\triangle MNP = \triangle KLM$ |

Сначала указывают соответствие вершин (какие стороны с какими «парами» сравниваются), затем проверяют равенство трёх сторон. После этого делают вывод о равенстве треугольников.

Во всех примерах условие третьего признака выполняется только при корректном сопоставлении вершин: сначала соответствие, затем сравнение сторон.

# Типичные ошибки при применении признака

Первая ошибка — сравнить только две стороны и сделать вывод о равенстве. Третий признак требует именно трёх пар соответствующих сторон, иначе условие недостаточно.

Вторая ошибка — перепутать порядок вершин. Тогда соответствующими окажутся не те отрезки, и даже при равенстве «чисел на глаз» логический вывод будет неверным.

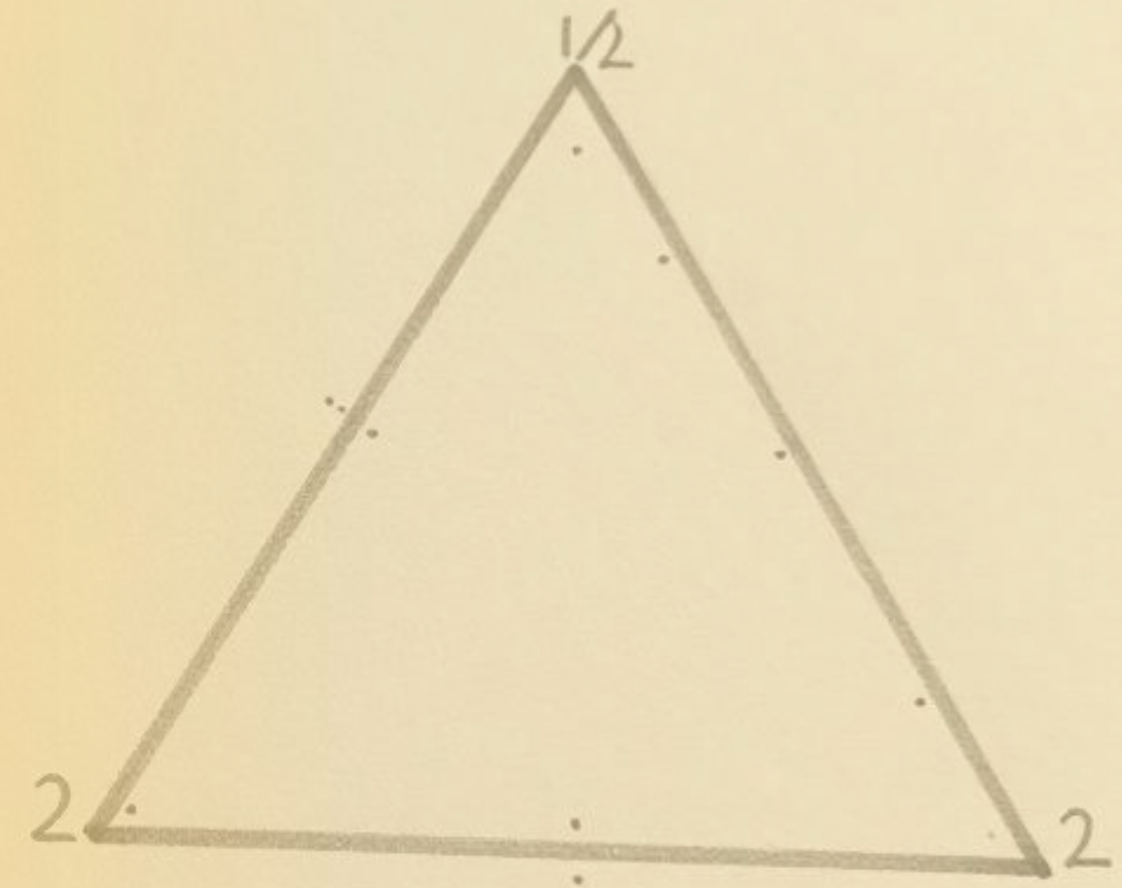
Третья ошибка — опираться только на рисунок. Если в записи условия нет равенства всех трёх пар сторон (или оно не проверено), делать вывод нельзя.

Четвёртая ошибка — смешать равенство и подобие. Подобные треугольники не обязательно равны; третий признак говорит именно о равенстве, то есть о совпадении размеров и формы.

