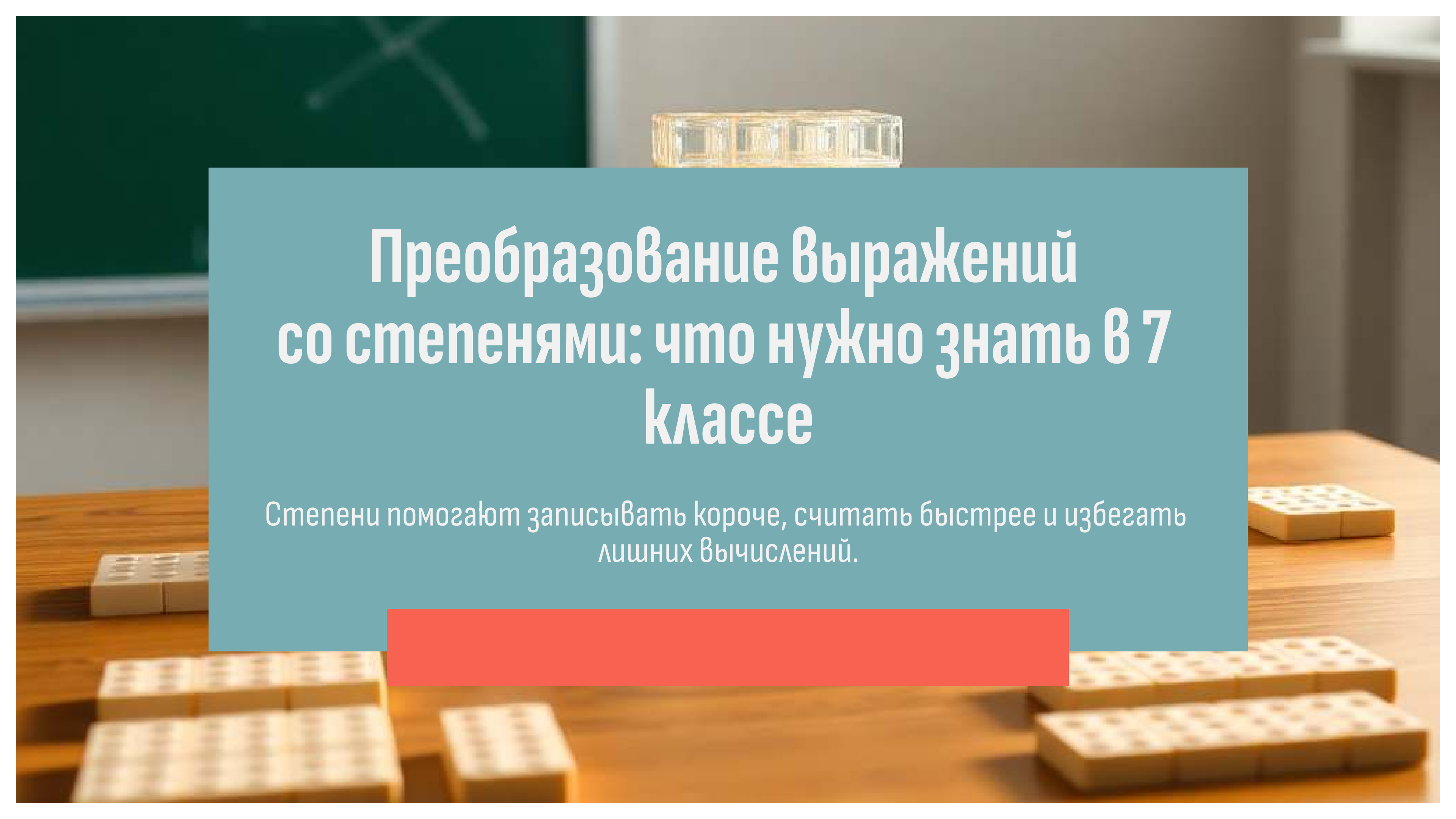




Преобразование выражений со степенями: что нужно знать в 7 классе

Степени помогают записывать короче, считать быстрее и избегать лишних вычислений.

Где встречаются степени и зачем их преобразовывать

Степени нужны в алгебре, геометрии и вычислениях. Короткая запись заменяет длинное умножение, а преобразование выражений помогает упростить формулы, сравнить числа и проверить ход решения.



