

Пары чисел превращаются в прямую на координатной плоскости.

Линейное уравнение и его график

Где используется линейное уравнение

Линейные уравнения помогают описывать прямые, точки и изменения величин на плоскости.



Что такое уравнение с двумя переменными



01 Две переменные

Уравнение с двумя переменными содержит две буквы, например x и y . Оно связывает их в одно равенство, которое должно выполняться одновременно.

02 Пара чисел

Решением считается не отдельное число, а пара значений. Каждая подходящая пара задаёт одну точку на координатной плоскости.

03 Проверка подстановкой

Чтобы проверить решение, подставляют x и y в уравнение. Если получается верное равенство, точка подходит.

04 Много решений

Обычно таких решений много. Для линейного уравнения все они выстраиваются в одну прямую линию.

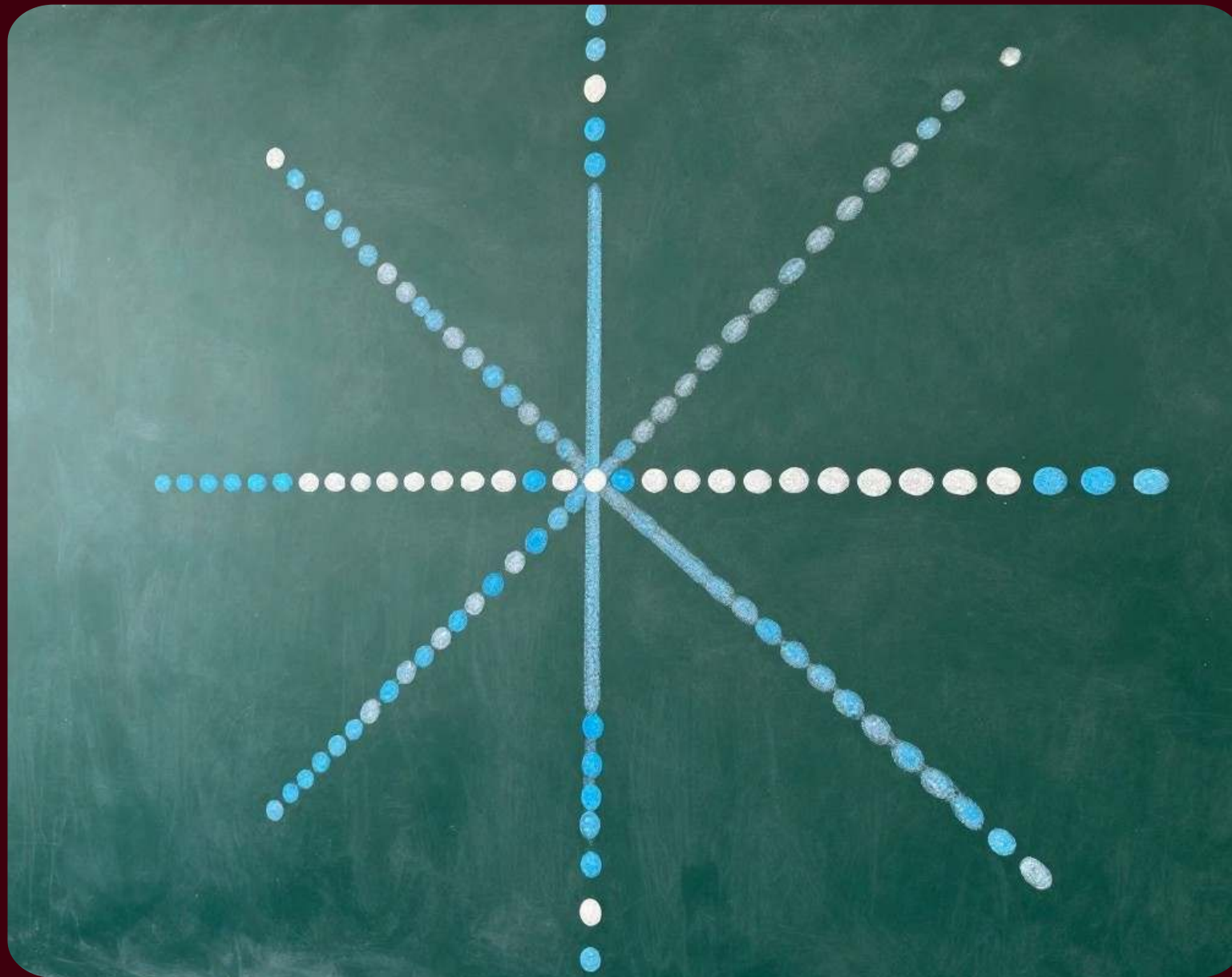
Проверяем точки на примере

Подходящие точки

Для уравнения $x + y = 5$ подходят пары (2,3), (1,4) и (0,5). Во всех случаях сумма двух чисел равна пяти.

Неподходящая точка

Пара (2,2) не подходит, потому что $2 + 2 = 4$. Проверка сразу показывает, что равенство нарушено.



Почему решений много

- **Несколько вариантов**

Одно линейное уравнение допускает множество пар x и y . Можно подбирать разные значения, и каждая верная пара будет новым решением.

- **Каждое решение — точка**

Каждое решение соответствует точке на плоскости. Поэтому все найденные пары удобно изображать не отдельно, а как набор точек.

- **Одна общая линия**

Если отметить все такие точки, они окажутся на одной прямой. Именно так уравнение превращается в график.

Построение по таблице значений

x	y
0	?
1	?
2	?

Сначала выбирают несколько значений x , затем вычисляют соответствующие y и записывают пары в таблицу. После этого по точкам строят прямую.

Таблица помогает быстро получить координаты точек для построения графика.

По способу построения графика линейного уравнения через таблицу значений.

Пример таблицы для графика

Для уравнения $2x + y = 6$ удобно подставить несколько значений x и вычислить y . Полученные пары легко нанести на плоскость.

Все пары из таблицы удовлетворяют уравнению и лежат на одной прямой.

x	y
0	6
1	4
2	2
3	0

По уравнению $2x + y = 6$.

