



Свойства и признаки вписанных и описанных многоугольников

Как окружность помогает узнавать и сравнивать
многоугольники?

Почему эта тема важна в 9 классе

Здесь соединяются свойства многоугольников и окружности. Они помогают находить углы, длины отрезков и проверять построения, особенно в четырёхугольниках, где признаки записываются коротко и удобно.



Что такое вписанный многоугольник



Все вершины на окружности

Вписанный многоугольник — это фигура, у которой каждая вершина лежит на одной окружности. Такая окружность называется описанной около многоугольника и задаёт его расположение на чертеже.



Не всегда возможно

Не каждый многоугольник можно вписать в окружность. Поэтому в задачах часто ищут специальные признаки, которые позволяют быстро проверить, подходит ли фигура для такого описания.



Связь с углами

Для вписанных фигур особенно важны центральные и вписанные углы. По ним удобно устанавливать, какие вершины принадлежат одной окружности и как связаны дуги между ними.



Почему это полезно

Свойства вписанных многоугольников помогают находить неизвестные углы и доказывать равенства. Особенно часто они применяются в задачах с четырёхугольниками, где условия можно проверить очень быстро.

Признаки вписанного четырёхугольника

Признак	Формулировка	Значение
Углы	$\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180^\circ$	Проверка вписанности
Окружность	Все вершины на одной окружности	Определение
Внешний угол	Равен внутреннему противоположному	Удобно в задачах

Чаще всего используют угловые признаки: они позволяют не только проверить фигуру, но и находить неизвестные углы без дополнительных построений.

Основные способы распознавания вписанного четырёхугольника и их смысл в задачах.

Школьный курс геометрии: свойства вписанного четырёхугольника

Вписанный четырёхугольник на чертеже

Окружность и вершины

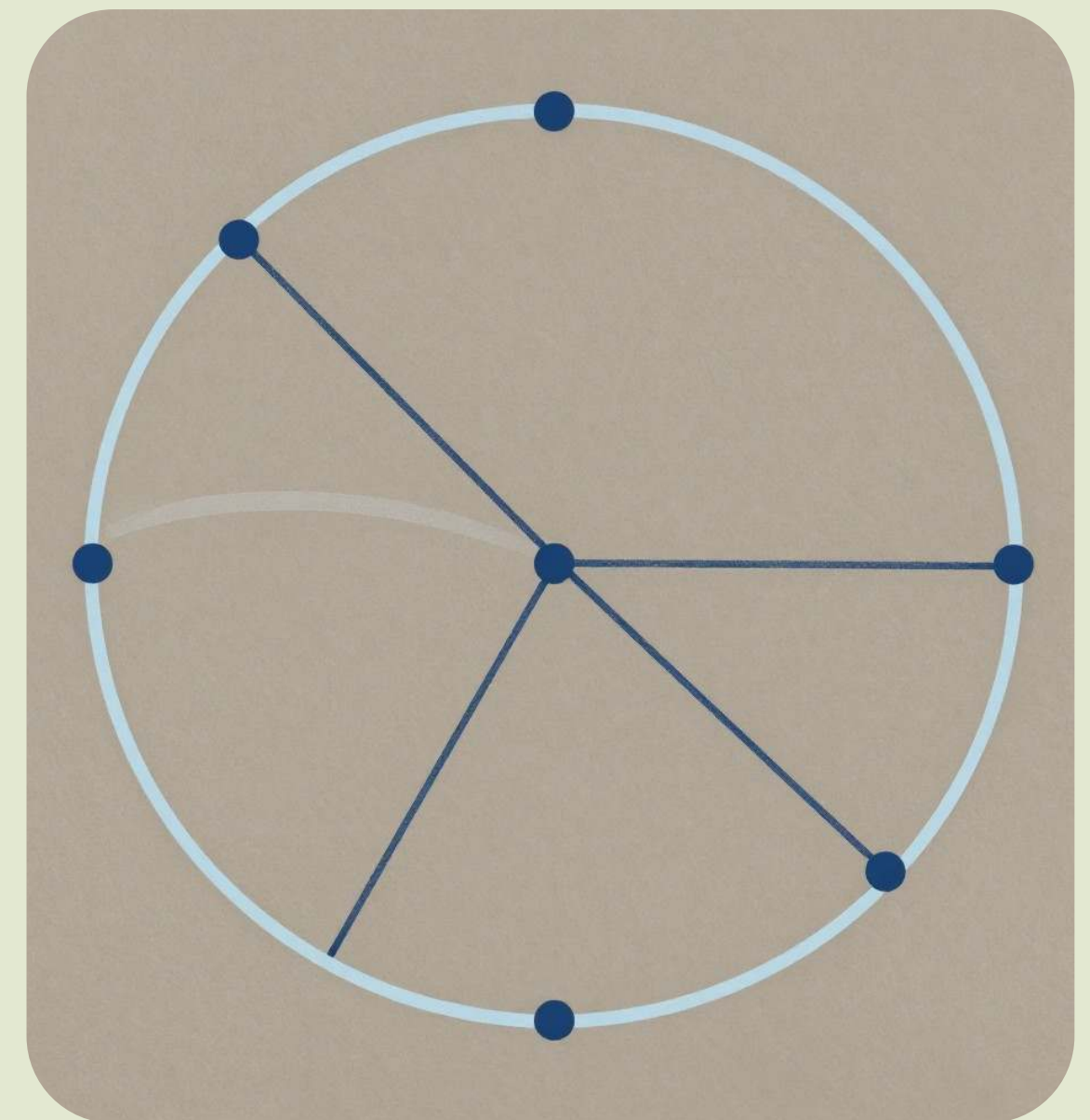
На рисунке все четыре вершины четырёхугольника лежат на одной окружности. Это наглядно показывает, что фигура является вписанной и связана с дугами окружности.

