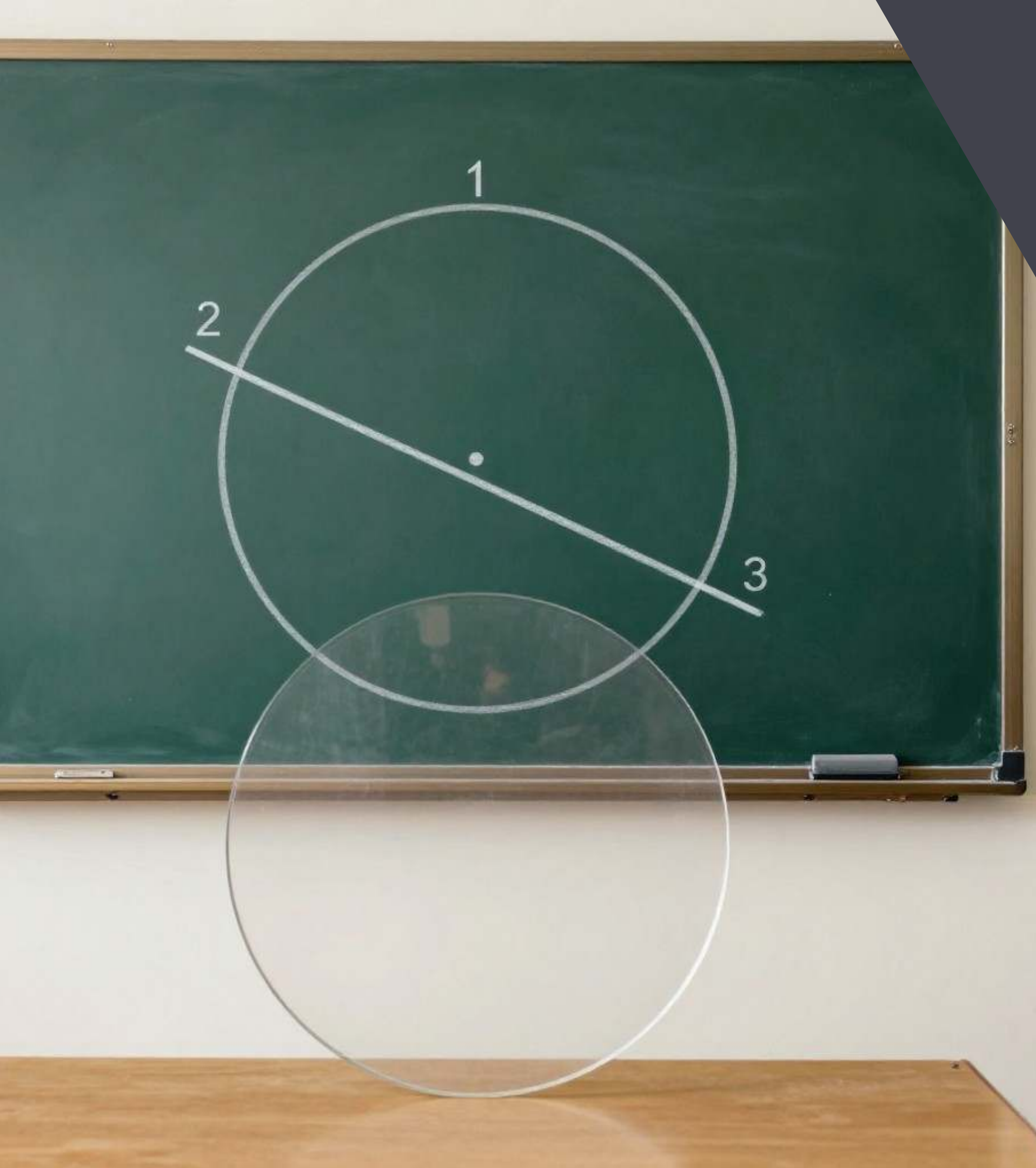


Хорды, касательные, секущие: линии и их свойства в окружности

Разберём три линии окружности
и научимся различать их в задачах.





Почему эта тема важна в геометрии 9 класса

Хорды, касательные и секущие помогают описывать окружность точнее, находить неизвестные отрезки и углы, а также строить доказательства. Эти знания нужны для задач с теоремой Пифагора, вписанными углами и равенством треугольников.

Окружность и её основные элементы

Что такое окружность

Окружность — это множество точек плоскости, находящихся на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние называют радиусом и используют как основу для всех дальнейших определений.

Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с любой точкой окружности. Диаметр проходит через центр и состоит из двух радиусов, поэтому его длина всегда равна двум радиусам.

Дуга окружности

Дуга — это часть окружности между двумя её точками. Она помогает описывать, какая часть окружности соответствует тому или иному углу, хорде или касательной.

Хорда и касательная

Хорда соединяет две точки окружности и лежит внутри круга. Касательная имеет с окружностью только одну общую точку и касается её в этой точке.

Язык геометрических задач

Эти элементы нужны, чтобы точно описывать рисунки, чертежи, часы, колёса и круглые знаки. Без них невозможно уверенно решать многие задачи по окружности.