4

именно столько одинаковых множителей содержит запись 5^4 .

Показатель степени показывает число повторений основания в произведении. Это помогает быстро читать запись и понимать, сколько раз число или выражение умножается на себя.

Определение степени в школьном курсе алгебры, 7 класс

Степень как повторяющееся умножение

— Одна и та же основа

Запись a^n означает, что число или выражение a умножается само на себя n раз. Поэтому степень удобно читать как сокращённую форму длинного произведения.

— Примеры роста

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2$. Чем больше показатель при том же основании, тем быстрее увеличивается значение степени.

— Наглядная схема

Если изобразить одинаковые элементы в рядах, легко увидать переход от одной пары к четырём и восьми элементам. Такая модель делает смысл степени более понятным.



Основные свойства степеней

Ключевые правила помогут сокращать записи и выбирать верное преобразование в каждом случае.

Правило выбирают по виду записи: одинаковое основание, скобки или показатель. Формулы не взаимозаменяемы и работают только при своём условии.

Основные свойства степеней, школьный курс алгебры 7 класса

Свойство	Формула	Условие
Умножение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	a — одинаково
Деление	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$a \neq 0$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$	—
Нулевая/отрицательная	$a^0 = 1; a^{(-n)} = 1/a^n$	$a \neq 0$

Умножение степеней с одинаковым основанием

1 Сохраняем основание

Если основания одинаковые, при умножении степеней само основание не меняется. Складываются только показатели, потому что мы объединяем одинаковые множители в одно произведение.

2 Рабочая формула

Запись $a^m \cdot a^n$ превращается в $a^{(m+n)}$. Например, $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$. Это правило особенно удобно в длинных выражениях, где много одинаковых оснований.

3 Зачем это нужно

Такое преобразование сокращает запись и облегчает счёт. Вместо нескольких степеней можно получить одну, а затем при необходимости быстро вычислить её значение.

Деление степеней с одинаковым основанием

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{m-n}$. Основание остаётся тем же, потому что делятся степени одного и того же числа.

Показатели вычитаются



Если показатели одинаковые, получается нулевая степень. Для ненулевого основания это даёт 1, например $a^3 : a^3 = 1$. Это удобно помнить при упрощении дробных выражений.

Равные показатели



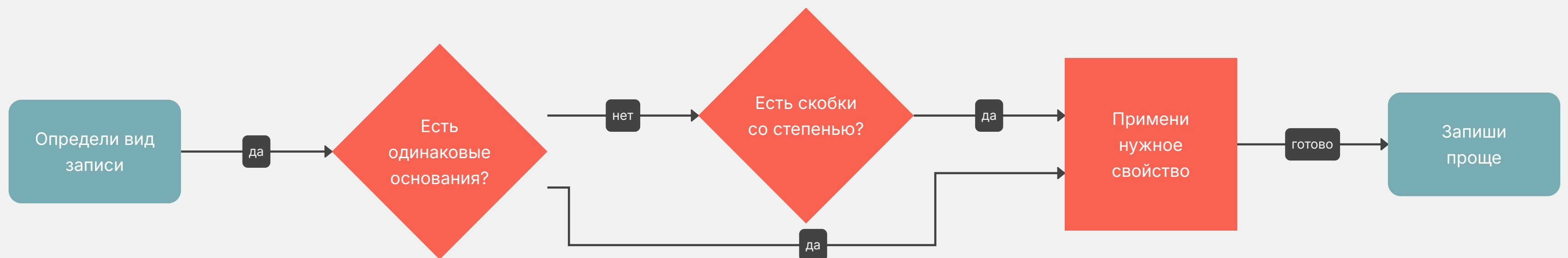
Правило работает только при $a \neq 0$. Деление на ноль не определено, поэтому основание не может быть нулём. Это обязательное условие для верного преобразования.

Нельзя делить на ноль



Порядок упрощения выражения со степенями

Схема показывает, как выбрать нужное правило по виду записи и условиям применения.



Степень степени

● Сначала внутренняя степень

Сначала вычисляют степень, которая стоит внутри скобок. Это помогает понять, какое число или выражение станет основанием для следующего возведения в степень.

● Затем применяют новое возведение

После этого результат снова возводят в степень. Для записи $(a^m)^n$ показатели не складывают, а перемножают по правилу степени степени.