Сумма углов

Противоположные углы выделены отдельно, потому что их сумма равна 180° . Такой отметки достаточно, чтобы в задаче подтвердить, что четырёхугольник действительно вписан.

Примеры и исключения

Прямоугольник всегда является вписанным четырёхугольником, а ромб — только в частных случаях. Это помогает отличать фигуры по свойствам, а не только по внешнему виду.



Какие свойства вписанного четырёхугольника используются чаще всего

В задачах чаще всего приходится работать именно с углами, потому что их можно быстро вычислять и сравнивать по готовым признакам.

Обобщение школьных задач по геометрии 9 класса

Угловые свойства дают наибольшую пользу: они чаще всего ведут к ответу быстрее, чем построения или анализ дуг.

Что такое описанный многоугольник

1 Окружность снаружи

Описанный многоугольник — это фигура, около которой можно провести окружность так, чтобы она касалась всех сторон. Такая окружность называется вписанной в многоугольник.

2 Точки касания

У каждой стороны есть своя точка касания с окружностью. Именно эти точки позволяют использовать равенства отрезков и находить неизвестные длины в задачах.

3 Равные касательные

Если из одной вершины провести к окружности две касательные, то отрезки до точек касания окажутся равными. Это одно из главных свойств описанных фигур.

4 Практический смысл

Свойства описанных многоугольников особенно полезны при вычислении сторон и доказательстве равенства частей фигур. Они позволяют работать с чертежом аккуратно и без лишних измерений.

Проверка существования вписанной окружности

Пошаговая схема для многоугольника и отдельный критерий для четырёхугольника.



Признаки описанного четырёхугольника

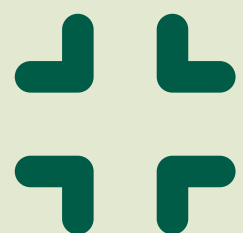
Короткая таблица показывает, как распознать четырёхугольник, около которого можно описать окружность.

Школьный курс геометрии: свойства описанного четырёхугольника

Признак	Формулировка	Использование
Стороны	$a+c=b+d$	Проверка
Окружность	Касается всех сторон	Определение
Касательные	Из одной вершины равны	Нахождение длин

Главный критерий — равенство сумм противоположных сторон; остальные свойства помогают решать вычислительные задачи и доказывать равенства.

Равенство касательных из одной точки



Две касательные

Если из одной точки к окружности проведены две касательные, их отрезки до точек касания равны. Это свойство позволяет сразу записывать равенство длин на чертеже.