Хорда: отрезок внутри окружности

Два конца на окружности

Хорда — это отрезок, у которого оба конца лежат на окружности. Сам отрезок целиком находится внутри круга и не выходит за его границу.

Зависимость от положения

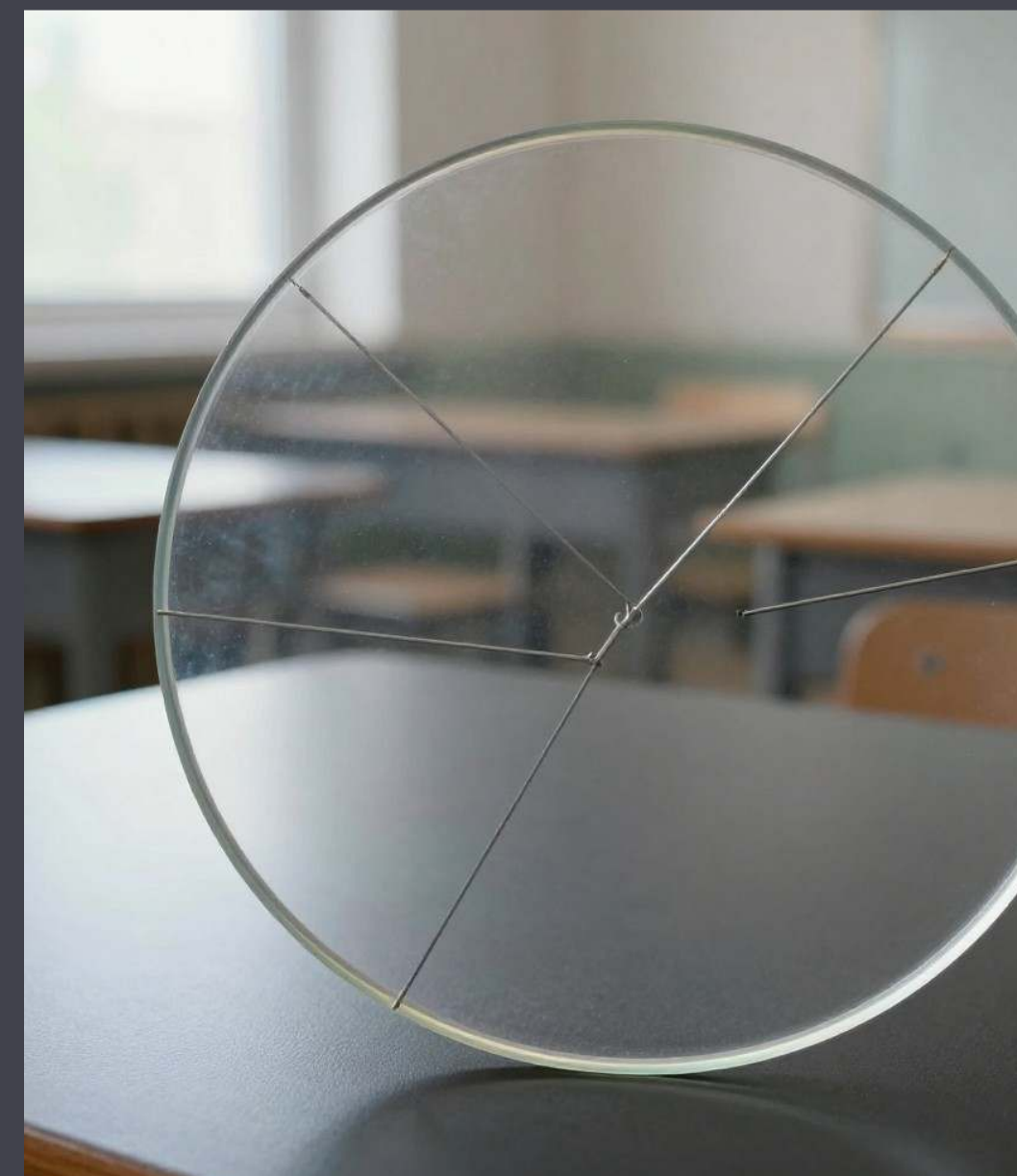
Чем ближе хорда расположена к центру, тем она длиннее. Если хорда удаляется от центра, её длина уменьшается, даже если концы остаются на окружности.

Диаметр как частный случай

Если хорда проходит через центр окружности, она называется диаметром. Это самая длинная хорда, потому что через центр проходит наибольшее возможное расстояние между точками окружности.

Что видно на чертеже

На рисунке удобно показывать несколько хорд разной длины, центр окружности и выделенный диаметр. Такое сравнение помогает быстро заметить связь между положением хорды и её длиной.



Свойства хорд

1

Перпендикуляр делит пополам

Если радиус, проведённый к хорде, перпендикулярен ей, то он делит хорду пополам. Это удобно: по прямому углу можно сразу найти середину отрезка без измерений.

2

Равные хорды

Если две хорды равны, то они находятся на одинаковом расстоянии от центра окружности. Это свойство помогает сравнивать отрезки и делать выводы о расположении хорд.