Как читать координаты точки

Шаг 1

01

Сначала находят первое число координатной пары — x . Его откладывают по горизонтали от начала координат, двигаясь вправо или влево.

Шаг 2

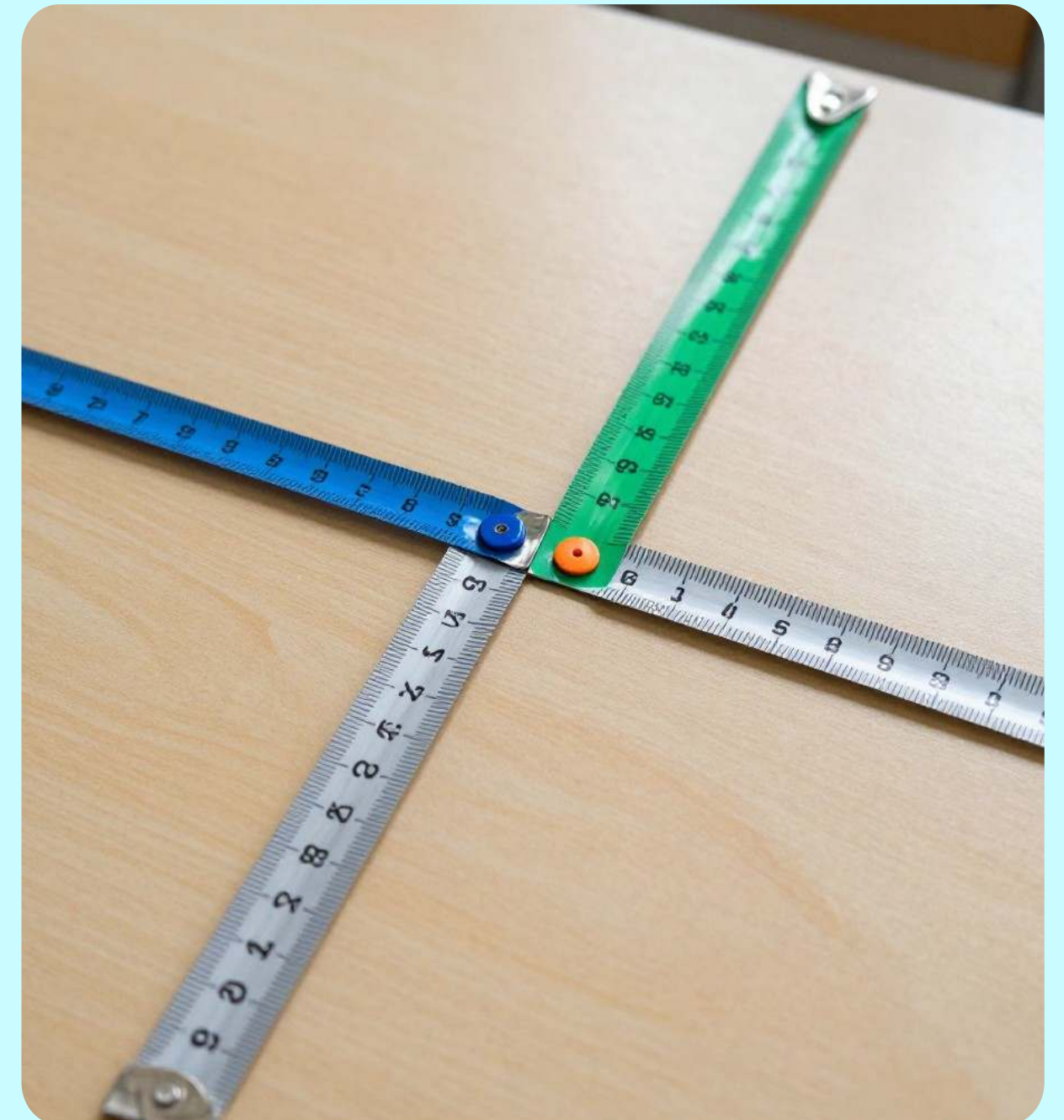
02

Затем находят y и откладывают его по вертикали. Так точка получает своё точное положение на плоскости.