Поиск длины

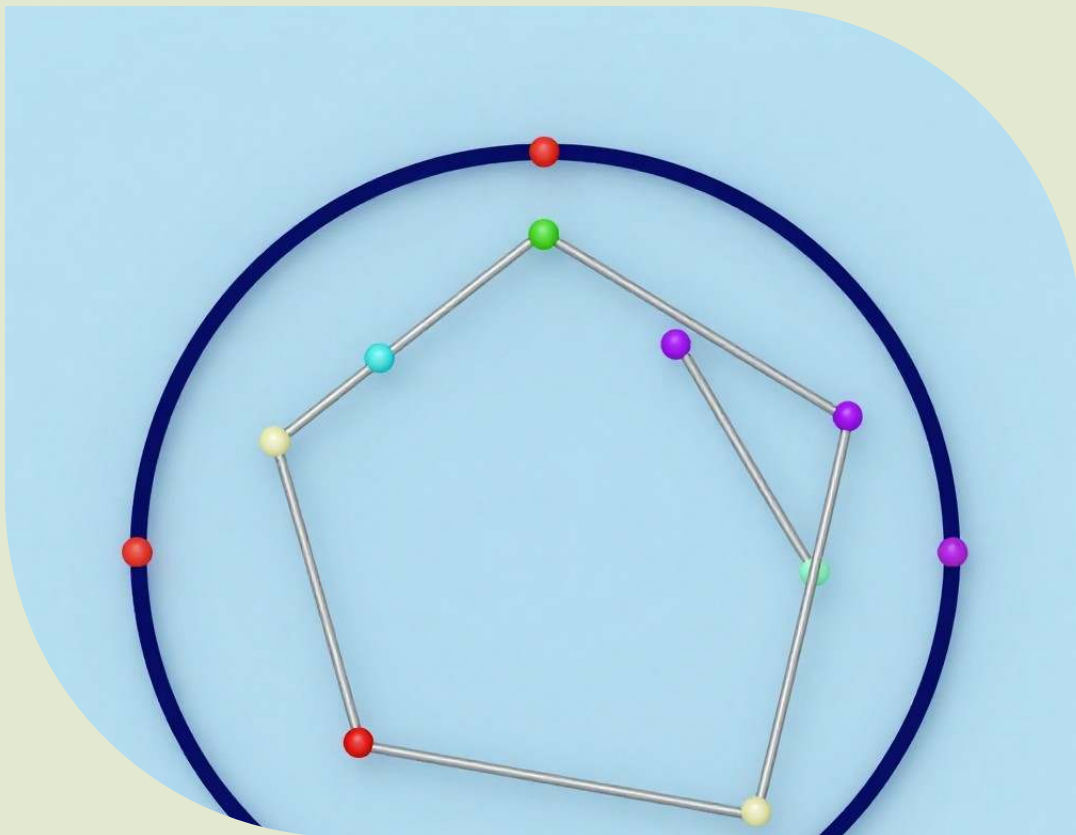
В описанных многоугольниках равные касательные часто помогают находить неизвестные стороны. Достаточно обозначить отрезки буквами и составить простое уравнение по рисунку.



Построения без измерений

Свойство равных касательных удобно и в задачах на построение. Оно помогает сравнивать отрезки, доказывать равенство частей фигур и обходиться без прямых измерений.