# Пример на чертеже с равными треугольниками

На чертеже два треугольника отмечены так, что соответствующие стороны имеют одинаковые засечки. Подписи показывают:  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$  и  $AC = A_1C_1$ , то есть равны все три пары сторон.

По третьему признаку равенства треугольников из этих равенств следует, что треугольники равны. Значит, совпадают не только стороны, но и все соответствующие углы, что подтверждает корректность решения задачи.



# Что следует из равенства треугольников

После установления равенства треугольников сразу получаются равные соответствующие углы. Обычно это используют, чтобы находить неизвестные углы в смежных построениях или в цепочке доказательств.

Также равны соответствующие стороны, поэтому можно вычислять неизвестные длины отрезков. Это особенно полезно в задачах, где длины зашифрованы в нескольких фигурах.

Дополнительно равны периметры треугольников. В школьных задачах равенство периметров помогает проверить решения, а равенство медиан, биссектрис и высот доказывают через совпадение треугольников.

# Связь третьего признака с построением треугольника

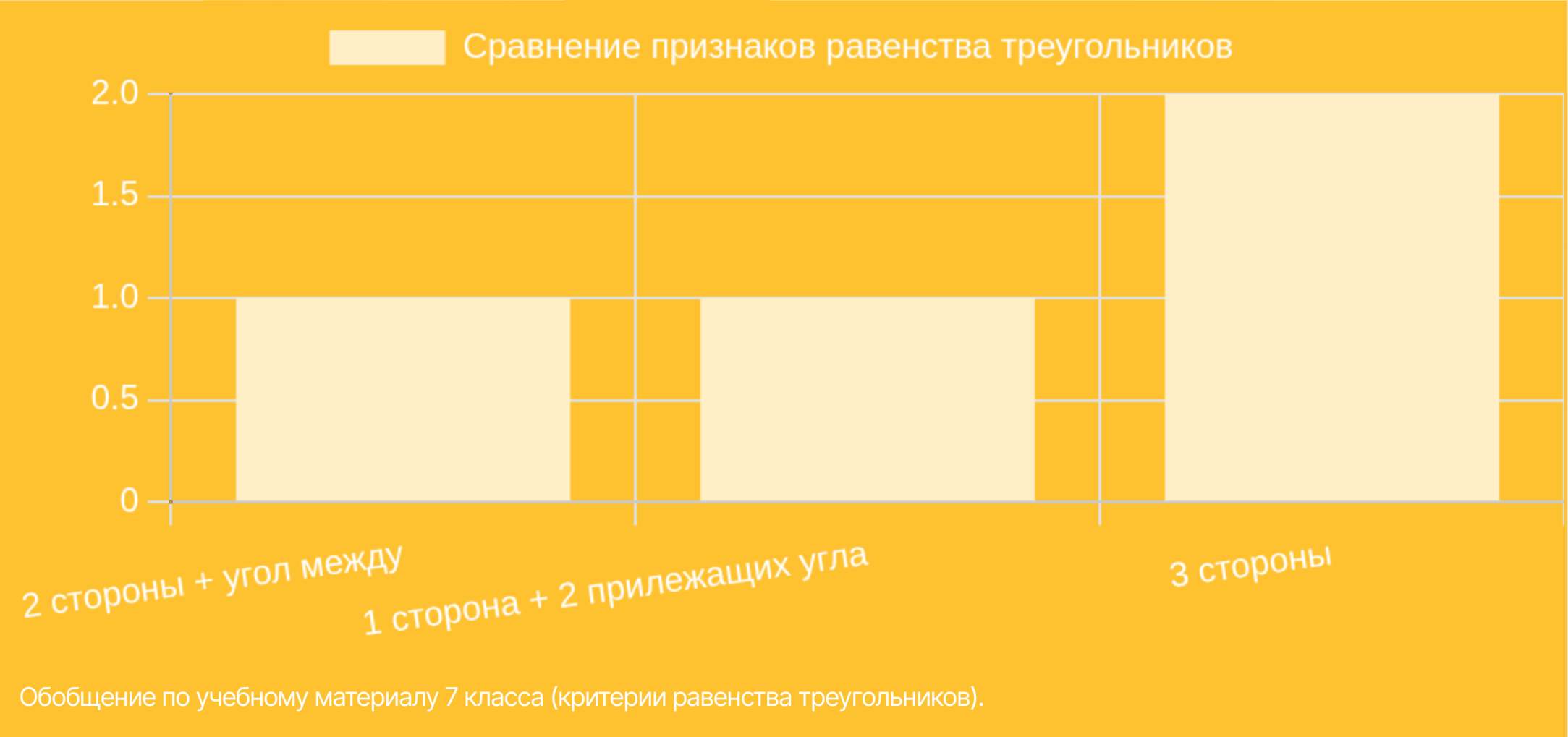
Логика: заданы три стороны — треугольник строится единственным образом.