3

Одинаковое расстояние от центра

Хорды, лежащие на равном расстоянии от центра, равны между собой. Такое правило часто используют в доказательствах, когда нужно установить равенство отрезков по чертежу.

Хорда, диаметр и касательная: краткое сравнение

Линия	Точек	Положение	Свойство
Хорда	2	Внутри	Соединяет точки
Диаметр	2	Через центр	Самая длинная хорда
Касательная	1	У края	Перпендикуляр к радиусу

Сравнение трёх линий помогает быстро определить их роль на чертеже и выбрать нужное свойство.

Диаметр — это особый случай хорды, а касательная отличается одной общей точкой и прямым углом с радиусом.

Общие определения и свойства окружности из школьной геометрии

Касательная и точка касания

1

Одна общая точка

Касательная имеет с окружностью ровно одну общую точку, которую называют точкой касания. По этому признаку её легко отличить от хорды и секущей.

2

Прямой угол с радиусом

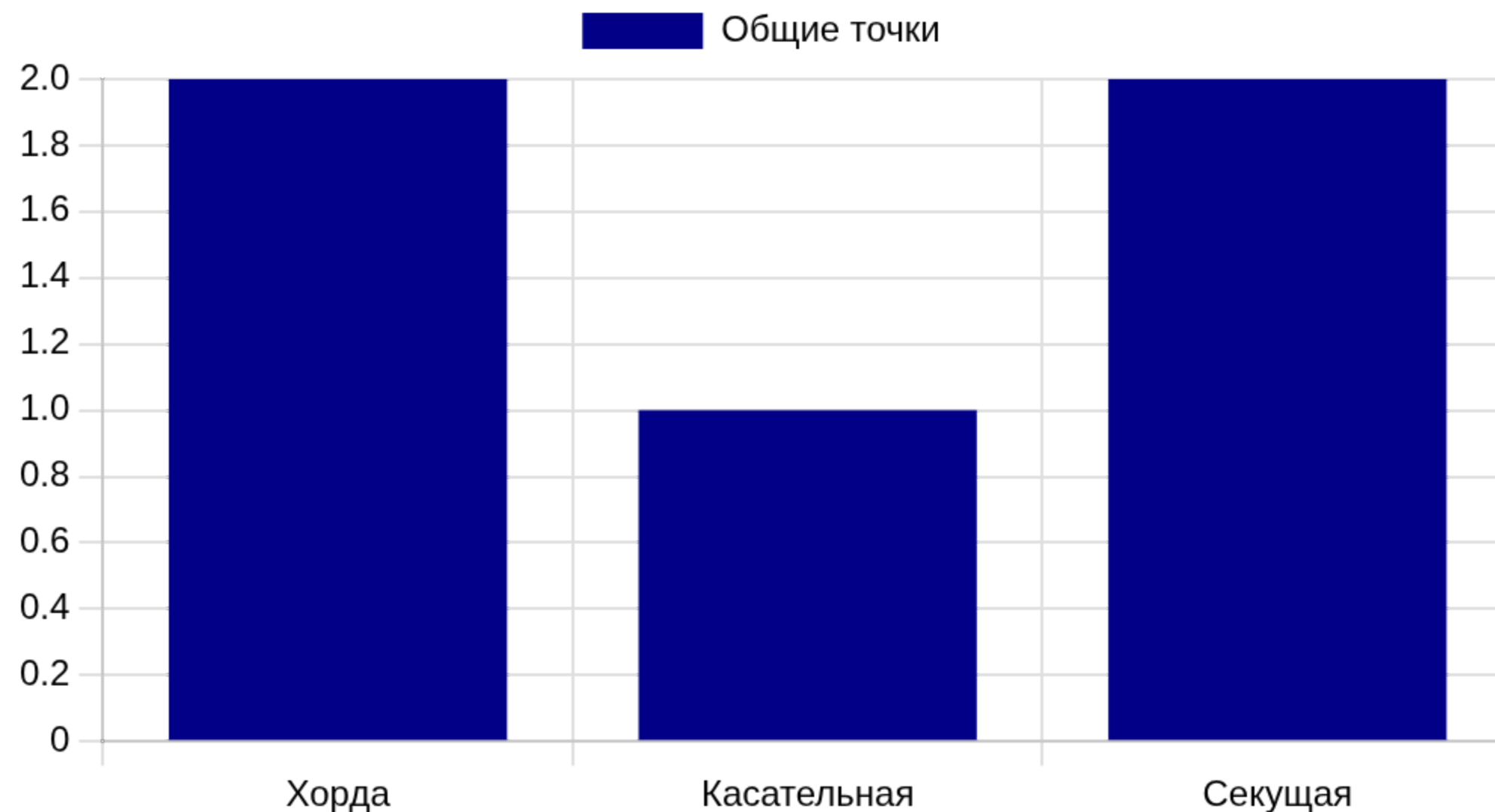
Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Значит, угол между ними равен 90° , и это свойство часто используют в задачах.