Описанный многоугольник и точки касания



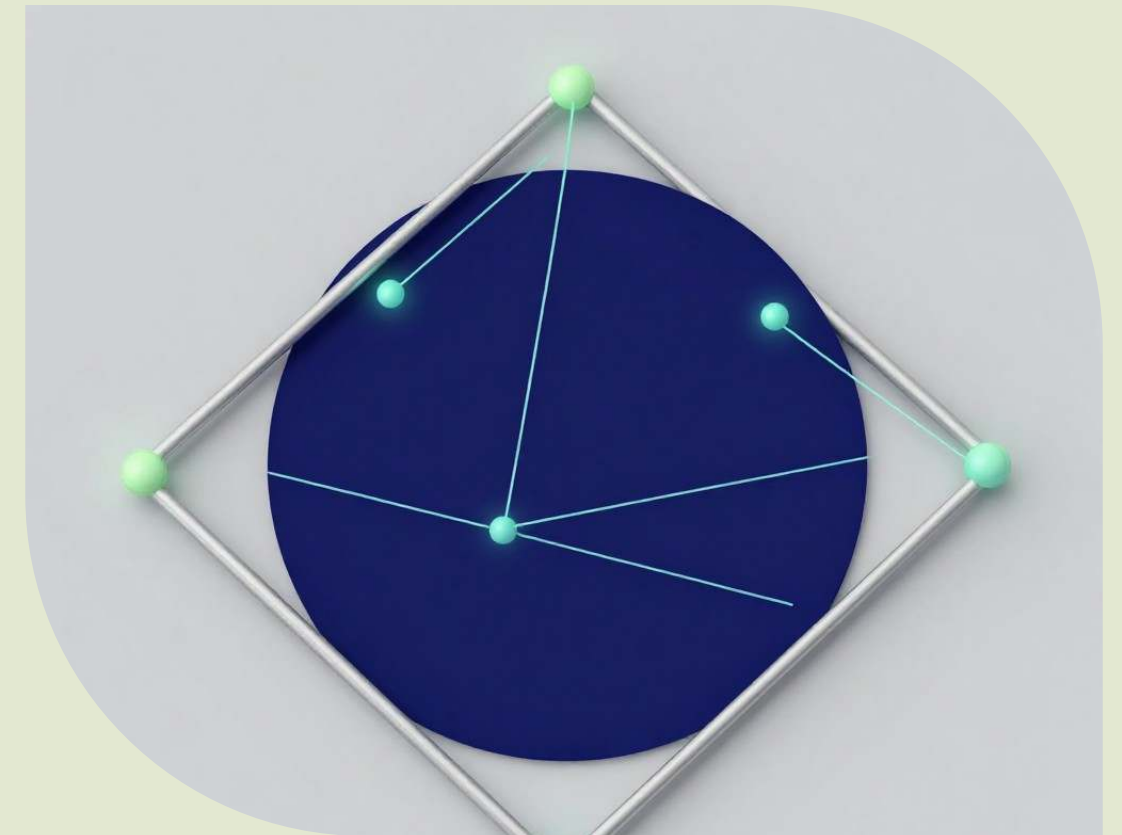
Окружность касается каждой стороны

На чертеже многоугольник охвачен одной окружностью, и каждая его сторона касается её ровно в одной точке. Такие точки удобно отмечать разными цветами, чтобы сразу видеть, где фигура «соприкасается» с окружностью и как устроена симметрия рисунка.



Равные отрезки из вершины

Если из одной вершины провести две касательные к окружности, то отрезки до точек касания окажутся равными. На схеме это показывают одинаковыми штрихами, чтобы подчеркнуть главное свойство описанного многоугольника и упростить решение задач на длины.



Связь сторон и углов

Подпись к рисунку помогает заметить ещё одну важную идею: в описанном четырёхугольнике равны суммы противоположных сторон. Поэтому на изображении часто соединяют точки касания с вершинами и выделяют стороны, которые используются в уравнениях и доказательствах.