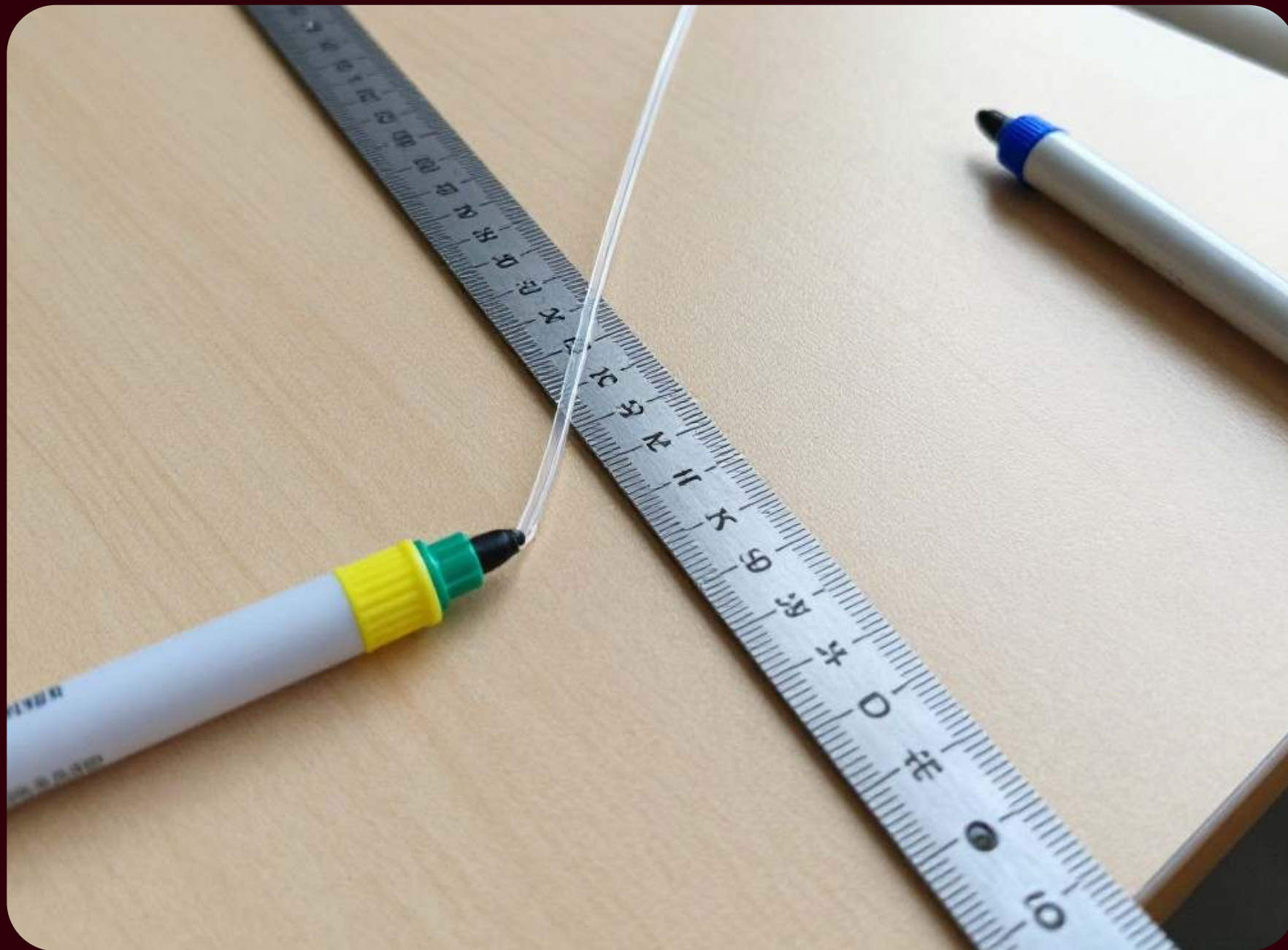
Шаг 3

03

Порядок важен: (x, y) и (y, x) — разные точки. Если перепутать числа, график получится неверным.



Формула $y = kx + b$



Удобная запись

Запись $y = kx + b$ сразу показывает, как изменяется y при изменении x . Это удобная форма для чтения и построения графика.

Наклон прямой

Коэффициент k задаёт направление линии. Если он положительный, прямая идёт вверх; если отрицательный — вниз.

Пересечение с осью

Число b показывает, где прямая пересекает ось y . Это помогает быстро найти одну из точек графика.

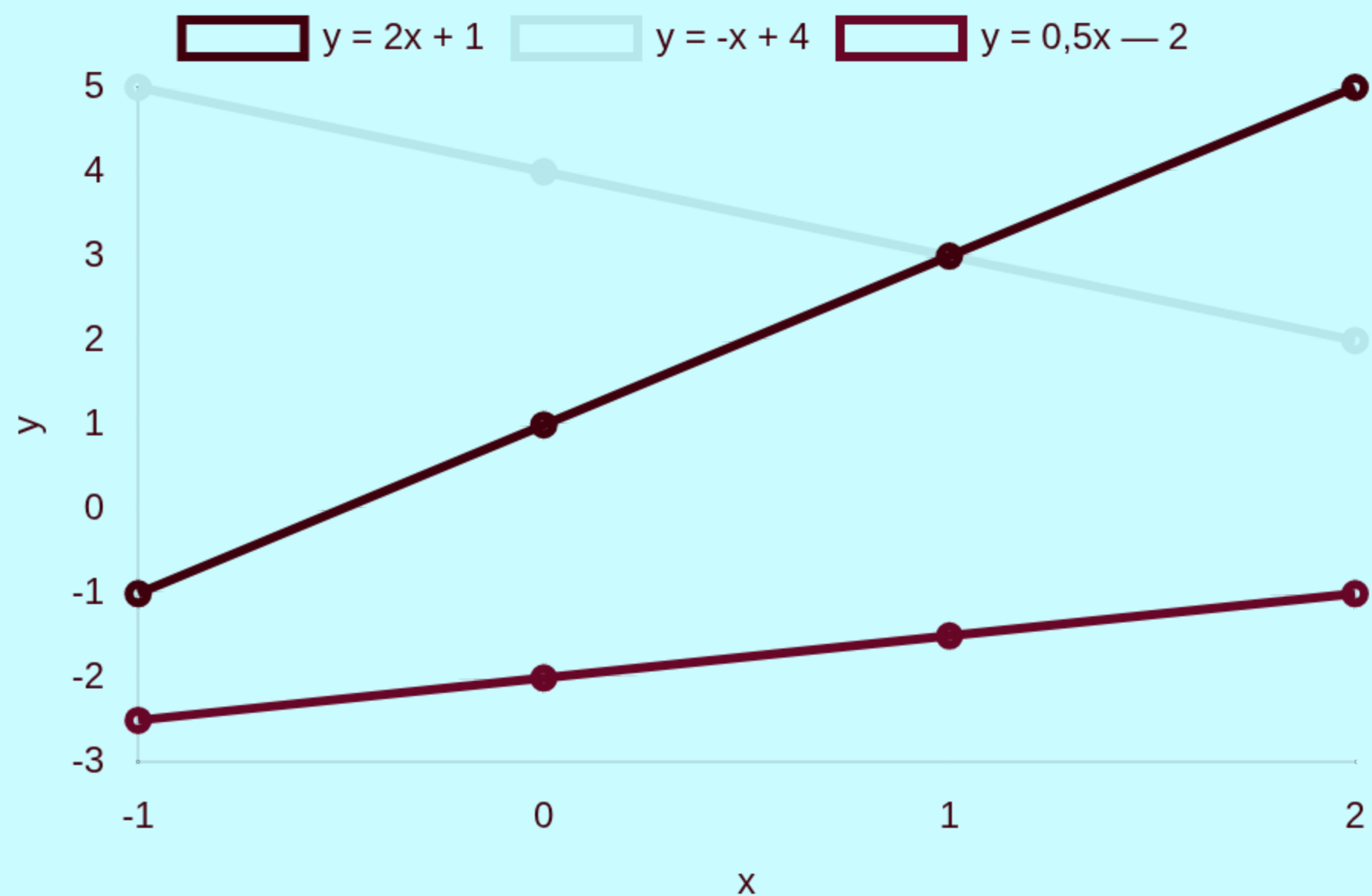
**При таком значении
коэффициента значение
 y увеличивается на 2
при каждом шаге x .**

2

это означает рост y на две
единицы при увеличении x
на одну.