3

Зачем это нужно

Касательная помогает строить прямые углы, доказывать равенство элементов и находить неизвестные величины. Она часто встречается там, где к окружности проведена линия из внешней точки.

Сколько общих точек бывает у линий с окружностью



По числу общих точек проще всего начать разбор чертежа, но важно помнить разницу между отрезком и прямой.

У хорды и секущей по две общие точки, однако первая — отрезок, а вторая — прямая.

Сравнение по определениям хорды, касательной и секущей

Секущая: прямая, пересекающая окружность

Две точки пересечения

Секущая пересекает окружность в двух точках и продолжается дальше по обе стороны. Именно поэтому она изображается как бесконечная прямая, а не как ограниченный отрезок.

Связь с хордой

Часть секущей между точками пересечения является хордой. Это помогает видеть, что одна и та же линия на чертеже может включать сразу два геометрических объекта.

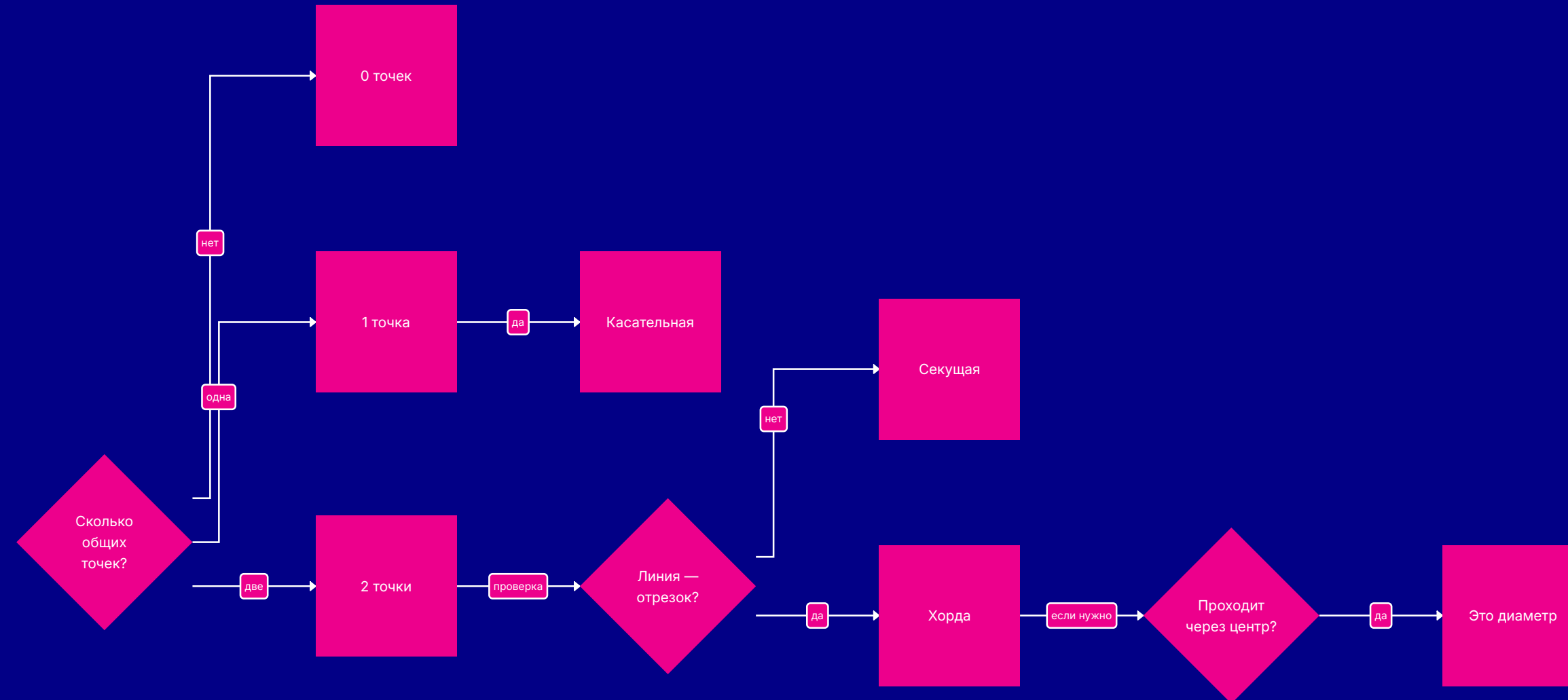
Где используется

Секущую применяют в задачах на длины отрезков, отношения частей прямой и расположение точек относительно окружности. Она часто встречается вместе с хордой и касательной.



Как различать хорду, касательную и секущую

Алгоритм основан на числе общих точек и виде линии относительно окружности.



90°

— именно под таким углом радиус пересекает касательную в точке касания.

Этот угол помогает сразу распознавать касательную и находить прямые углы в чертежах и доказательствах.

Свойство касательной к окружности из школьного курса геометрии

Угол между хордой и касательной

Когда линия «цепляет» окружность

В точке касания хорда и касательная образуют угол, который удобно связывать с дугой между концами хорды. На рисунке важно показать и саму точку касания, и выделенную дугу, чтобы видеть, откуда берётся величина угла.