Сравнение вписанных и описанных многоугольников

Сравнение показывает, что одна и та же окружность задаёт разные условия для фигуры: по вершинам или по сторонам. Это помогает быстро выбрать нужный признак в задаче.

Содержимое школьного курса геометрии, 9 класс

Для вписанных фигур чаще работают с углами, а для описанных — с длинами сторон и касательными.

Связь с правильными многоугольниками

● Двойная принадлежность

Правильный многоугольник одновременно можно вписать в окружность и описать около окружности. Это делает его особенно удобным для построений и показывает тесную связь между сторонами и углами.

● Общий центр

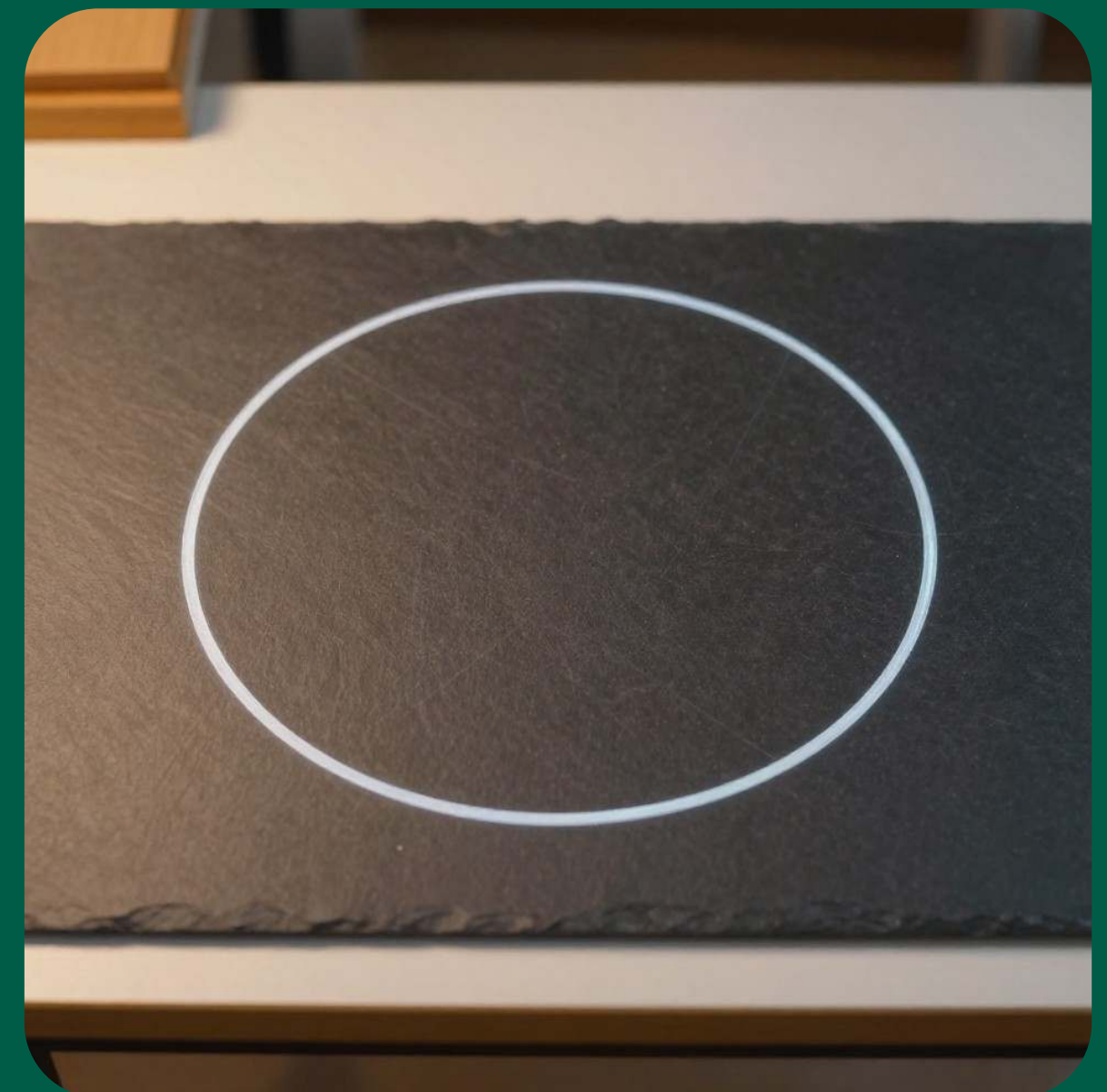
Центр вписанной и центр описанной окружности совпадают. На чертеже это одна и та же точка, от которой одинаково удобно измерять расстояния до сторон и вершин.