По уравнению $y = kx + b$, где k — коэффициент при x .

Типовые примеры разных прямых



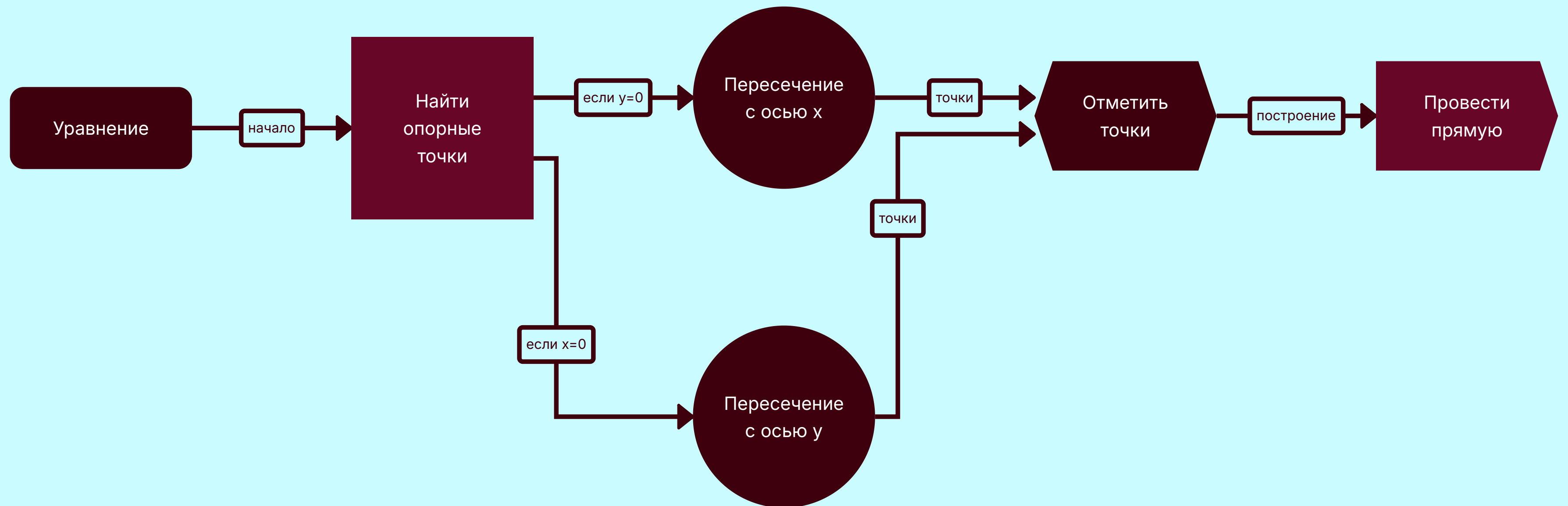
На одном и том же наборе x видно, как меняются три прямые: рост, убывание и более пологий подъем.

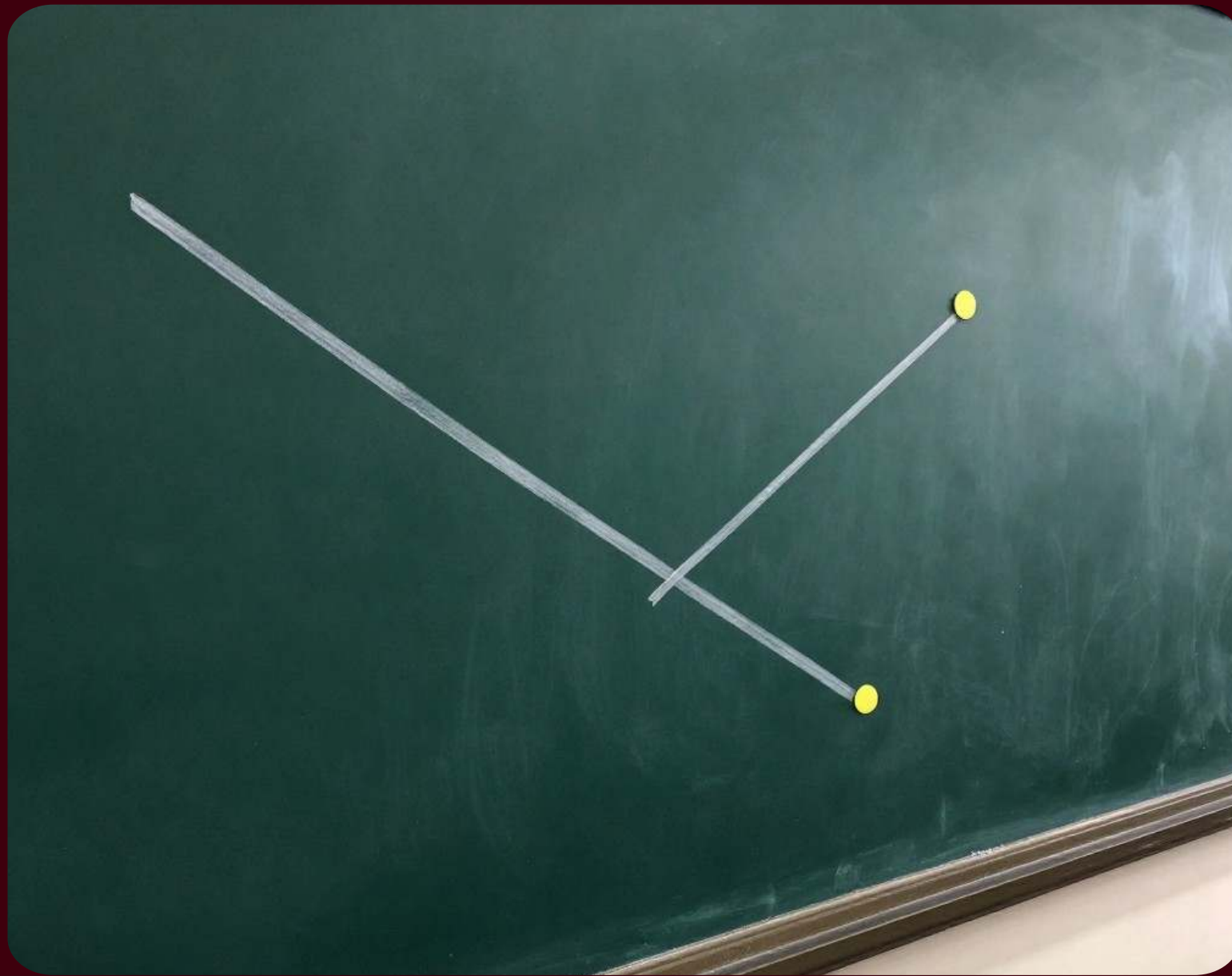
Знак коэффициента k задаёт направление, а его величина — крутизну. Свободный член b сдвигает прямую вверх или вниз.