Подсказка из вписанных углов

Такие задачи часто решают через вписанный угол, опирающийся на ту же дугу. Если заметить эту связь, можно быстро перейти от изображения к вычислению, не измеряя угол напрямую и не полагаясь на случайное расположение линий.



Две касательные из одной внешней точки

Равные отрезки

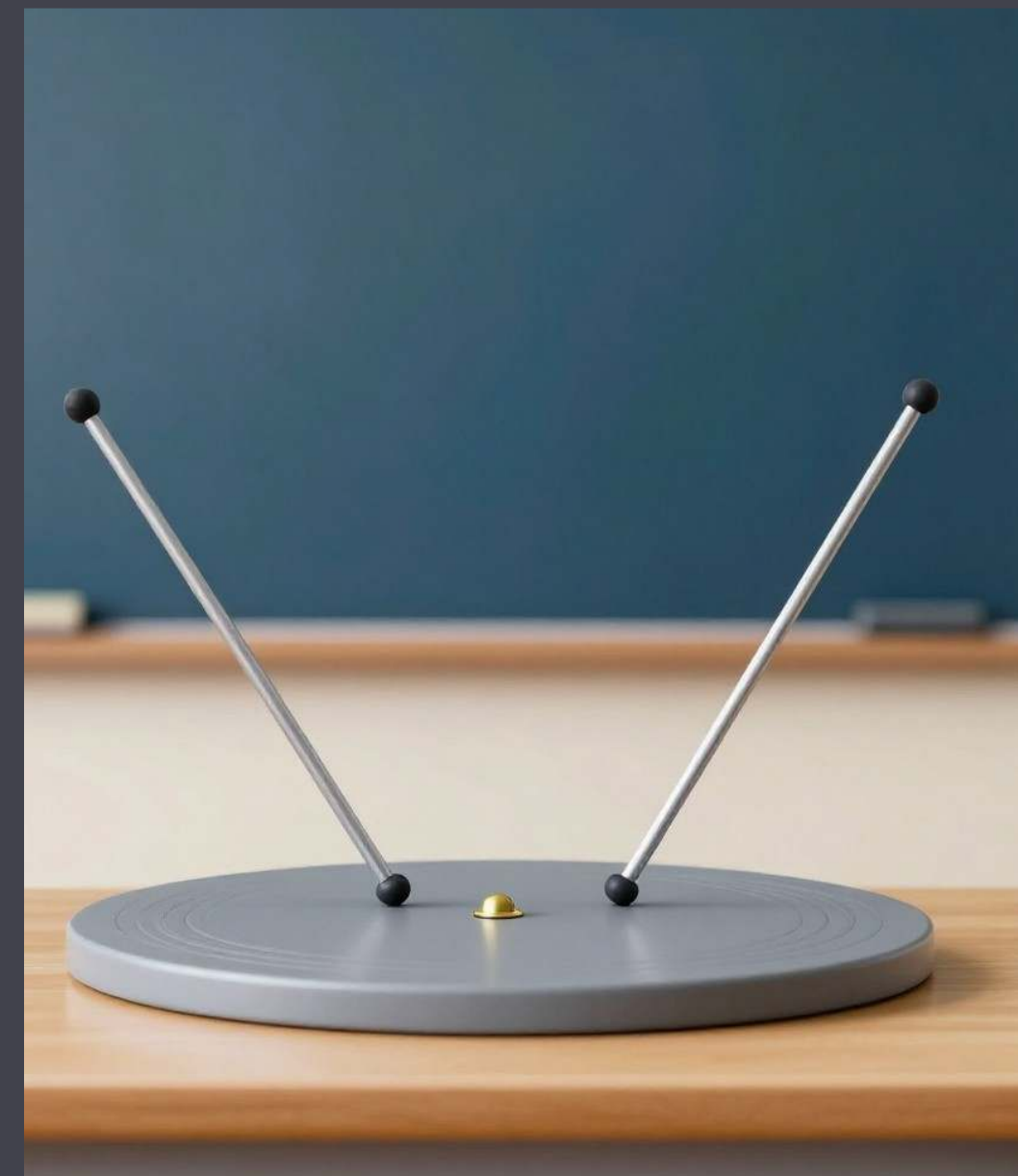
Если из одной внешней точки проведены две касательные, отрезки до точек касания равны. Это даёт удобный способ находить неизвестную длину, не измеряя обе стороны отдельно.

Симметрия чертежа

Точки касания оказываются расположенными симметрично относительно прямой, соединяющей внешнюю точку с центром окружности. Поэтому рисунок часто помогает увидеть равнобедренный треугольник.

Полезный признак

Свойство равенства касательных особенно удобно в задачах на доказательство. Оно позволяет связать касательные с радиусами и быстро получить нужные равные стороны или углы.



Основные свойства хорд, касательных и секущих

Линия	Точек	Положение	Свойство
Хорда	2	Внутри	Соединяет точки
Касательная	1	Снаружи	Перпендикуляр к радиусу
Секущая	2	Через окружность	Даёт хорду

Сравним три линии по числу общих точек, положению относительно окружности и главному свойству.