● Полная симметрия

У правильной фигуры все стороны равны, и все углы тоже равны. Благодаря этому она выглядит одинаково при повороте, а её свойства легко проверять по одному элементу.

● Примеры из курса

К таким фигурам относятся равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Они часто используются в учебных задачах как наглядные примеры идеальной симметрии.



Основные формулы и равенства для решения задач

01

Углы вписанного четырёхугольника

Если четырёхугольник вписан в окружность, то сумма противоположных углов равна 180° . Это основной способ быстро найти неизвестный угол и проверить, можно ли описать окружность около фигуры.

02

Стороны описанного четырёхугольника

Если около четырёхугольника можно описать окружность, то суммы противоположных сторон равны: $a+c=b+d$. Такое равенство особенно полезно, когда в задаче даны длины нескольких сторон.

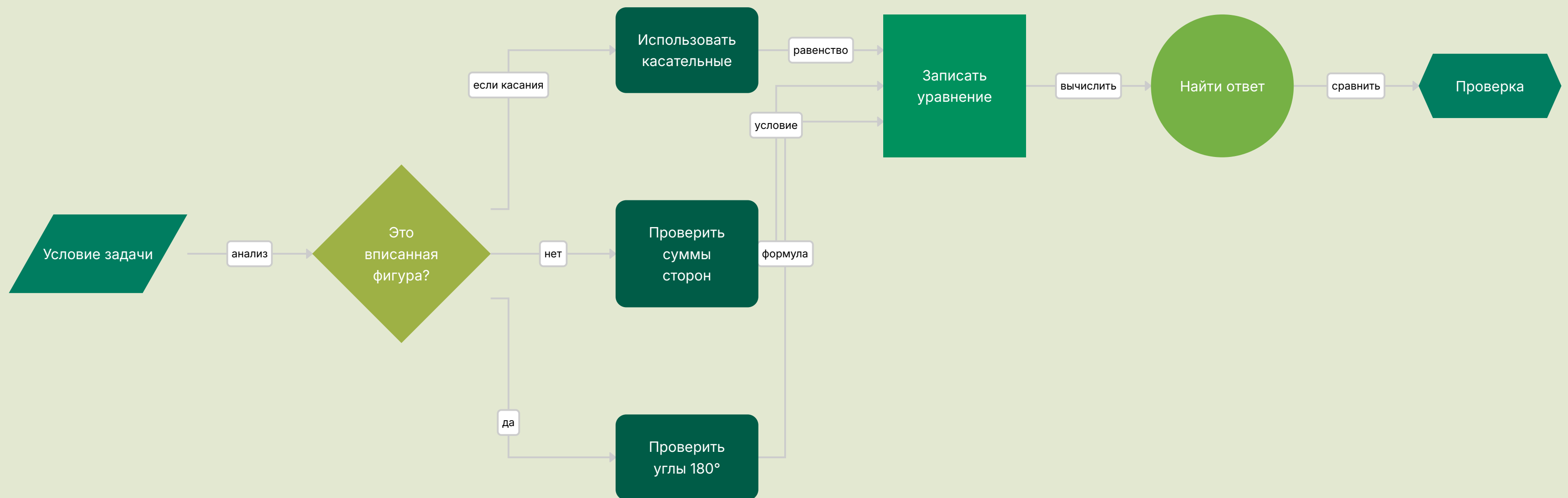
03

Касательные из одной вершины

Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны. Это свойство помогает находить части сторон без прямых измерений и часто служит ключом к доказательствам.

Алгоритм решения задач на вписанные и описанные многоугольники

Последовательность действий основана на признаках из школьного курса геометрии: углы, стороны и равенство касательных.



Типичные ошибки и правильные утверждения

Ошибка	Правильно	Комментарий
Любой четырёхугольник	Не всегда вписан	Нужна проверка 180°
Все стороны равны	Равны суммы сторон	Для описанного
Касательные равны	Верно	Из одной вершины

Таблица помогает отличить распространённые ошибки от верных признаков темы и не перепутать свойства вписанных и описанных четырёхугольников.

Школьный курс геометрии, 9 класс

Главная трудность — не смешивать определения и признаки: у каждого типа фигуры свой набор равенств, и именно они дают верный ответ.

Где применяются эти свойства



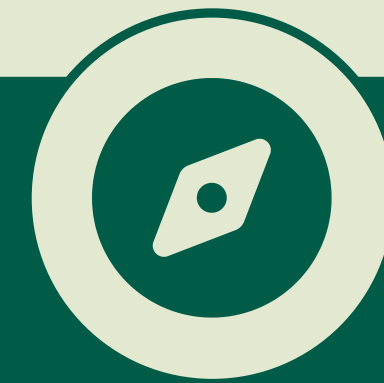
Решение задач

Свойства помогают находить углы и длины в обычных школьных упражнениях. Особенно часто они нужны там, где одна фигура связана с окружностью и требуется быстро записать равенство.



Доказательства

В задачах на доказательство эти признаки позволяют показать, что фигура действительно вписана или описана. Затем можно использовать найденное равенство для дальнейших вычислений без лишних построений.



Построения

При построениях с циркулем и линейкой свойства касательных и равных отрезков особенно удобны. Они помогают аккуратно разместить точки, проверить симметрию и получить нужную фигуру.

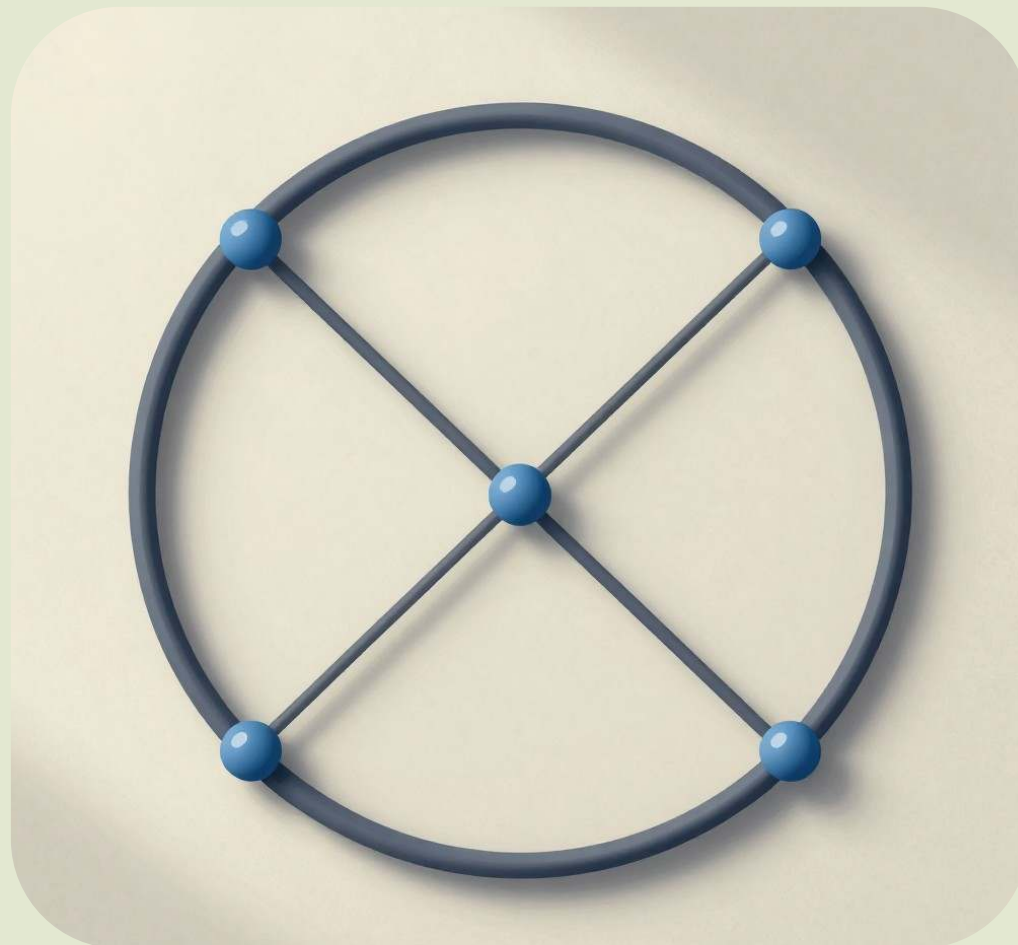
Какие результаты дают признаки в задачах