● Итоговый вид

Формула $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ позволяет быстро упростить выражение. Пример: $(3^2)^4 = 3^8$, а не 3^6 .

Как разные преобразования меняют результат

Одинаковая запись степеней может означать разные действия. Поэтому важно сначала определить правило, а уже потом выполнять вычисления.

Два выражения дают одно и то же значение, потому что основаны на правильном выборе свойства. Ошибка в правиле меняет результат вдвое.

Иллюстративные вычисления по правилам степеней, 7 класс



Возведение произведения в степень



Когда скобки раскрываются

Если в скобках записано произведение, степень относится ко всему выражению целиком. Поэтому каждый множитель получает ту же степень, а результат можно записать короче и нагляднее. На рисунке удобно показать, как из одних скобок появляются одинаковые степени у каждого множителя.



Одинаковая степень для всех множителей

В выражении $(2x)^3$ степень 3 получают и число 2, и буква x . Сначала получается 2^3x^3 , затем — $8x^3$. Такая запись помогает увидеть, что множители в скобках не складываются, а возводятся в одну и ту же степень.

Типичные ошибки при работе со степенями

В таблице показаны самые частые неверные преобразования и их правильные варианты. Они помогают запомнить, что при выборе правила важно смотреть не на внешний вид выражения, а на знак действия и структуру записи.

Знак действия определяет правило: сложение, умножение, деление и скобки обрабатываются по-разному. Если смотреть только на числа, легко ошибиться в записи и ответе.

Учебные правила преобразования степеней для 7 класса

Ошибка	Верно	Почему
2^3+2^3	$8+8=16$	это сумма
$(x^2)^3$	x^6	степень степени
$(ab)^2$	a^2b^2	степень скобок
$2^4 \cdot 2^2$	2^6	одинаковое основание

Нулевая и отрицательная степени

1

Нулевая степень

Для любого ненулевого числа нулевая степень равна 1: $a^0 = 1$. Это удобное правило помогает сокращать записи и видеть, что степень может вести себя не только как умножение.

2

Отрицательная степень

Отрицательная степень показывает обратное число: $a^{-n} = 1/a^n$. Например, $2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$. Так степени связываются с дробями и становятся частью более короткой записи.