Все три линии связаны с окружностью, но отличаются положением и числом общих точек. Радиус помогает распознавать касательную, а участок секущей между пересечениями — это хорда.

Свойства окружности из школьной геометрии

Где эти линии встречаются в жизни и технике



Круглые знаки

Секущая напоминает линию, проходящую через круглый знак или циферблат. На таких изображениях легко увидеть две точки пересечения и участок, похожий на хорду.



Колёса и диски

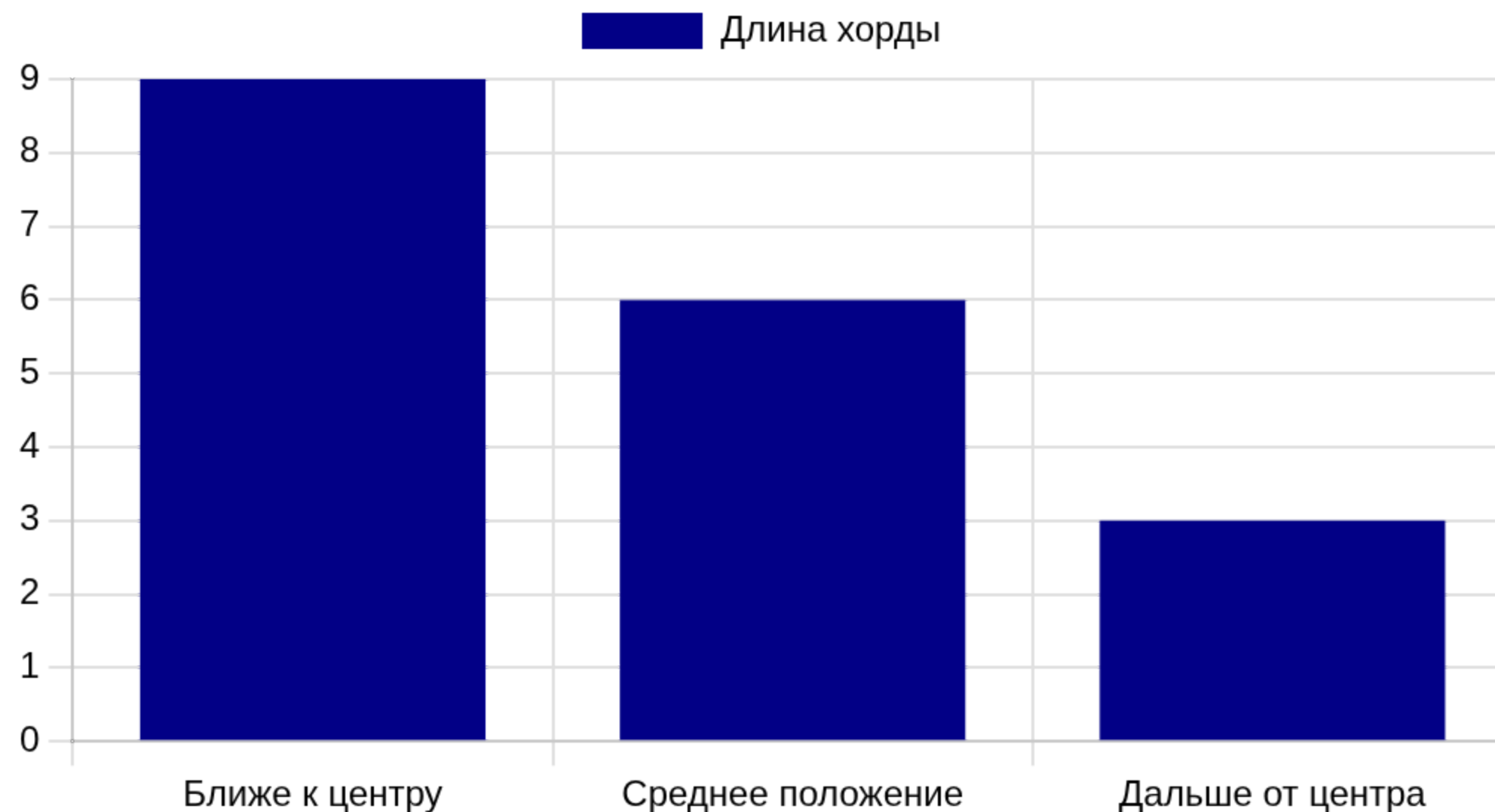
Касательная похожа на прямую, которая лишь касается колеса или диска в одной точке. Именно так геометрия описывает аккуратное соприкосновение без пересечения.



Тетива лука

Хорда напоминает натянутую тетиву: её концы лежат на окружности, а сама линия проходит внутри. Этот образ помогает запомнить, что хорда всегда соединяет две точки окружности.

Как меняется длина хорды при удалении от центра



На схеме показано только сравнение: чем дальше хорда от центра, тем меньше её длина. Это удобно замечать даже без вычислений.