Расчёт значений по формулам $y = 2x + 1$, $y = -x + 4$, $y = 0,5x - 2$.

Построение по двум точкам

Переход от уравнения к графику через пересечения с осями и две точки.





Пример с пересечениями осей

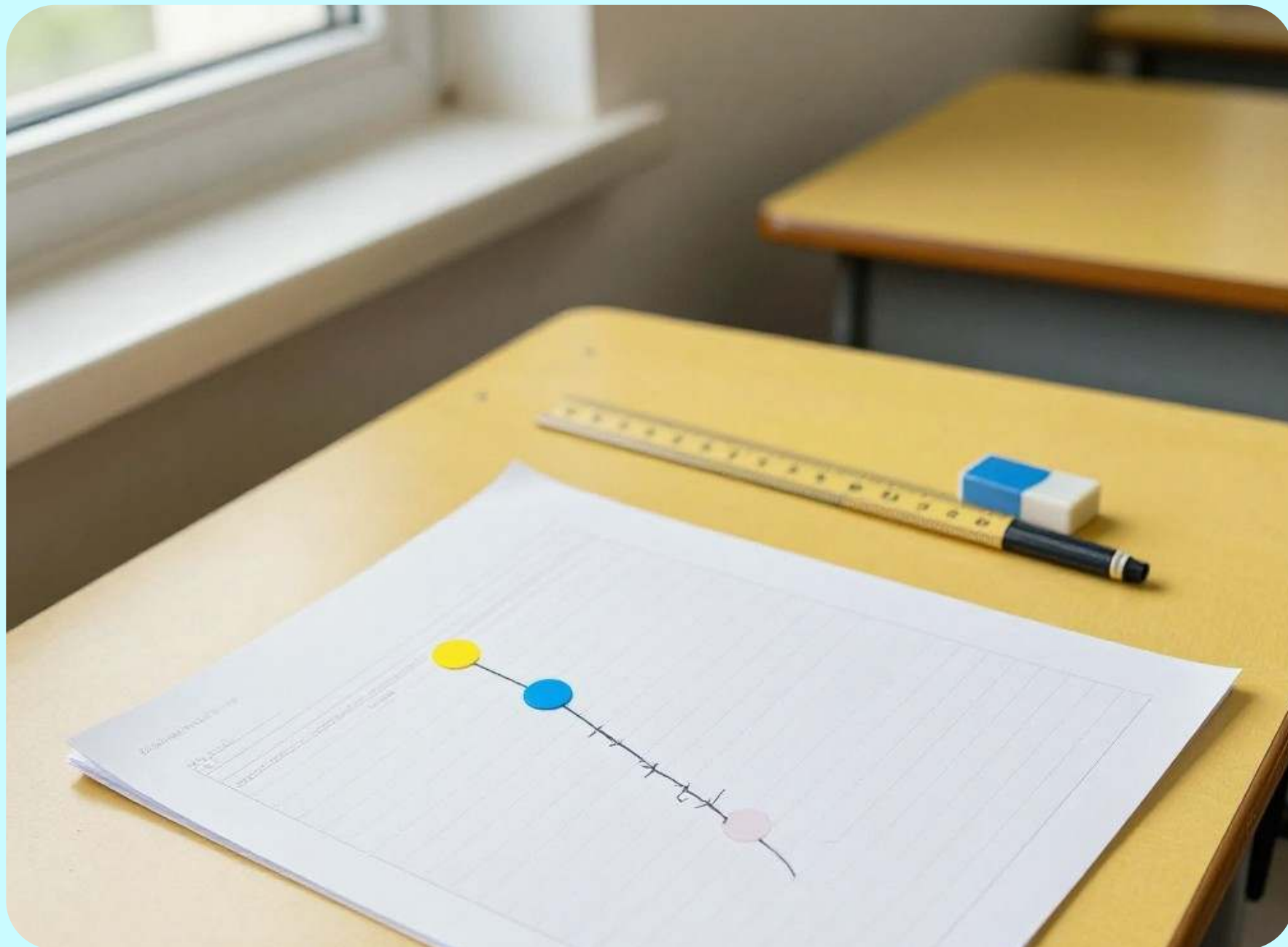
- **Точка на оси y**

Уравнение $3x + 2y = 6$ можно проверить на пересечении с осью y : если $x = 0$, получаем $2y = 6$, значит точка $(0,3)$ действительно подходит.

- **Точка на оси x**

Другая удобная точка находится при $y = 0$: тогда $3x = 6$, откуда $x = 2$. Пара $(2,0)$ помогает сразу провести прямую и проверить остальные решения.

Как читать график и находить решение



01 Шаг 1: x

Сначала на оси x находят нужное значение и отмечают его на горизонтальной линии. Это показывает, где точка должна стоять по первому числу координат.

02 Шаг 2: y

Затем от найденной отметки поднимаются или опускаются до нужного значения y . Так получается точка, которая должна лежать на прямой графика.

03 Шаг 3: проверка

Если точка попала на линию, её координаты удовлетворяют уравнению. Если точка оказалась в стороне, равенство для неё неверно.

04 Шаг 4: вывод

Этот способ помогает не только читать готовый график, но и понимать, какие пары чисел являются решениями уравнения с двумя переменными.