# Сравнение трёх признаков равенства треугольников

Третий признак особенно ценен, когда углы не заданы или их неудобно находить: достаточно лишь трёх равных пар сторон.

Данные показывают, что среди трёх признаков именно вариант по трём сторонам не требует информации об углах, поэтому он часто быстрее в задачах на измерения.



# Краткая идея доказательства третьего признака

## Шаг 1

Пусть даны три стороны первого треугольника и три стороны второго, причём они попарно равны. Тогда можно начинать совмещать фигуры с опорой на одну из сторон.

## Шаг 2

Совмещаем треугольники по одной стороне: раз равны две стороны, концы третьих точек окажутся в тех же позициях. Следовательно, оставшиеся стороны тоже должны совпасть по длине.

## Шаг 3

После совпадения всех трёх сторон треугольники не отличаются ни формой, ни размерами. Значит, все соответствующие элементы равны, и треугольники равны.

# Проверка условия в задачах

| Записи условия                     | Можно применить третий признак? | Почему                       |
|------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| $AB = DE, BC = EF, AC = DF$        | Да                              | Есть три пары сторон         |
| $AB = DE, BC = EF$                 | Нет                             | Не хватает третьей стороны   |
| стороны указаны в неверном порядке | Нет                             | Нарушено соответствие вершин |

Методическая логика применения признака равенства треугольников (школьный курс 7 класса).

Используйте третий признак только тогда, когда известны именно три пары соответствующих сторон. Проверяйте равенства и порядок вершин перед выводом.

Равенство по третьему признаку опирается на три пары сторон с правильным соответствием. Достаточно одной ошибки в записи — и вывод делать нельзя.

# Связь с равносторонним и равнобедренным треугольниками



## Равносторонний треугольник

У равностороннего треугольника все три стороны равны, поэтому третий признак легко поддерживает его свойства в задачах. Равенство сторон автоматически означает равенство треугольников при нужном соответствии вершин.



## Равнобедренный треугольник

У равнобедренного треугольника равны только две стороны. Этого недостаточно, чтобы сразу применить третий признак, ведь требуется три пары равных сторон с корректным соответствием.



## Симметрия и доказательства

В задачах на симметрию и равные части фигур часто строят пары треугольников так, чтобы их стороны совпали попарно. Тогда третий признак становится удобным инструментом, чтобы строго доказать совпадение треугольников.

# Жизненный пример одинаковых треугольных деталей

## Мозаика из одинаковых элементов

Представьте панно, где используется один и тот же треугольный элемент: его вырезают по шаблону. Если у двух деталей совпали длины всех трёх сторон, то треугольники не «подменяются» другой формой — они складываются по размеру и виду.



## Разметка в сборке конструкций

В строительной разметке или макетах иногда нужны симметричные треугольные «крепления» с точными размерами. Когда три стороны выдержаны, деталь получает однозначную форму. Поэтому одинаковые по сторонам треугольники будут взаимозаменяемыми в конструкции.



# Что нужно помнить при решении задач

Для третьего признака всегда проверяются три пары соответствующих сторон. Нужно убедиться, что равны именно те стороны, которые стоят рядом с указанными вершинами, а не просто любые отрезки на чертеже.

Затем фиксируется правильный порядок вершин. Если перепутать обозначения, можно нарушить соответствие сторон и прийти к неверному утверждению о равенстве треугольников.

После выполнения условия делается строгий вывод о равенстве треугольников. Дальше это равенство позволяет переносить свойства: равные углы, равные отрезки и равные периметры в соответствующих местах решения.

Точность записи особенно важна в задачах на доказательство. Короткая, аккуратная цепочка «дано  $\rightarrow$  применяем признак  $\rightarrow$  получаем равенство элементов» помогает избежать логических ошибок.

# Итог: третий признак равенства треугольников

Три стороны полностью определяют треугольник. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, то треугольники равны. Признак помогает доказывать, находить неизвестные элементы и решать задачи по чертежу.