Правило работает для одной и той же окружности: удаление от центра уменьшает хорду. Значит, самая длинная хорда — та, что проходит ближе всего к центру.

Иллюстративные данные для демонстрации свойства хорды

Типичные ошибки при работе с окружностью

1

Хорда и секущая

Хорда — это отрезок внутри окружности, а секущая — прямая, которая проходит через окружность. Ошибка возникает, когда прямую между двумя точками принимают за хорду.

2

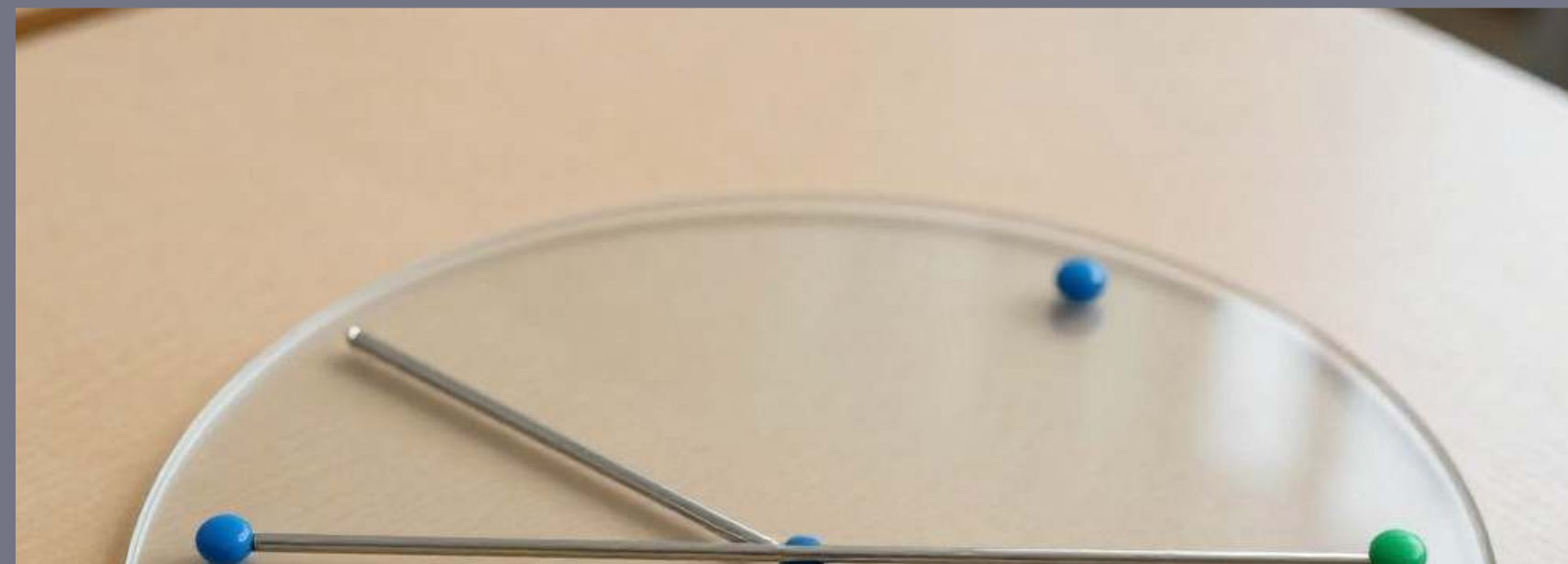
Любая прямая не касательная

Касательной нельзя считать просто близкую к окружности прямую. У неё обязательно одна общая точка с окружностью, и радиус в этой точке образует прямой угол.

3

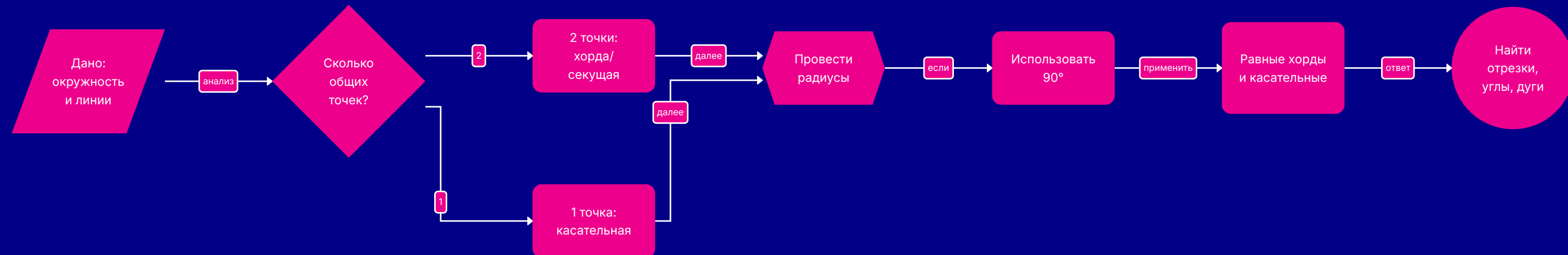
Диаметр не «самый длинный отрезок»

Диаметр действительно является самой длинной хордой, но только потому, что проходит через центр. Не каждая длинная хорда является диаметром, если она не идёт через центр.