Как проверить точку

Записать данные

01

Запишите уравнение и координаты точки. Подстановка должна сохранять порядок: сначала x , затем y . Именно так проверяют, подходит ли точка к графику.

Подставить в уравнение

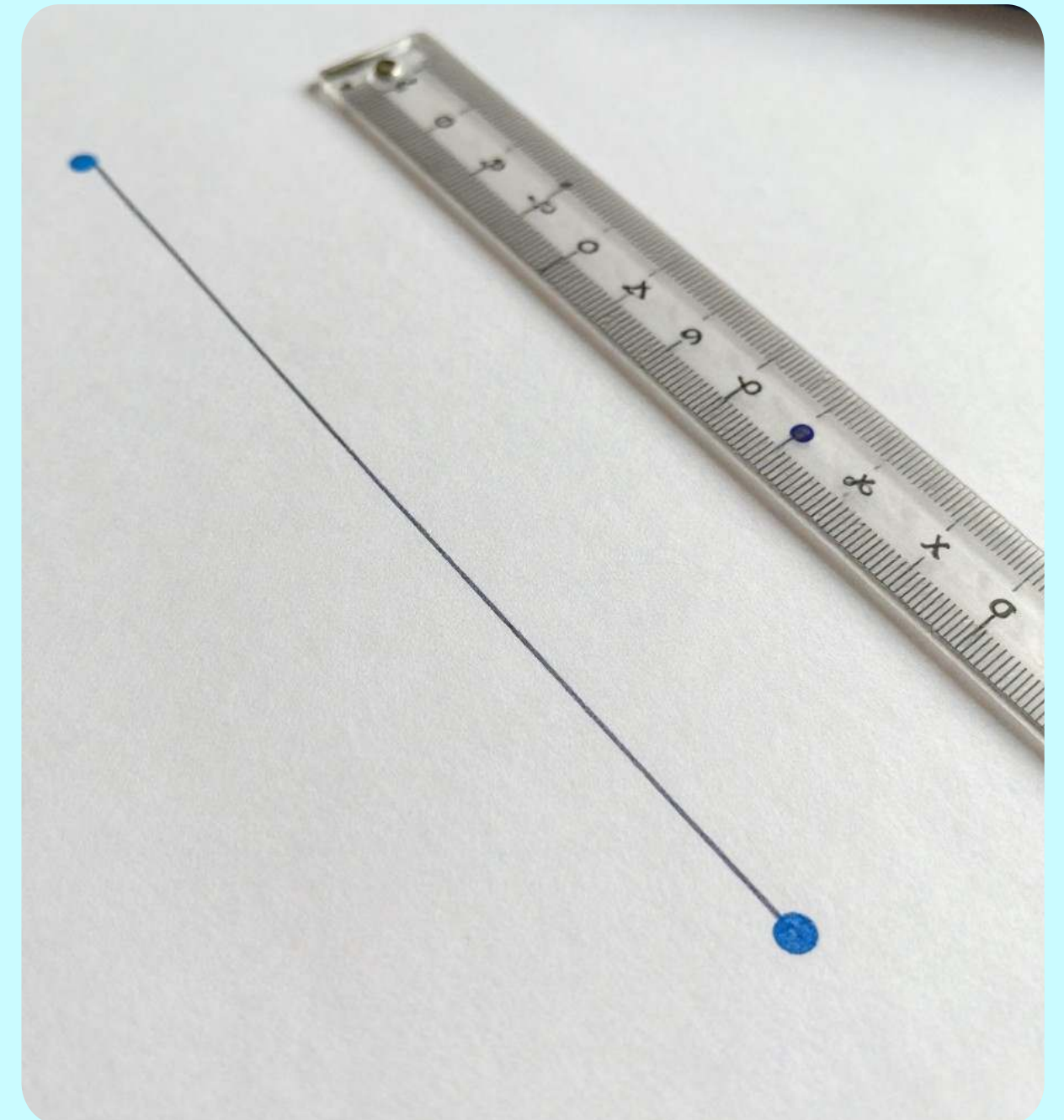
02

Подставьте числа вместо букв и аккуратно выполните вычисления. Если после преобразований получается верное равенство, точка лежит на прямой.