Чаще всего признаки приводят к коротким вычислениям без сложных построений. Это особенно заметно в задачах, где достаточно найти один угол или один отрезок.

Обобщение заданий по теме из школьного курса геометрии

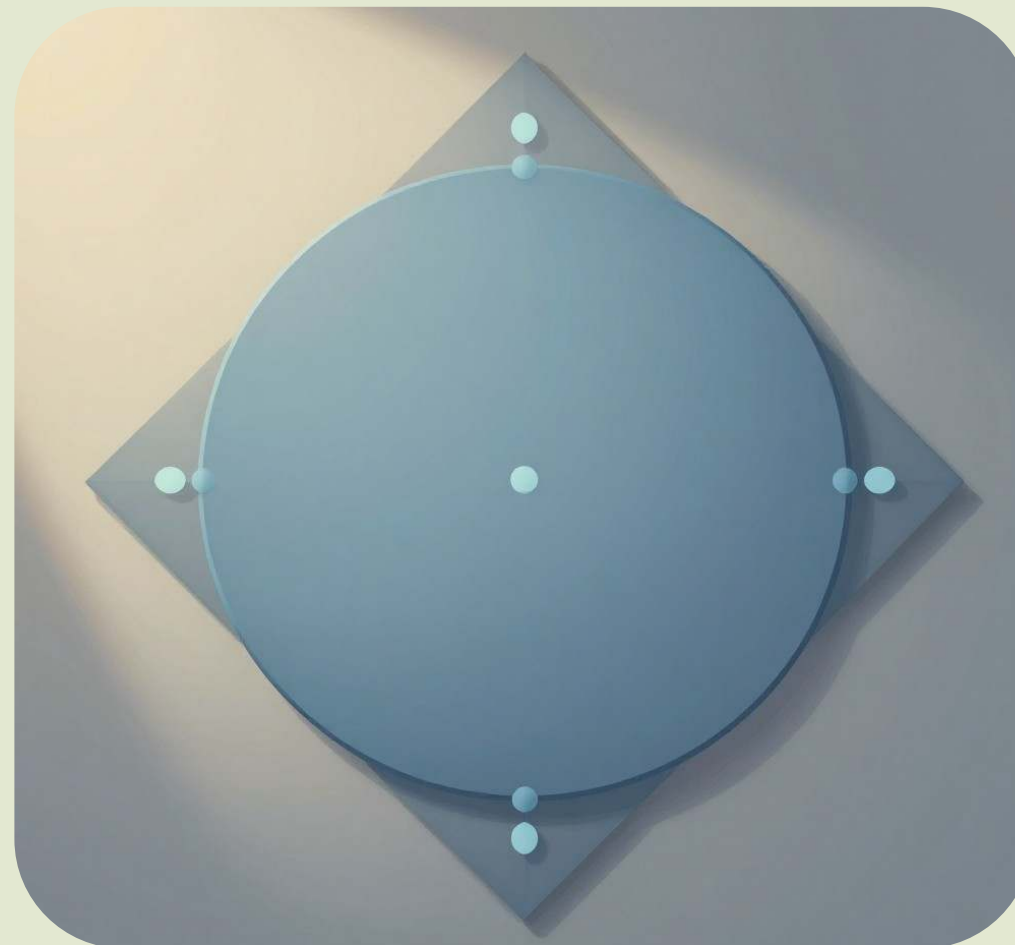
Наибольший практический эффект дают угловые и линейные вычисления: именно они встречаются в заданиях чаще всего.