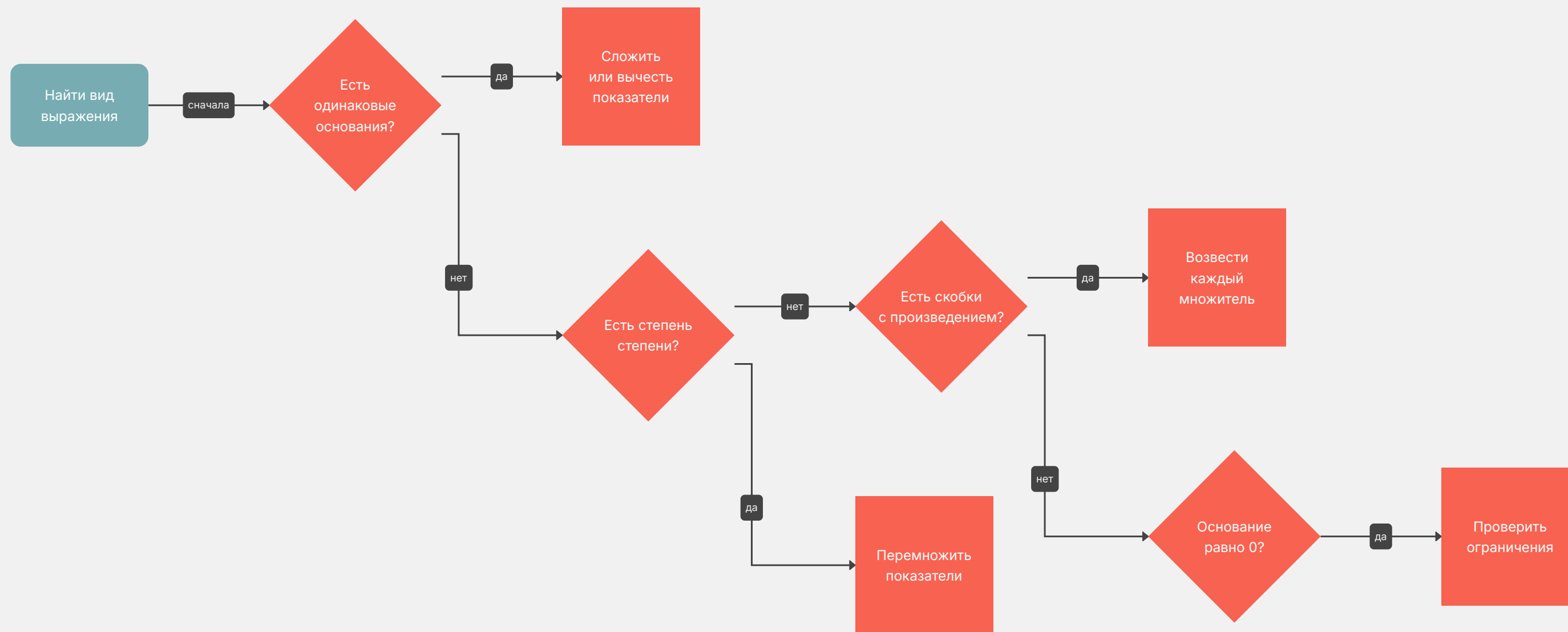
3

Когда правило не работает

Оба правила требуют, чтобы основание не было равно нулю. Делить на ноль нельзя, поэтому выражения с нулевым основанием нужно проверять особенно внимательно перед преобразованием.

Как определить, какое свойство можно применить

Последовательность проверки вида выражения и выбора правила преобразования



Приведение чисел к одинаковому основанию

Удобная замена

Некоторые числа проще записать как степени одного основания. Например, $8 = 2^3$ и $16 = 2^4$. Тогда их легче сравнивать и использовать свойства степеней без лишних вычислений.

Одинаковые основания