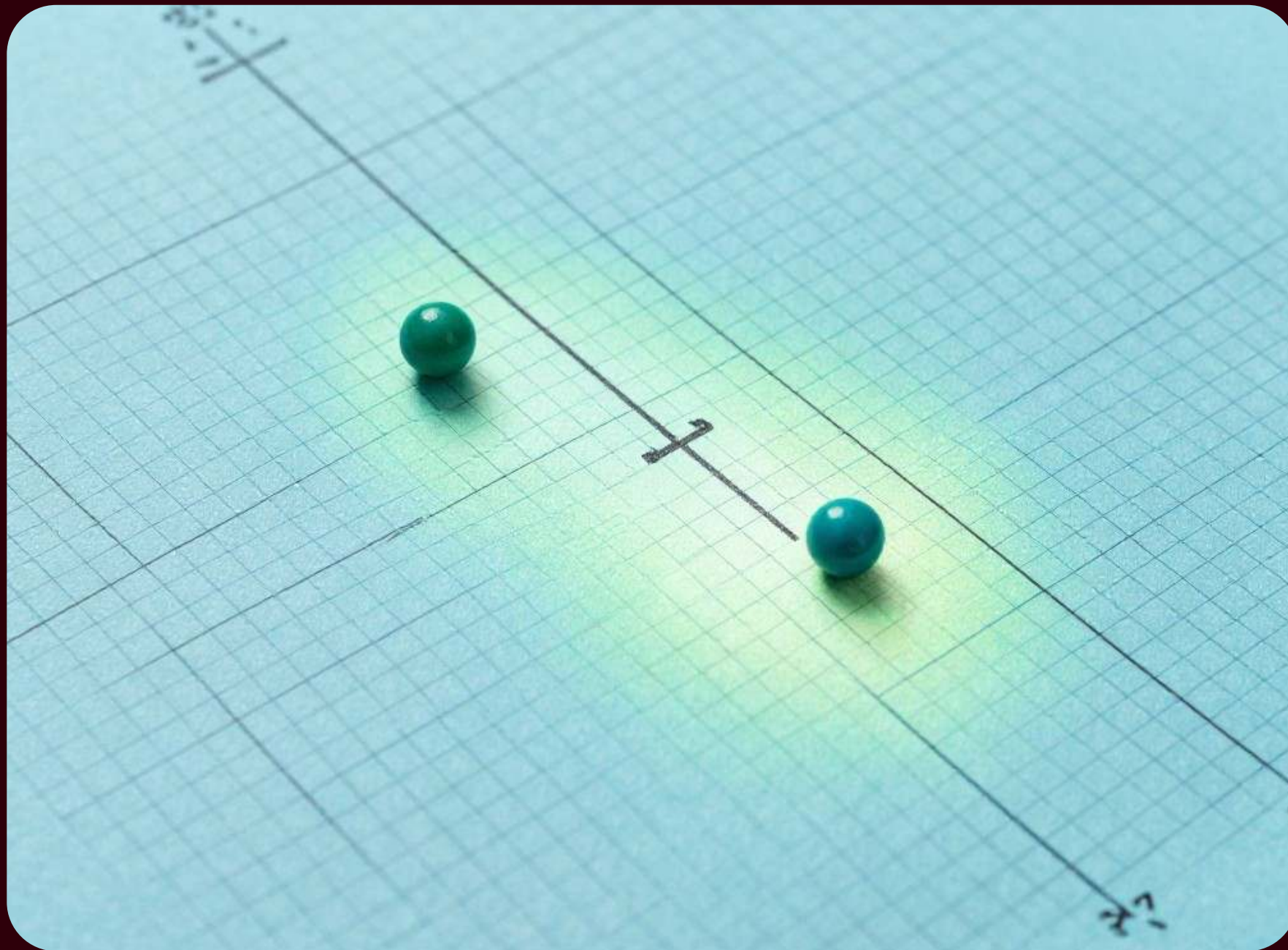
Сравнить результат

03

Например, для $y = x + 1$ точка $(1,2)$ подходит, потому что $2 = 1 + 1$. Это простой и быстрый способ проверки.



Частые ошибки со знаками



Не путать знаки

В координатах минус легко перепутать с плюсом. Точка $(-2, 1)$ находится слева от оси y , а точка $(2, -1)$ — справа и ниже оси x .

Не менять местами

Порядок координат тоже важен. Если поменять x и y местами, получится совсем другая точка, и график перестанет соответствовать уравнению.

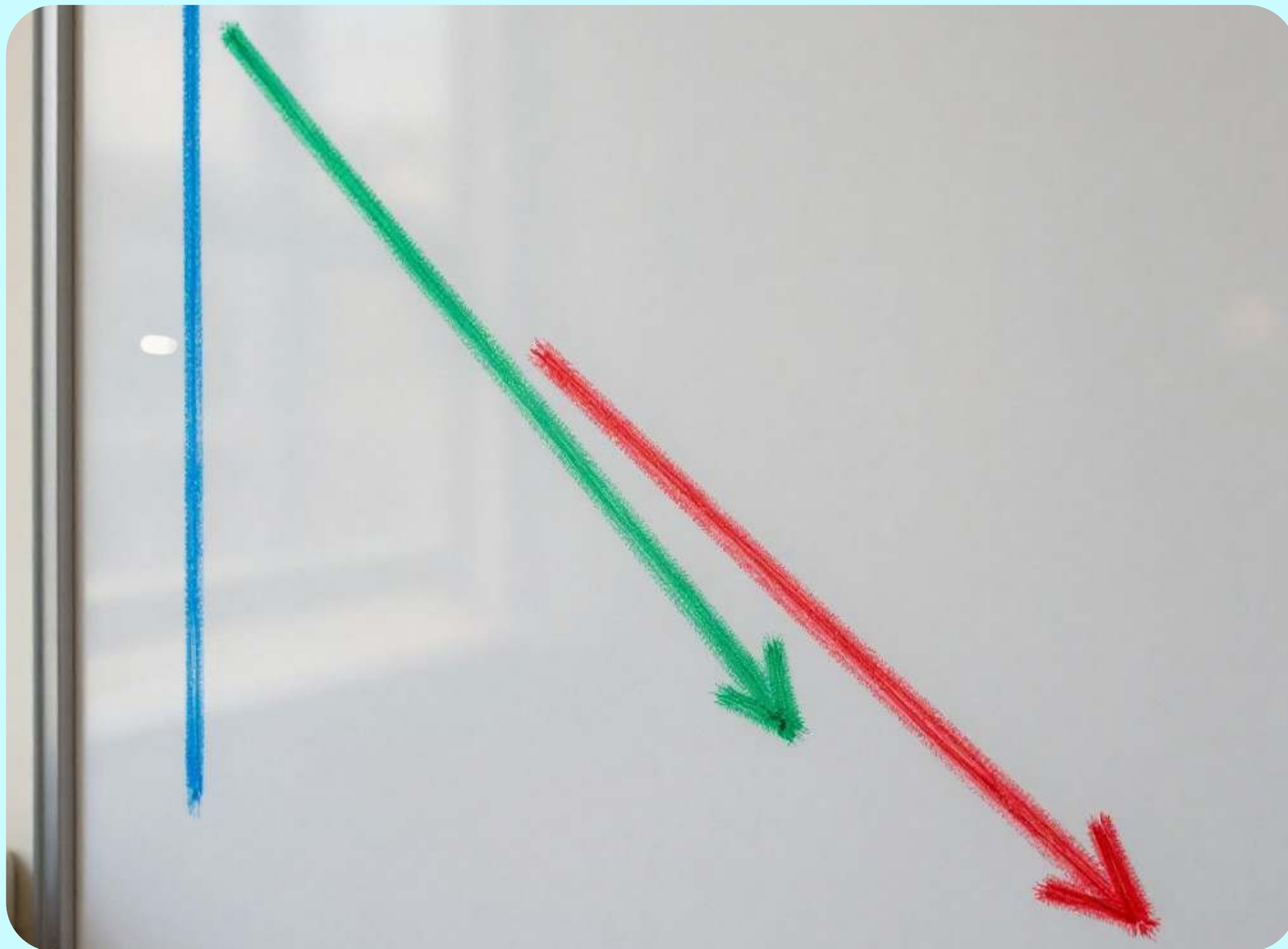
Сложные квадранты

Особенно внимательно работайте в левой нижней части плоскости, где оба числа могут быть отрицательными. Там ошибки встречаются чаще всего.