Связь двух теорем на одном чертеже



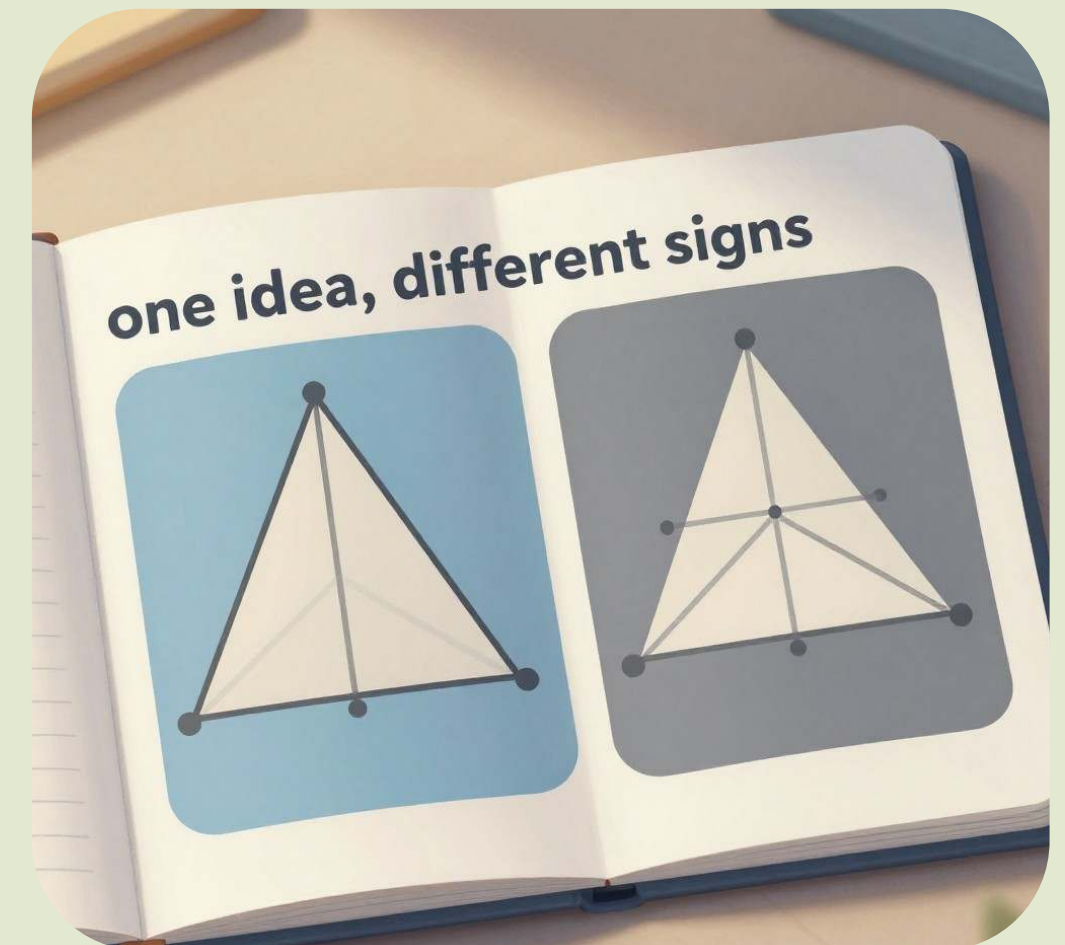
Фигура на окружности

На одном рисунке можно показать четырёхугольник, все вершины которого лежат на окружности. Тогда сразу видно, какие углы связаны между собой и почему сумма противоположных углов даёт 180° . Такой чертёж удобно читать глазами.



Фигура вокруг окружности

На другом рисунке четырёхугольник как будто обнимает окружность: все его стороны касаются её. Здесь важны точки касания и равные отрезки, а также правило про суммы противоположных сторон. Это уже другой способ связи с окружностью.



Одна идея — разные признаки

Обе теоремы объединяет общий смысл: окружность делает фигуру более строгой и задаёт точные равенства. Поэтому на одном листе можно сравнить два вида четырёхугольников и увидеть, что они решают разные типы задач.



Что важно запомнить о вписанных и описанных многоугольниках

Вписанные и описанные многоугольники различаются положением вершин и сторон относительно окружности, но обе темы дают удобные признаки для решения задач. Они помогают быстро находить углы, длины и делать точные выводы в геометрии.