Когда числа приведены к одной основе, выражение становится однотипным. Это особенно удобно при умножении и делении степеней, потому что показатели можно складывать или вычитать по правилу.

Быстрая проверка

Запись через степень помогает заметить закономерность и проверить ответ. Если число не раскладывается удобно, стоит поискать другой способ представить его как произведение одинаковых множителей.

Полезно для алгебры

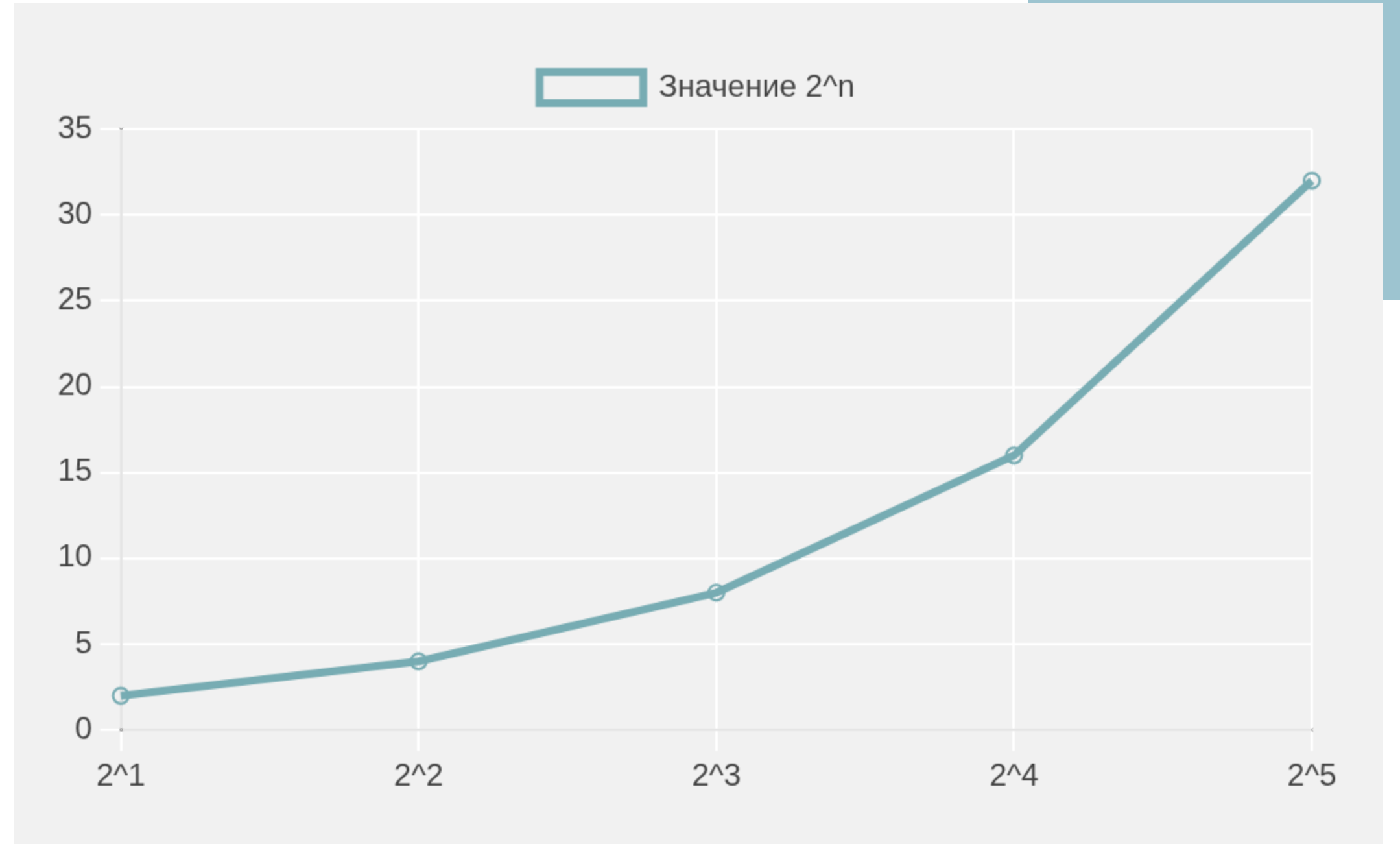
При работе с буквенными выражениями такие замены упрощают запись и делают преобразования понятнее. Это хороший шаг перед дальнейшими темами, где нужно сравнивать и упрощать формулы.