Проверка перед черчением

Перед проведением прямой полезно ещё раз проверить вычисления и подписи осей. Это помогает избежать сдвига линии и лишних исправлений.

Как не путать наклон



01 Знак коэффициента

Сначала посмотрите на знак k . Если k положительный, прямая поднимается слева направо; если отрицательный, она опускается.

02 Не по виду на глаз

Не судите только по внешней «крутизне». Две прямые могут казаться похожими, но иметь разные коэффициенты и разное направление.

03 Сила наклона

Чем больше модуль k , тем сильнее наклон. При маленьком $|k|$ линия идёт более полого и меняется медленнее.

04 Сравнение линий

Полезно сравнивать несколько графиков рядом. Тогда легче заметить, как меняется направление при переходе от положительного k к отрицательному.

Быстрый способ построения по виду уравнения

Найти b

01

Сначала находят b : это точка пересечения с осью y . Для $y = 2x - 1$ сразу получаем точку $(0, -1)$.

Взять вторую точку

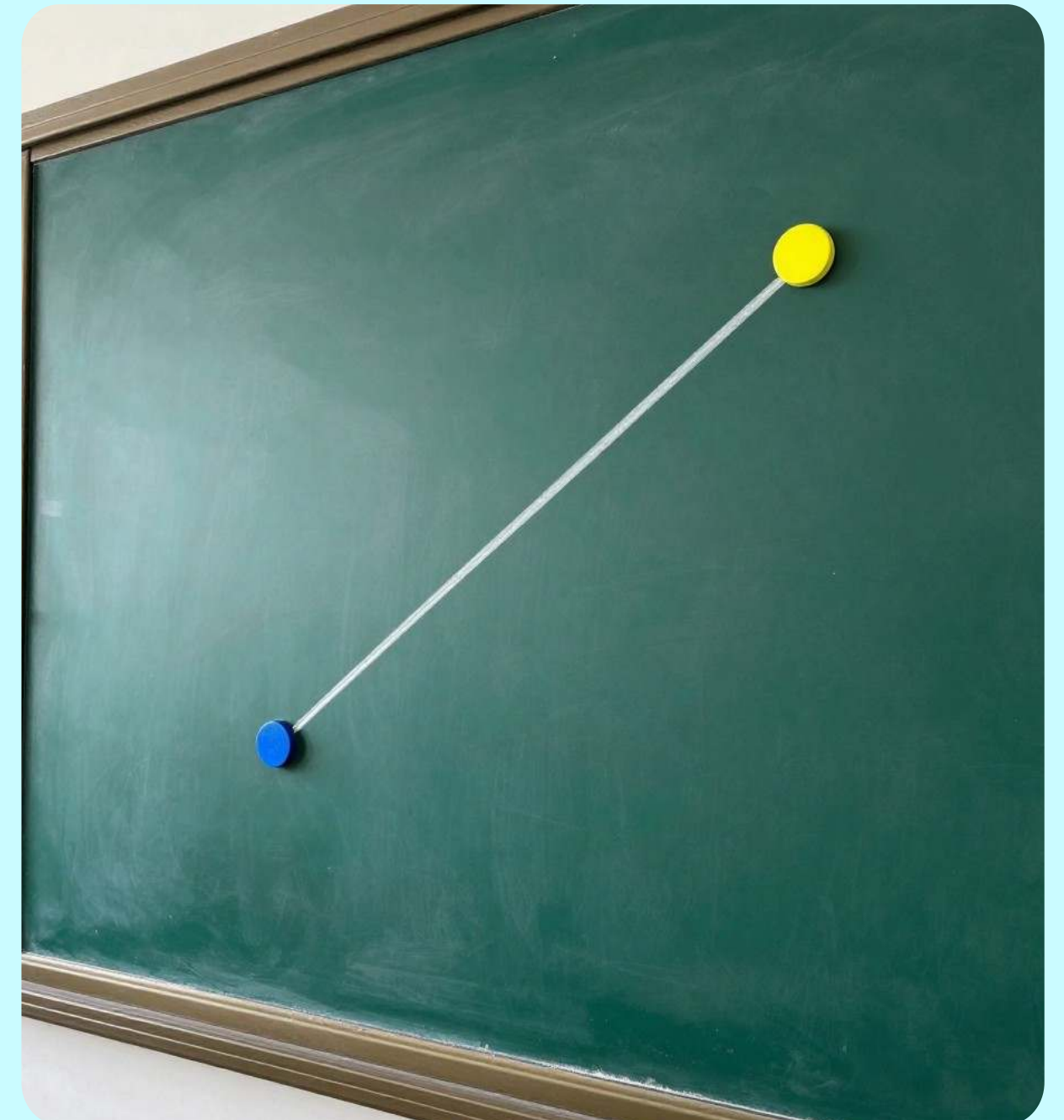
02

Затем используют k , чтобы получить вторую точку. Если x увеличить на 1, y вырастет на 2, значит получается $(1, 1)$.

Провести график

03

После этого достаточно провести прямую через две найденные точки. Такой способ быстрый и удобный, когда уравнение уже записано в виде $y = kx + b$.



Тренировка с короткими ответами

Задание	Ответ	Проверка
1	да	$2+3=5$
2	4	$b = 4$
3	$(0, -2)$	$u(1, -1)$
4	да	$4=4$

Проверьте короткие задания по теме и сопоставьте уравнение, точку и график.

В заданиях повторяются три действия: подстановка, нахождение свободного члена и построение точек. Это основные навыки работы с линейным уравнением.

Учебные задания по теме линейного уравнения с двумя переменными.

Запомни главное

Линейное уравнение с двумя переменными связывает все решения одной прямой. Если уметь подставлять точки, строить таблицу и читать координаты, график становится понятным и удобным способом проверки.