Алгоритм решения задач на линии и окружность

Пошаговая схема помогает быстро распознать линию и выбрать нужное свойство.



Простые вычисления в задачах по теме

1

Длина хорды

Если к хорде провести перпендикуляр из центра, он делит её пополам. Тогда можно использовать половину хорды и радиус, а при необходимости — теорему Пифагора.

2

Касательная и радиус

В задачах с касательной сначала отмечают точку касания и строят радиус к ней. Прямой угол сразу превращает рисунок в удобный треугольник для вычислений.

3

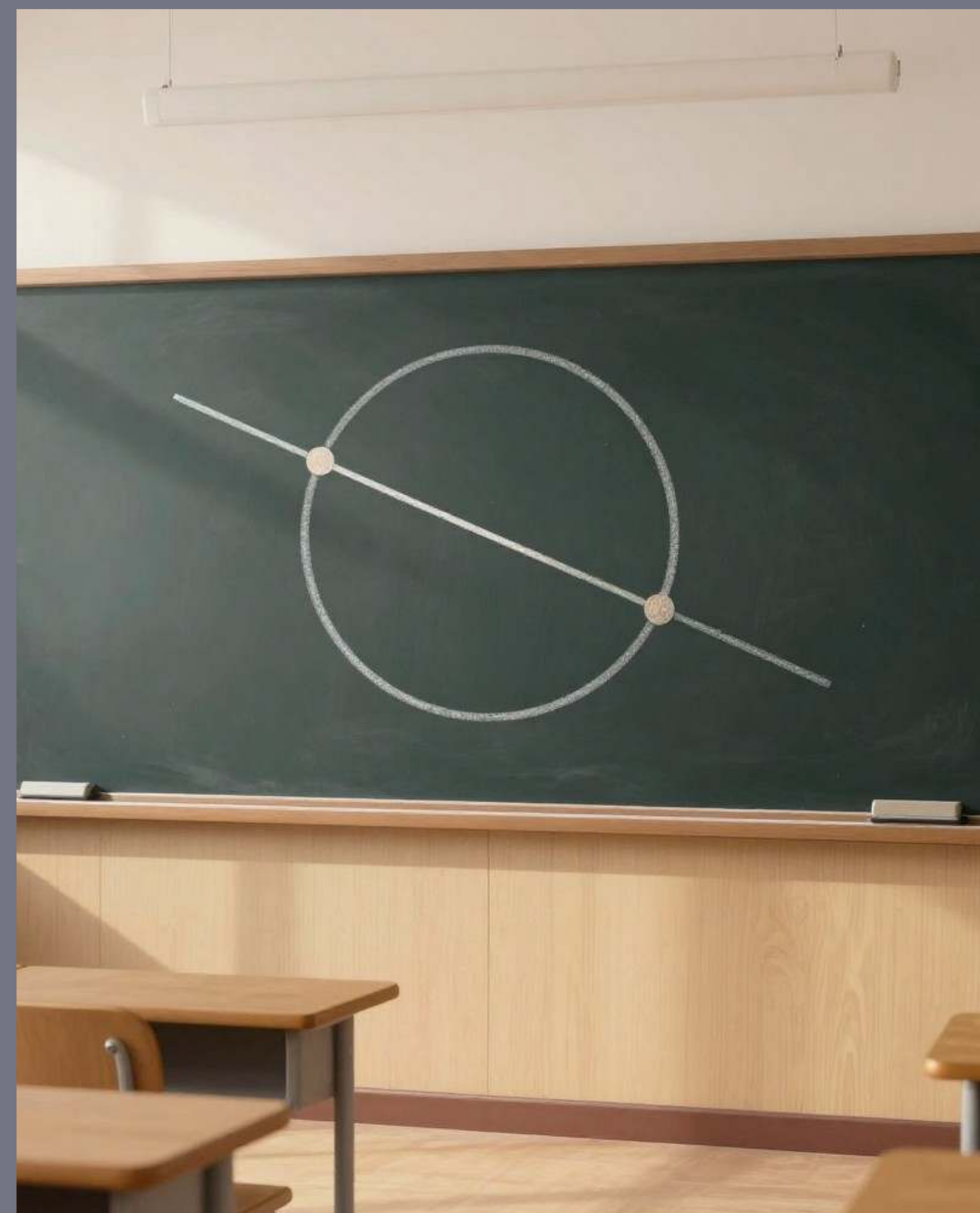
Секущая и отрезки

Для секущей важно рассмотреть точки пересечения с окружностью и части прямой по обе стороны. Часто достаточно сравнить известные отрезки, чтобы найти неизвестный.

4

Минимум данных

Во многих задачах хватает одного-двух опорных элементов: радиуса, касательной, хорды или центра. Остальные величины выводятся из свойств окружности без сложных вычислений.



Три линии — один набор важных правил

Хорды, касательные и секущие по-разному связаны с окружностью, но вместе образуют одну систему. Если помнить про радиус, центр и общие точки, задачи становятся заметно проще.