Как быстро растёт значение степени

Даже небольшое увеличение показателя заметно меняет результат. Это помогает понять, почему степени удобны для короткой записи больших чисел.

При увеличении показателя на 1 значение удваивается. Рост идёт быстрее обычного сложения, поэтому степень сильно влияет на итог.

Последовательность значений степеней двойки: 2^1 – 2^5



Преобразование выражений с буквами

— Правила остаются теми же

Степени работают не только с числами, но и с буквами.

Если основания одинаковые, показатели складываются или вычитаются так же, как в числовых примерах.

— Следим за коэффициентом

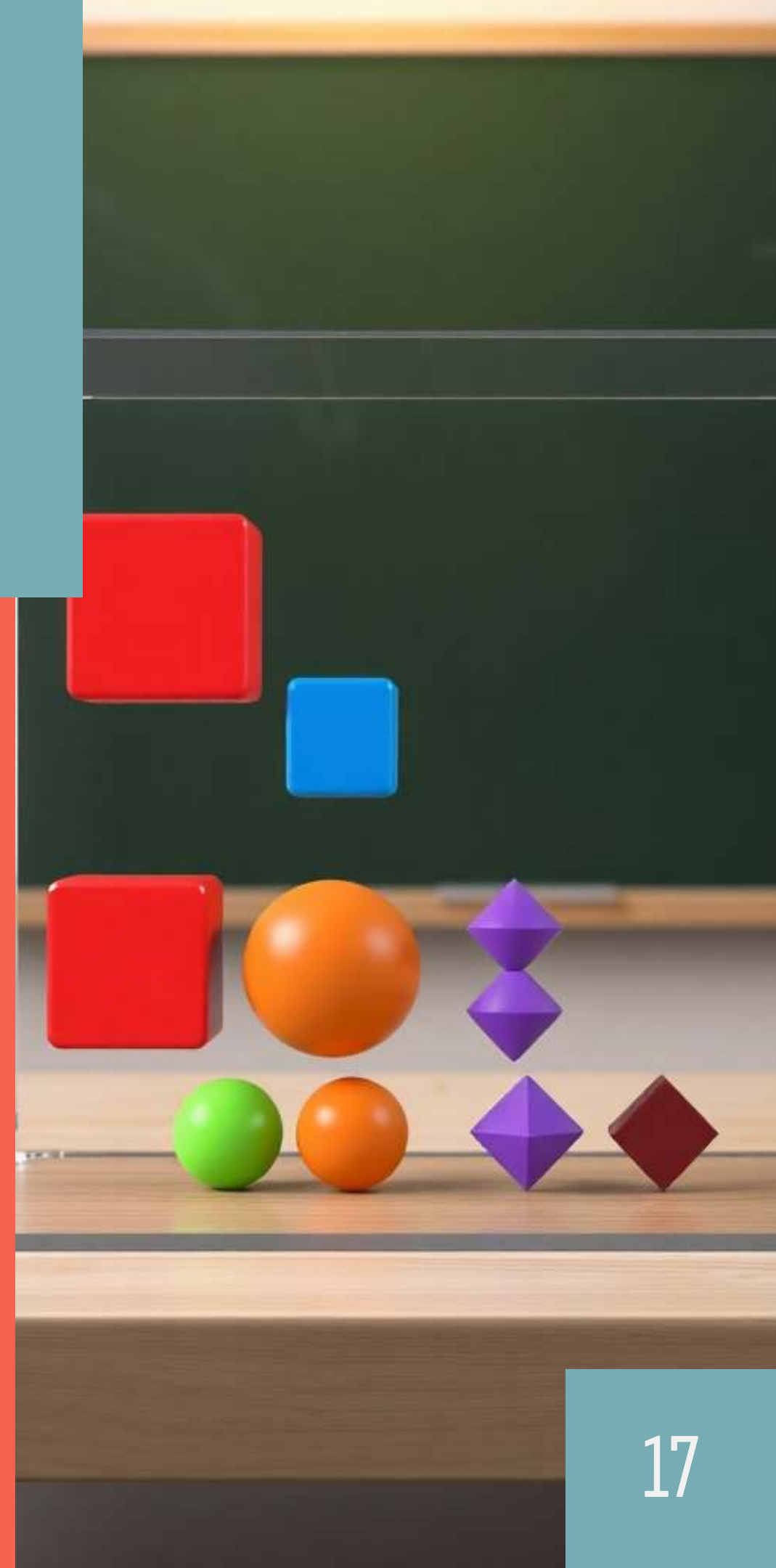
В выражении $(3a)^2$ сначала возводится в квадрат число 3, а затем буква a . Получается $9a^2$, потому что квадрат действует на весь множитель в скобках.

— Скобки важны

В записи $(2xy)^2$ каждый множитель внутри скобок получает степень 2. Поэтому выходит $4x^2y^2$. Пропуск скобок может изменить смысл всего выражения.

— Аккуратность с буквами

При преобразовании важно не смешивать основание, коэффициент и знак действия. Если внимательно посмотреть на структуру записи, буквенные выражения упрощаются так же уверенно, как числовые.



Формулы, которые нужно знать

Эти формулы составляют основу преобразования выражений со степенями. Их важно не только запомнить, но и понимать, когда каждая из них применяется.

Все формулы позволяют заменить длинную запись более короткой. Особенно важно помнить условия для нулевой степени и деления, чтобы избежать ошибки.

Основные свойства степеней для 7 класса

Формула	Смысл	Условие
$a^m \cdot a^n$	показатели складываются	$a \neq 0$
$a^m : a^n$	показатели вычитаются	$a \neq 0$
$(a^m)^n$	показатели умножаются	—
$a^0 = 1$	нулевая степень	$a \neq 0$

Примеры преобразований в один шаг

1

Сложение показателей

$2^4 \cdot 2^3 = 2^7$. Основание остаётся тем же, а показатели складываются, потому что умножаются степени с одинаковым основанием.

2

Степень степени

$(x^3)^2 = x^6$. Здесь показатели перемножаются, поэтому сначала берётся третья степень, а затем результат возводится во вторую степень.

3

Возведение скобок

$(4a)^2 = 16a^2$. Степень распределяется на оба множителя, и каждое число или буква в скобках получает квадрат.

4

Деление степеней

$9^5 : 9^2 = 9^3$. При одинаковом основании показатели вычитаются, поэтому выражение становится короче и проще для вычисления.

5

Проверка записи

$(2x)^2 = 4x^2$. Такой пример показывает, что скобки нельзя игнорировать: именно они указывают, что степень относится ко всему произведению.

Тема освоена: степени становятся удобным инструментом

Теперь можно уверенно выбирать нужное свойство степени, упрощать записи и избегать типичных ошибок. Эти правила пригодятся не только в 7 классе, но и при дальнейшем изучении алгебры.